DOI:10.20079/j.issn.1001-893x.220820001

# 用于大规模 MIMO 系统的改进自适应 SOR 检测算法\*

#### 佳.李 鹏.冯 陆 姣

(南京信息工程大学 电子与信息工程学院,南京 210044)

摘 要:大规模多输入多输出(Multiple-Input Multiple-Output, MIMO)系统由于具备较多的天线数,会 导致传统线性信号检测算法如最小均方误差(Minimum Mean Square Error, MMSE)的复杂度过高。 针对以上问题,提出了F修正的自适应超松弛迭代(F-corrected Adaptive Successive over Relaxation, FA-SOR)检测算法。该算法首先利用超松弛迭代(Successive over Relaxation, SOR)算法避免高阶矩 阵求逆运算,降低复杂度;其次使用 F 修正的公式自动更新 SOR 算法迭代使用的松弛参数,同时优 化迭代的公式与初始解来加快收敛速度。仿真结果表明,不论在理想独立信道还是相关信道下,相 比于现有的自适应 SOR 算法, FA-SOR 都能以更低的复杂度达到更低的误码率, 同时逼近 MMSE 算 法的性能。

关键词:大规模 MIMO;信号检测;超松弛(SOR)算法;松弛参数

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



中图分类号:TN929.5 文章编号:1001-893X(2024)03-0423-06 文献标志码:A

# An Improved Adaptive SOR Detection Algorithm for Massive MIMO Systems

LU Jia, LI Peng, FENG Jiao

(School of Electronic and Information Engineering, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044, China)

Abstract: Massive multiple-input multiple-output(MIMO) systems have a large number of antennas, which will lead to the high complexity of traditional linear signal detection algorithms such as Minimum Mean Square Error (MMSE). In response to the above problem, the F-corrected Adaptive Successive over Relaxation (FA-SOR) detection algorithm is proposed. Firstly, the Successive over Relaxation (SOR) iterative algorithm is used to avoid high dimensional matrix inversion operations to reduce algorithm complexity. Then, to improve the convergence speed, the relaxation parameters for SOR will update after each iteration according to the F-corrected formula, also the iterative formula and initial solution for SOR are optimized. The simulation results show that the FA-SOR is capable of reducing the computational complexity of other SOR adaptive algorithms when both of them achieve the same bit error rate no matter in the ideal independent channel or the correlated channel.

Key words; massive MIMO; signal detection; successive over relaxation (SOR) detector; relaxation factor

收稿日期:2022-08-20;修回日期:2022-10-19 基金项目:国家自然科学基金资助项目(61501244,61501245);江苏省自然科学基金项目(BK20150932) 通信作者:李鹏 Email:pengli531@139.com

# 0 引 言

从 3G 时代开始,传统的多输入多输出 (Multiple-Input Multiple-Output,MIMO)技术被应用 于改善通信系统接收机与发射机的性能,被认为是 未来无线通信的基础技术之一<sup>[1-3]</sup>。在 MIMO 系统 的基础上,通过增加收发端的天线数,大规模 MIMO 系统可以极大地提高信道容量,增加频谱利用效率。 大规模的目标在于实现具有大量收发流以及其他网 络容量提升技术和方法的基站,以提高峰值下行链 路吞吐量,大幅改善上行链路性能以及增强覆盖能 力。除了能显著提升网络容量之外,大规模 MIMO 还具有提高频谱效率、降低能耗、延长用户设备电池 寿命、实现复杂度低于以往移动无线技术的可扩展 性等其他优点。另外,大规模 MIMO 技术还是实现 大规模工业物联网 (Industrial Internet of Things, IIOT)的一种很有前景的技术<sup>[4]</sup>。

对于 MIMO 的信号检测算法,最大似然算法 (Maximum Likelihood,ML)能够得到最佳误码率性 能,但是由于 ML 算法极高的复杂度,并不适合 MIMO 系统应用<sup>[5]</sup>。而在大规模 MIMO 的情况下, 因为收发天线数更多,因此在大规模 MIMO 系统中 使用 ML 算法难度更大。相比之下,传统的线性检 测算法会更加简单实用,但是传统的线性检测算法 包含了复杂度为  $O(N_{\rm T}^3)$ 的矩阵求逆运算<sup>[6]</sup>,对于 大规模 MIMO 系统同样不适用。

因此,针对大规模 MIMO 的场景,有一类线性迭 代算法被应用到信号检测上,包括雅可比(Jacobi) 迭代算法、诺依曼级数(Neumann Series,NS)、共轭 梯度(Conjugate Gradient,CG)<sup>[7]</sup>迭代算法和超松弛 迭代(Successive over Relaxation,SOR)算法。这类 算法的提出主要是为了实现一种低复杂度同时性能 可以逼近最佳误码率性能的检测方案,算法的主要 原理是通过矩阵迭代来避免传统线性检测算法中的 矩阵求逆运算,以更低的复杂度接近目标矩阵。在 这之中,SOR 算法因为有松弛参数的存在具有更好 的收敛性能。文献[8]提出了两种 SOR 迭代算法: 一种是 NA-SOR,使用固定松弛参数,适用于理想信 道;另一种是 A-SOR,松弛参数会随着迭代次数改 变,适用于高度相关信道。

在文献[8]的启发下,本文提出了一种基于 F 修正的自适应超松弛迭代(F-corrected Adaptive SOR,FA-SOR)算法,可以同时在理想独立信道和高 度相关的 MIMO 信道下工作。与文献[8]中提出的 ·424· A-SOR 算法相比,在同样的迭代次数下达到相同的 误码率时,FA-SOR 算法可以获得额外 1 dB 的性能 增益。

在本文中,矩阵使用大写粗体斜体字母表示,向 量使用小写粗体斜体字母表示,(・)<sup>H</sup>代表共轭转 置,(・)<sup>\*</sup>代表共轭。

# 1 大规模 MIMO 系统模型

#### 1.1 系统模型

本文考虑大规模 MIMO 的上行链路,假设一个 MIMO 系统,基站接收端天线数为  $N_{\rm R}$ ,用户发射端 天线数为  $N_{\rm T}$ ,用户端发射的复数信号  $\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_{N_{\rm T}}]^{\rm T}$ ,这样在基站接收到的信号矢量可以表 示为

$$y = Hx + n \tag{1}$$

式中: $H \in \mathbb{C}^{N_{R} \times N_{T}}$ 为上行链路信道矩阵; $n \in \mathbb{C}^{N_{R} \times 1}$ 为加性高斯白噪声并且服从 $n \sim N(0, \sigma^{2})$ 。

# 1.2 信道模型

为了检验提出的算法在复杂信道下的性能,考虑到收发天线的相关性,本文采用 Kronecker 信道模型。这是一种 3D 大规模 MIMO 模型,经常用于非视距(Non Line of Sight, NLOS)场景<sup>[9]</sup>。

Kronecker 模型的信道矩阵如下:

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{R}_{\mathrm{r}}^{\frac{1}{2}} \boldsymbol{T} \boldsymbol{R}_{\mathrm{t}}^{\frac{1}{2}}$$
(2)

式中: $\mathbf{R}_{r} \in \mathbb{C}^{N_{R} \times N_{R}}$ 和  $\mathbf{R}_{t} \in \mathbb{C}^{N_{T} \times N_{T}}$ 是两个复相关矩阵, 分别代表接收端和发射端天线之间的相关性; T 是 一个  $N_{R} \times N_{T}$  的独立同分布的复衰落信道矩阵。通 常情况下,天线之间距离与天线之间的相关性成正 比。本文使用  $\mathbf{R}_{r}(i,k)$  和  $\mathbf{R}_{t}(i,k)$ 表示接收端和发 送端第 i 根天线和第 k 根天线之间的相关性,  $\mathbf{R}_{r}(i,k)$ 和  $\mathbf{R}_{t}(i,k)$ 可以由下式得到:

$$\boldsymbol{R}_{r}(i,k) = \begin{cases} (\delta_{r} e^{j\theta(i,k)})^{k-i}, & i \leq k \\ \boldsymbol{R}_{r}^{*}(k,i), & i > k \end{cases}$$
(3)

$$\boldsymbol{R}_{i}(i,k) = \begin{cases} (\delta_{i} e^{j\varphi_{(i,k)}})^{k-i}, & i \leq k \\ \boldsymbol{R}_{i}^{*}(k,i), & i > k \end{cases}$$
(4)

式中: $\delta_r$ 和 $\delta_t$ 表示接收端和发送端天线的相关系数, $\delta_r$ 和 $\delta_t$ 越大则相关性越强; $\theta_{(i,k)}$ 和 $\varphi_{(i,k)}$ 表示接收端和发射端天线在[0, $\pi/2$ ]之间的随机相位。

# 2 基于 F 修正的自适应 SOR 算法

本文提出一种新的 FA-SOR 信道检测算法,该

算法的松弛参数  $\omega$  会随着前一次的迭代结果自动 修正。自动修正的目的是为了使新算法每次迭代的 松弛参数  $\omega$  都能更接近理论最优松弛参数  $\omega_{opt}$ ,从 而提高算法性能。

# 2.1 SOR 算法介绍

通过最小均方误差 (Minimum Mean Squared Error, MMSE)方法<sup>[6]</sup>,可以利用接收信号 y 得到估计的发射信号  $\hat{x} = Wy$ 。为了使得到的估计信号  $\hat{x}$  接近 x,可以认为误差 e = Wy - x 与接收到的数据 y 不相关,由此可知

$$\boldsymbol{W} = \mathbf{E} \{ \boldsymbol{x} \boldsymbol{y}^{\mathrm{H}} \} \mathbf{E} \{ \boldsymbol{y} \boldsymbol{y}^{\mathrm{H}} \}^{-1}$$
(5)

再将式(1)代入可得  $E\{xy^{H}\} = H^{H}, E\{yy^{H}\} = HH^{H} + \sigma^{2} I_{N_{p}}, 可以得到$ 

$$\hat{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{W}\boldsymbol{y} = (\boldsymbol{H}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H} + \boldsymbol{\sigma}^{2}\boldsymbol{I}_{N_{x}})^{-1}\boldsymbol{H}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{y}$$
(6)

为了方便之后的计算,将 MMSE 的滤波矩阵 W 按照下式定义:

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{H}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{H} + \boldsymbol{\sigma}^{2} \boldsymbol{I}_{N_{T}}, \boldsymbol{b} = \boldsymbol{H}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{y}$$
(7)

按照文献[6]中的数据,直接计算  $W^{-1}$  的复杂 度可以达到  $O(K^3)$ 。

对于 MMSE 直接求解估计值  $\hat{x}$ ,根据式(6)和式(7),可以等效为如下方程:

$$A\hat{x} = b \tag{8}$$

为了避免在直接计算中涉及到的矩阵求逆运算,采用线性迭代的方法来近似求解 x,首先将 A 分 解为

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{D} + \boldsymbol{E} + \boldsymbol{F} \tag{9}$$

式中:D, E, F分别是A的对角矩阵、严格上三角矩阵和严格下三角矩阵。在文献[10]中,基于高斯-赛德尔(Gauss-Seidel,GS)迭代法的第n次迭代估计值 $\hat{x}^{(n)}$ 可以表示为

 $\hat{\boldsymbol{x}}^{(n)} = [\boldsymbol{D} + \boldsymbol{E}]^{-1} [\boldsymbol{b} - \boldsymbol{F} \hat{\boldsymbol{x}}^{(n-1)}] = \boldsymbol{b}$ 

 $\hat{x}^{(n-1)} + [D+E]^{-1}(b-A\hat{x}^{(n-1)}), n=1,2\cdots$  (10) 如果没有合适的初始值 $\hat{x}^{(0)}, 那可以使用 0$ 向 量作为迭代的初始值<sup>[11]</sup>。

相比于 GS 算法, SOR 算法借助独有的松弛参 数 ω 获得了更快的收敛速度。SOR 算法的迭代公 式如下:

$$\hat{\boldsymbol{x}}^{(n)} = \hat{\boldsymbol{x}}^{(n-1)} + \boldsymbol{\omega} [\boldsymbol{D} + \boldsymbol{\omega} \boldsymbol{E}]^{-1} (\boldsymbol{b} - \boldsymbol{A} \hat{\boldsymbol{x}}^{(n-1)}),$$
  
$$n = 1, 2 \cdots$$
(11)

SOR 算法的收敛性在文献[12]中已有证明,它 受松弛参数  $\omega$  的影响很大。在 MIMO 系统中,当  $0 < \omega < 2$  时 SOR 算法具有良好的收敛性,当 $\omega = 1$  时 SOR 简化为传统 GS 算法。

# 2.2 FA-SOR 算法介绍

FA-SOR 算法在文献[8] 中提出的 A-SOR 算法 的基础上优化了 SOR 算法的迭代公式,采用了非零 向量作为迭代的初始解,并且提出了一种新的基于 F修正的松弛参数  $\omega$  更新判断方法。相比于文献 [8]中的判断方法,新方法不再需要额外计算雅可 比迭代矩阵的谱半径 $\rho(G_{\text{lacobi}})$ ,更加简单实用。

为了实现自适应过程,需要明确松弛参数ω更 新的依据和更新的频率。

# 2.2.1 迭代公式优化

在式(11)的左右同乘[**D**+ωE]得到式(12):

 $\begin{bmatrix} \boldsymbol{D} + \boldsymbol{\omega} \boldsymbol{E} \end{bmatrix} \hat{\boldsymbol{x}}^{(n)} = \begin{bmatrix} (1-\boldsymbol{\omega}) \boldsymbol{D} - \boldsymbol{\omega} \boldsymbol{F} \end{bmatrix} \hat{\boldsymbol{x}}^{(n-1)} + \boldsymbol{\omega} \boldsymbol{b} \quad (12)$ 将  $\hat{\boldsymbol{x}}^{(n)} = \hat{\boldsymbol{x}}^{(n-1)} + \boldsymbol{\omega} (\hat{\boldsymbol{x}}^{(n)} - \hat{\boldsymbol{x}}^{(n-1)})$ 代人式(12)的左

边可得 FA-SOR 算法使用的 SOR 迭代公式:

 $[\boldsymbol{D} + \boldsymbol{\omega} \boldsymbol{E}] \hat{\boldsymbol{x}}^{(n)} = [(\boldsymbol{\omega} - 1)\boldsymbol{E} - \boldsymbol{F}] \hat{\boldsymbol{x}}^{(n-1)} + \boldsymbol{b} \quad (13)$ 

# 2.2.2 ω的更新依据

ω 改变的依据在文献[13]中已被证明,当满足 以下两个条件时,收敛速度最快;

$$\omega = \omega_{opt}$$
 (14)

$$-\lg \rho(\boldsymbol{G}_{SOR_{(\boldsymbol{\omega})}}) = -\lg(\boldsymbol{\omega}_{opt} - 1)$$
(15)

式中: $\omega_{opt}$ 是理论的最优松弛参数; $G_{SOR}$ 是 SOR 算法的迭代矩阵; $\rho(G_{SOR})$ 代表 SOR 算法迭代矩阵的 谱半径。为了使算法的收敛速度达到最大值,需要 让每一次迭代的松弛参数 $\omega$ 接近 $\omega_{opt}$ 。从式(15)可 以得到

$$\omega_{\rm opt} = \rho(G_{\rm SOR_{(a)}}) + 1 \tag{16}$$

值得注意的是,公式中使用第 k 次迭代的谱半 径计算第 k-1 次迭代的松弛参数 ω,因此引入一个 修正参数 F,松弛参数 ω 的更新公式为

$$\boldsymbol{\omega}_{\text{opt}} = F[\rho(\boldsymbol{G}_{\text{SOR}_{(\omega)}}) + 1]$$
 (17)

修正参数 F 在[0.8,0.9]内取随机数。此外, 直接计算  $\rho(G_{SOR})$ 需要用到迭代矩阵的非零特征 值,涉及到矩阵分解运算,在大规模 MIMO 的多天线 条件下复杂度很高,因此同样使用迭代的方法去近 似计算  $\rho(G_{SOR})$ 。在这里把前一项的迭代结果减去 后一项的迭代结果定义为 SOR 的差向量,即

$$\Delta_k = \hat{\boldsymbol{x}}^{(k-1)} - \hat{\boldsymbol{x}}^{(k)} = \boldsymbol{G}_{\text{SOR}} \Delta_{k-1}$$
(18)

这样就可以用式(19)近似计算谱半径:

$$\rho(\boldsymbol{G}_{\text{SOR}}) \approx \frac{\|\boldsymbol{\Delta}_{k}\|}{\|\boldsymbol{\Delta}_{k-1}\|}$$
(19)

### 2.2.3 ω的更新频率

在式(19)中,近似计算ρ(G<sub>sor</sub>)需要两组差向量,而一组差向量需要两次迭代的结果,因此加上迭

代的初始值 $\hat{x}^{(0)}$ ,直到得到第二次迭代的结果	$\hat{x}^{(2)}$ ,	
FA-SOR 算法才可以更新松弛参数ω,所以 FA-SOR		
算法在第三次迭代开始时才会更新松弛参数ω	0	
<ol> <li>2.2.4 ω 与迭代初始值的选取</li> </ol>		
传统的迭代算法一般会选取 0 向量作为	初始	
解,然而选择一个合适的初始解可以提升算法	的收	
	象 当	
系统的其 <u>就</u> 于维粉和田白禮于维粉見够士	た, 二	
示:: 时 坐 如 八 线 奴 相 用 ) 缅 八 线 奴 足 够 八	ЛЬ	
$N_{\rm R}/N_{\rm T}$ 为固定值时,送代昇法的初始胜可以为 $\hat{r}^{(0)} = D^{-1} h$	(20)	
x = D b 松弛参数 $\omega$ 的初始值为	(20)	
$a = (1 + \sqrt{N_{\rm T}/N_{\rm R}})^2 - 1$	(21)	
$\omega = 2/(1 + \sqrt{1 - a^2})$	(22)	
本文提出的 FA-SOR 算法的具体描述如下	:	
输入: $\boldsymbol{H}, N_{\mathrm{P}}, N_{\mathrm{T}}, K, \sigma^2, \gamma$ ;		
输出, <b>x</b> <sup>(k)</sup>		
1 初始化部分.		
$2 \mathbf{A} = \mathbf{H}^{\mathrm{H}} \mathbf{H} + \sigma^{2} \mathbf{I}_{N_{\mathrm{T}}}; \mathbf{b} = \mathbf{H}^{\mathrm{H}} \mathbf{y}; \mathbf{A} = \mathbf{D} + \mathbf{E} + \mathbf{F};$		
$3 \hat{x}^{(0)} = D^{-1}b;$		
4 $a = (1 + \sqrt{N_{\rm T}/N_{\rm R}})^2 - 1;$		
$5 \omega = 2/(1 + \sqrt{1-a^2});$		
6 $k = 1; \omega_k = \omega; \Delta_k = 0; \rho_k = 0; F = 0.8;$		
7迭代部分:		
8 for $k < K$ do		
9 if k=1 then //第一次迭代		
10 if $\omega_k > \tau_k$ then		
11 $\omega_k = \tau_k;$		
12 end if		
13 $\hat{\boldsymbol{x}}^{(k)} = (\boldsymbol{D} + \boldsymbol{\omega}_k \boldsymbol{E})^{-1} (((1 - \boldsymbol{\omega}_k)\boldsymbol{D} - \boldsymbol{\omega}_k \boldsymbol{F}) \hat{\boldsymbol{x}}^{(k-1)} + \boldsymbol{\omega}_k \boldsymbol{b})$	;	
14 $\Delta_k = \ \boldsymbol{\omega}_k(\hat{\boldsymbol{x}}^{(k-1)} - \hat{\boldsymbol{x}}^{(k)})\ ;$		
15 $\omega_{k+1} = \omega_k;$		
16 end if		
17 if k=2 then //第二次迭代		
18 if $\omega_k > \tau_k$ then		
19 $\omega_k = \tau_k;$		
20 end if		
21 $\hat{\boldsymbol{x}}^{(k)} = (\boldsymbol{D} + \boldsymbol{\omega}_k \boldsymbol{E})^{-1} (((1 - \boldsymbol{\omega}_k)\boldsymbol{D} - \boldsymbol{\omega}_k \boldsymbol{F}) \hat{\boldsymbol{x}}^{(k-1)} + \boldsymbol{\omega}_k \boldsymbol{b});$		
22 $\Delta_k = \ \boldsymbol{\omega}_k(\hat{\boldsymbol{x}}^{(k-1)} - \hat{\boldsymbol{x}}^{(k)})\ ;$		
$\rho_k = \Delta_k / \Delta_{k-1}$		
24 end if		
25 if k>2 then //第三次迭代,同时开始更新松弛参数	•	
26 $\omega_k = F(1 + \rho_{k-1});$		
27 if $\omega_k > \tau_k$ then		
28 $\omega_k = \tau_k;$		

29	end if
30	$\hat{\boldsymbol{x}}^{(k)} = (\boldsymbol{D} + \boldsymbol{\omega}_k \boldsymbol{E})^{-1} (((1 - \boldsymbol{\omega}_k)\boldsymbol{D} - \boldsymbol{\omega}_k \boldsymbol{F}) \hat{\boldsymbol{x}}^{(k-1)} + \boldsymbol{\omega}_k \boldsymbol{b});$
31	$\Delta_{k} = \ \boldsymbol{\omega}_{k}(\hat{\boldsymbol{x}}^{(k-1)} - \hat{\boldsymbol{x}}^{(k)})\ ;$
32	$\boldsymbol{\rho}_k = \Delta_k / \Delta_{k-1}$
33	$\omega_{k+1} = \omega_k;$
34	end if

FA-SOR 算法中的变量说明见表  $1, \tau_k$  的参考值 见表  $2_{\circ}$ 

表1 算法中的变量说明	
-------------	--

	Tab. 1 Variables in FA-SOR algorithm
变量名	意义
K	算法的总迭代次数,由用户设置
k	当前的迭代次数
$oldsymbol{\omega}_k$	第 k 次迭代使用的松弛参数
$\Delta_k$	第 k 次迭代后的差向量
$oldsymbol{ ho}_k$	第 k 次迭代后的 SOR 迭代矩阵谱半径估计值
F	修正因子
$oldsymbol{ au}_k$	第 k 次迭代使用的松弛参数上限

表 2  $au_k$  的参考值<sup>[13]</sup>

Tab. 2 Reference value for $\tau_k^{[13]}$			
${oldsymbol{ au}}_k$	参考值	$oldsymbol{ au}_k$	参考值
${m  au}_1$	1.6	${ au}_5$	1.975
${m  au}_2$	1.8	${m  au}_6$	1.985
$ au_3$	1.9	${m  au}_7$	1.990
${oldsymbol{ au}}_4$	1.95	${ au}_8$	1.995

注:8次以后均为1.995。

# 3 仿真结果与复杂度分析

# 3.1 仿真结果

将本文提出的 FA-SOR 算法与在文献[8]中提 出的 A-SOR 算法和 NA-SOR 算法进行比较。仿真 使用的信道模型有两种:一种是理想瑞利信道(信 道相互独立);另一种是在第1节中提到的 Kronecker 信道模型(信道间存在相关性)。选择信 号调制模式为 16QAM, MIMO 系统尺寸为  $N_{\rm R} \times N_{\rm T}$  = 128×16 和  $N_{\rm R} \times N_{\rm T}$  = 128×8。仿真结果采用精确矩阵 求逆的 MMSE 检测结果作为基线。

在理想瑞利信道下各个算法的误码率如图 1 所示, $\delta_r = 0$ , $\delta_t = 0$ ,k为迭代次数。对于文献[8]中的 NA-SOR 算法,松弛参数  $\omega = 1.2865$ ,对于新提出的 FA-SOR 和文献[8]中 A-SOR 算法,初始松弛参数  $\omega = 1.2865$ 。



Fig. 1 BER Performance comparison in ideal independent channel

从图 1 可知,在理想信道下,当 $N_{\rm R} \times N_{\rm T}$ =128×16 和 $N_{\rm R} \times N_{\rm T}$ =256×32 时,新提出的FA-SOR 算法经过 3次迭代就可以逼近 MMSE 算法的结果,并且误码 率比经过 4次迭代的 A-SOR 和 NA-SOR 还要低。

当 $N_{\text{R}} \times N_{\text{T}} = 128 \times 8$ , $\delta_{\text{r}} = 0.5$ , $\delta_{\text{t}} = 0.5$ 时,在全相 关信道下各个算法的误码率如图 2 所示,可以看出, 当信噪比大于 10 dB 时,新提出的 FA-SOR 算法可 以较好地逼近 MMSE 算法并且比文献[8]中的两种 算法性能更优秀,在迭代次数 k = 10 时误码率已经 比 k = 11的 A-SOR 算法更低。



图 2 相关信道下各算法误码率 Fig. 2 BER performance comparison in correlated channel

# 3.2 复杂度分析

表 3 给出了 3 种算法的复杂度比较。由于 3 种算法都包含了 A 和 b 的复杂度,所以表中数据不包括计算 A 和 b 的复杂度。

	表 3	各算法复杂度	
Tab. 3	Comparison	of computational	complexity

		or companyor	······································
迭代次数 -		复杂度	
	NA-SOR <sup>[8]</sup>	A-SOR <sup>[8]</sup>	FA-SOR
k = 2	$12N_{\rm T}^2 + 4N_{\rm T}$	$12N_{\rm T}^2 + 12N_{\rm T} + 22$	$13N_{\rm T}^2 + 9N_{\rm T} + 7$
k=3	$18N_{\rm T}^2 + 6N_{\rm T}$	$18N_{\rm T}^2 + 18N_{\rm T} + 31$	$19N_{\rm T}^2$ + $13N_{\rm T}$ + $10$
k = 4	$24N_{\rm T}^2 + 8N_{\rm T}$	$24N_{\rm T}^2$ + $24N_{\rm T}$ +40	$25N_{\rm T}^2$ +17 $N_{\rm T}$ +13
<i>k</i> = 10	$60N_{\rm T}^2 + 20N_{\rm T}$	$60N_{\rm T}^2$ + $60N_{\rm T}$ +94	$61N_{\rm T}^2$ + $41N_{\rm T}$ + $31$
k=11	$66N_{\rm T}^2 + 22N_{\rm T}$	$66N_{\rm T}^2 + 66N_{\rm T} + 103$	$67N_{\rm T}^2$ + $45N_{\rm T}$ + $34$

根据表中数据,图 1(a)条件下的 NA-SOR(k= 4)、A-SOR(k=4)、FA-SOR(k=3)的具体复杂度为 6 272,6 568,5 082,图 1(b)条件下的 NA-SOR(k= 4)、A-SOR(k=4)、FA-SOR(k=3)的具体复杂度为 24 832, 25 000, 19 882,图 2 条件下的 NA-SOR(k=11)、A-SOR(k=11)、FA-SOR(k=10) 的具体复杂度为 4 400,4 855,4 263。可见不论是 在理想信息下还是高度相关信道下,达到同一误码 率所需的计算复杂度,新提出的 FA-SOR 算法总是 最小的。

# 4 结 论

本文提出了基于 F 修正的自适应 SOR 信号检 测算法,能够在多次迭代的情况下自动更新最合适 的松弛参数ω。与文献[8]提出中的 A-SOR 算法相 比,FA-SOR 算法通过简化松弛参数ω 的更新公式 降低复杂度,同时用差向量优化 SOR 的迭代公式和 选取合适的初始解来保证较快的收敛速度和较好的 误码率性能。仿真结果表明,FA-SOR 算法在理想 信道和高度相关信道环境下都有着良好的表现。

### 参考文献:

- [1] HUANG H, YANG J, HUANG H, et al. Deep learning for super-resolution channel estimation and DOA estimation based massive MIMO system [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2018, 67(9):8549-8560.
- GE X, SUN Y, GHARAVI H, et al. Joint optimization of computation and communication power in multi-user massive MIMO systems [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2018, 17(6):4051-4063.

- ZHANG J, DAI L, LI X, et al. On low-resolution ADCs in practical 5G millimeter-wave massive MIMO systems [J].
   IEEE Communication Magazine, 2018, 56(7):205-211.
- [4] LEE B M, YANG H. Massive MIMO with massive connectivity for industrial Internet of Things [J]. IEEE Transactions on Industry Electronic, 2020, 67 (6): 5187-5196.
- [5] ALBREEM M A, JUNTTI M, SHAHABUDDIN S. Massive MIMO detection techniques: a survey[J]. IEEE Communication Surveys and Tutorials, 2019, 21 (4): 3109-3132.
- [6] WU M, YIN B, WANG G, et al. Large-scale MIMO detection for 3GPP LTE: algorithms and FPGA implementations[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2017, 8(5):916–929.
- [7] 李晨,邓炳光,张治中.用于大规模 MIMO 系统的改进 CG 检测算法[J].电讯技术,2020,60(7):839-844.
- [8] YU A. Efficient successive over relaxation detectors for massive MIMO[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I:Regular Papers, 2020, 67(6):2128-2139.
- [9] GODANA B E, EKMAN T. Parametrization based limited feedback design for correlated MIMO channels using new statistical models [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2013, 12(10):5172-5184.
- [10] GAO X, LU Z, HAN Y, et al. Near-optimal signal detection with low complexity based on Gauss-Seidel

method for uplink large-scale MIMO systems [C]// Proceedings of 2014 IEEE International Symposium on Broadband Multimedia Systems and Broadcasting. Beijing:IEEE,2014:1-7.

- [11] ALBREEM M A, JUNTTI M, SHAHABUDDIN S. Efficient initialisation of iterative linear massive MIMO detectors using a stair matrix [J]. Electronic Letters, 2020,56(1):50-52.
- [12] GAO X, DAI L, HU Y, et al. Matrix inversionless signal detection using SOR method for uplink large-scale MIMO systems [C]//Proceedings of 2014 IEEE Global Communications Conference. Texas: IEEE, 2014:1-6.
- [13] HAGEMAN L A, YOUNG D M. Applied iterative methods [M]. New York: Academic Press, 1981.
- [14] RUSEK F, PERSSON D, LAU B, et al. Scaling up MIMO: opportunities and challenges with very large arrays[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2013, 30 (1):40-60.

### 作者简介:

**陆** 佳 男,1998年生于江苏太仓,2020年获学士学位,现为硕士研究生,主要研究方向为无线通信。

**李** 鹏 男,1984 年生于甘肃兰州,2012 年获博士学位,现为教授,主要研究方向为无线通信、信号处理。

**冯 姣** 女,1984 年生于吉林延吉,2014 年获博士学位,现为副教授,主要研究方向为无线通信、数字信号处理。