

DOI:10.20079/j.issn.1001-893x.220329002

基于压缩感知追踪算法的低计算量分组稀疏均衡方案*

刘佳宁^{1,2}, 牛安东^{1,2}, 苗 硕^{1,2}, 李英善^{1,2}

(1. 南开大学 电子信息与光学工程学院, 天津 300350;
2. 天津市光电传感器与传感网络技术重点实验室, 天津 300350)

摘要:在广义频分复用(Generalized Frequency Division Multiplexing, GFDM)系统中,为了应对复杂的信道带来的符号间干扰,基于信道的稀疏特性,使用广义记忆多项式(Generalized Memory Polynomial, GMP)模型对均衡器输入信号进行非线性建模,进而提出了一种基于压缩感知追踪算法和分组数据模式的低计算量分组稀疏均衡方案。该方案中,为了适应复杂变化的信道,均衡过程中采用了分组数据模式,此外,利用分块矩阵求逆的原理,摒弃了复杂的矩阵求逆运算,在每步的循环中使用矩阵乘法进行迭代计算的方式对正交匹配追踪(Orthogonal Matching Pursuit, OMP)算法及双正交匹配追踪(Double OMP, DOMP)算法进行了改进。仿真结果表明,此分组数据模式有效地改善了均衡效果,同时提出的改进算法在保证误符号率性能的前提下明显地降低了计算量,提升了运算速度。

关键词:广义频分复用(GFDM);广义记忆多项式(GMP);压缩感知;分组数据模式;稀疏均衡

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



微信扫描二维码
听独家语音释文
与作者在线交流
享本刊专属服务

中图分类号:TN911.5 文献标志码:A 文章编号:1001-893X(2024)02-0207-08

A Low Computational Packet Sparse Equalization Scheme Based on Compressed Sensing Tracking Algorithm

LIU Jianing^{1,2}, NIU Andong^{1,2}, MIAO Shuo^{1,2}, LI Yingshan^{1,2}

(1. College of Electronic Information and Optical Engineering, Nankai University, Tianjin 300350, China;
2. Tianjin Key Laboratory of Optoelectronic Sensor and Sensing Network Technology, Tianjin 300350, China)

Abstract:In the generalized frequency division multiplexing (GFDM) system, in order to deal with the inter-symbol interference (ISI) caused by complex channels, based on the sparse characteristics of channels, the Generalized Memory Polynomial (GMP) model is used to model the nonlinearity of the equalizer's input signal. And a low computational sparse packet equalization scheme based on compressed sensing tracking algorithm and packet data mode is proposed. The grouping data mode is adopted in the equalization process. In addition, based on the principle of block matrix inversion, the Orthogonal Matching Pursuit (OMP) algorithm and Doubly Orthogonal Matching Pursuit (DOMP) algorithm are improved by using matrix multiplication in each step of the cycle instead of complex matrix inversion operation. The simulation results show that this packet data mode effectively improves the equalization effect. At the same time, the improved algorithm significantly reduces the amount of calculation and improves the operation speed on the premise of ensuring the performance of symbol error rate.

Key words:generalized frequency division multiplexing (GFDM); generalized memory polynomial (GMP); compressed sensing; packet data mode; sparse equalization

* 收稿日期:2022-03-29;修回日期:2022-07-11
基金项目:国家自然科学基金资助项目(62171239)
通信作者:李英善 Email:yingsl1122@nankai.edu.cn

0 引言

多载波波形一直在根本上影响着无线通信的发展,现如今,循环前缀正交频分复用(Cyclic Prefix-Orthogonal Frequency Division Multiplexing, CP-OFDM)技术被高级长期演进技术(Long Term Evolution-Advanced, LTE-A)中物理层广泛采用。然而,CP-OFDM 技术难以满足下一代通信的目标,因此许多新型多载波技术被提出^[1]。其中广义频分复用技术(Generalized Frequency Division Multiplexing, GFDM)作为 5G 候选波形在 2009 年被提出^[2]。GFDM 将多个 OFDM 符号组成一个块,与 OFDM 不同的是,GFDM 在每一个块结构后加一个 CP,并采用咬尾技术进一步缩短 CP,有效降低了部分开销并提升了频谱效率。除此之外,GFDM 可以通过设置不同的原型滤波器使其相较于 OFDM 具有更低的带外辐射和更高的频谱效率。GFDM 是一种有前景的灵活的多载波调制方案,它在不严重干扰现有的服务或其他用户的前提下,使得碎片化频谱和动态频谱变得可行^[3]。

在信号的传输过程中,由于多径传播、信道衰落、噪声等等原因,信号在接收端会产生严重的符号间干扰(Inter-symbol Interference, ISI),为了解决这个问题,通常需要在接收端使用均衡技术进行补偿,来消除 ISI^[4]。在 OFDM 技术中,通常引入 CP 来解决 ISI 问题,然而均衡器必须具有大量的抽头,这意味着每次迭代的计算量很大,需要很长的训练序列。降低复杂度的方法就是开发稀疏均衡算法。

均衡技术可以分为线性均衡和非线性均衡。在线性信道中,线性均衡就已经可以达到很好的效果,然而实际上所要面临的信道要复杂许多,线性均衡已经很难满足用户的需求,因此需要采用非线性均衡技术。Volterra 模型是一种经典的非线性模型^[5],一类有效的 Volterra 非线性均衡训练方法在 2022 年被提出^[6]。然而该模型的项数数量随着记忆深度和非线性阶数的增加呈指数型增长,求解复杂度随之增大。其实基于 Volterra 模型,学者已经提出了很多简化模型,其中包括人们熟知的多项式(Memory Polynomial, MP)模型^[7]以及广义记忆多项式(Generalized Memory Polynomial, GMP)模型^[8]。其中 MP 模型没有交叉项,丢失了部分信息,因此 GMP 模型更广泛地适用于非线性系统的建模,文章在研究过程中使用 GMP 模型构造非线性均衡器。

GMP 模型虽然对项数数量进行了修剪,但还是

包括了大量的系数,在系数估算上有很大的计算量,为了对系数进行进一步的修剪,一类压缩感知的算法进入大众的视野,极具应用价值^[9]。实际上,在通信系统中,信道通常呈现出稀疏特性,因此本文利用压缩感知的算法研究 GFDM 系统中的稀疏自适应均衡问题。其中正交匹配追踪(Orthogonal Matching Pursuit, OMP)算法在其中最具有代表性^[10]。在 2018 年,双正交匹配追踪(Doubly Orthogonal Matching Pursuit, DOMP)算法被提出,对 OMP 做了改进,使得错误率更低^[11]。然而这一类追踪算法在每次迭代过程中都进行了复杂的矩阵求逆的操作,导致运算速度很低。此外在仿真中发现,一组均衡器系数并不能适应迅速变化的信道。

因此,本文采用分组数据的模式适应复杂的信道,使得均衡效果得到了改善。此外,利用分块矩阵求逆的原理,对压缩感知追踪算法进行了改进,提升了均衡的速度。

1 系统模型

1.1 GFDM 系统

具有均衡器的 GFDM 系统框图如图 1 所示。GFDM 基于块传输,将时隙等间隔地划分为 M 个子时隙,又把每个时隙等间隔地划分为 K 个子信道,分别称为子符号和子载波。 $d_{m,k}$ 为第 m 个子符号上第 k 个子载波的信号,信号源在发射机端,产生二进制数据向量 b ,之后采用 QPSK、QAM 等调制方式得到数据块 D 。

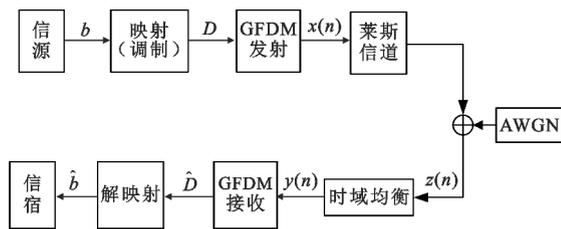


图 1 GFDM 系统框图

Fig. 1 Block diagram of GFDM system

$$D = \begin{bmatrix} d_{0,0} & d_{0,1} & \cdots & d_{0,M-1} \\ d_{1,0} & d_{1,1} & \cdots & d_{1,M-1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ d_{K-1,0} & d_{K-1,1} & \cdots & d_{K-1,M-1} \end{bmatrix} = [d_0, d_1, \cdots, d_{M-1}] \quad (1)$$

式中: $d_m = (d_{0,m}, \cdots, d_{k-1,m})^T$ 为 GFDM 中一个时隙上所有 K 个子载波上发送的数据符号。将数据符

号通过 GFDM 发射端后送入信道,在接收机端经过均衡器,GFDM 接收后得到接收的数据 $\hat{\mathbf{b}}^{[12]}$ 。

1.2 莱斯信道

瑞利衰落信道被用于无线电信号传播环境的建模,但是瑞利信道不包含视线传输(Line of Sight, LoS),相对于瑞利衰落信道,莱斯信道包含 LoS 和散射成分,适用范围更广^[13],本文采用莱斯信道模型对信道进行建模。

以下给出移动环境下莱斯信道的模型描述:

$$z(t) = K_{\text{LoS}} \cdot x(t) e^{-j2\pi f_d \cdot t} + \sum_{l=1}^L K_l \cdot x(t - \tau_l) \cdot e^{-j2\pi f_{dl} t} + v(t) \quad (2)$$

式中: $x(t)$ 表示发射信号; $z(t)$ 表示接收信号,第一项为 LoS 分量;后一项对应散射的路径分量; L 为散射路径的数目; $K_{\text{LoS}} = \sqrt{\frac{K_r}{K_r + 1}}$ 是直射路径的衰落因子, $K_r = \frac{P_{\text{LoS}}}{P_{\text{scatter}}}$ 表示莱斯因子, P_{LoS} 为直射分量功率,

P_{scatter} 为散射分量功率; $K_l = \sqrt{\frac{1}{K_r + 1}} \cdot \frac{\rho_l}{P_{\text{scatter}}}$ 表示散射路径的衰落因子, ρ_l 为散射路径平均功率; f_d 是多普勒频偏; f_{dl} 表示散射路径的多普勒频谱; τ_l 为散射路径时延^[14]。

P_{scatter} 为散射分量功率; $K_l = \sqrt{\frac{1}{K_r + 1}} \cdot \frac{\rho_l}{P_{\text{scatter}}}$ 表示散射路径的衰落因子, ρ_l 为散射路径平均功率; f_d 是多普勒频偏; f_{dl} 表示散射路径的多普勒频谱; τ_l 为散射路径时延^[14]。

P_{scatter} 为散射分量功率; $K_l = \sqrt{\frac{1}{K_r + 1}} \cdot \frac{\rho_l}{P_{\text{scatter}}}$ 表示散射路径的衰落因子, ρ_l 为散射路径平均功率; f_d 是多普勒频偏; f_{dl} 表示散射路径的多普勒频谱; τ_l 为散射路径时延^[14]。

1.3 Volterra 非线性均衡器模型

本文采用的非线性均衡器模型如图 2 所示,经过 GFDM 调制后的信号进入信道后加入高斯白噪声得到 $z(n)$,将 $z(n)$ 进行非线性建模得到 \mathbf{A} 。非线性建模采用 Volterra 的变化形式 GMP 方式建模。

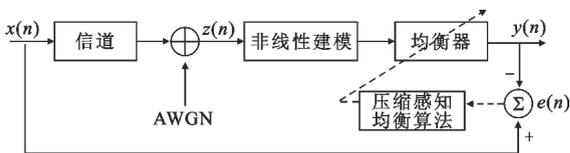


图 2 非线性自适应均衡器模型

Fig. 2 Nonlinear adaptive equalizer model

GMP 模型的表达式如下^[8]:

$$y_{\text{GMP}}(n) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{l=1}^L a_{ml} \cdot z(n-m) \cdot |z(n-m)|^{L-1} + \sum_{l=2}^L \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{p=1}^P b_{lmp} \cdot z(n-m) \cdot |z(n-m-p)|^{L-1} + \sum_{l=2}^L \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{q=1}^Q c_{lmq} \cdot z(n-m) \cdot |z(n-m+q)|^{L-1} \quad (3)$$

式中:第一项为同步包络项;第二项为滞后包络项;

最后一项为超前包络项; M 和 L 分别是记忆深度和非线性阶数; P 和 Q 分别为滞后深度及超前深度。考虑通信系统的特性以及对系数数量的进一步简化,在仿真时令 Q 为 0,即仅保留同步包络项及滞后包络项。

改写成矩阵形式可得到下式^[15]:

$$\mathbf{y}_{\text{GMP}} = \mathbf{A}_{\text{GMP}} \cdot \boldsymbol{\theta} \quad (4)$$

式中: $\boldsymbol{\theta}$ 为待估测系数向量; \mathbf{A}_{GMP} 包含同步包络项及滞后包络项,其第 n 行可表示为

$$\mathbf{A}_{\text{GMP}}(n) = [\mathbf{A}_{\text{aligned}}(n) \quad \mathbf{A}_{\text{lagging}}(n)] \quad (5)$$

式中:

$$\mathbf{A}_{\text{aligned}}^T(n) = \begin{bmatrix} z(n) \\ \vdots \\ z(n) |z(n)|^{L-1} \\ z(n-1) \\ \vdots \\ z(n-1) |z(n-1)|^{L-1} \\ \vdots \\ z(n-M+1) |z(n-M+1)|^{L-1} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\mathbf{A}_{\text{lagging}}^T(n) = \begin{bmatrix} z(n) |z(n-1)| \\ \vdots \\ z(n) |z(n-P)| \\ z(n) |z(n-1)|^2 \\ \vdots \\ z(n) |z(n-P)|^2 \\ \vdots \\ z(n-M+1) |z(n-M-P+1)|^{L-1} \end{bmatrix} \quad (7)$$

由 $z(n)$ 构造出 \mathbf{A}_{GMP} 后送入均衡器,将 \mathbf{A}_{GMP} 记为 \mathbf{A} 。均衡器系数 $\boldsymbol{\theta}$ 通过压缩感知均衡算法进行估算:

$$\boldsymbol{\theta} = \underset{\boldsymbol{\theta}}{\text{argmin}} \|\mathbf{x} - \mathbf{A}\boldsymbol{\theta}\| \quad (8)$$

2 压缩感知算法

2.1 OMP 算法

在 1.3 节中,介绍了利用 GMP 模型构造的非线性均衡器模型,由于无线信道经常呈现稀疏特性,为了进一步修剪系数,本文采用压缩感知算法来解决式(8)的问题。

OMP 算法是一种典型的压缩感知算法。该算法基于贪婪算法的思想,首先选择与目标结果最匹配的待挑选向量,求出对应的待估测系数以及残差,之后选择与该残差最匹配的向量,将该过程反复迭

代,最后残差在一个可忽略的范围内,则目标结果就可以表示成之前所有被选择向量的线性和。需要说明的是,在迭代的每一步都对全部选择的向量进行正交化处理。OMP 算法流程如下^[10]:

输入: $\mathbf{x}, \mathbf{A}, K$

输出:稀疏向量 $\hat{\theta}$, 该向量是 K 稀疏的

1 初始化:残差向量 $\mathbf{r}=\mathbf{x}, \mathbf{A}_0=\boldsymbol{\phi}, \mathbf{P}_0=\boldsymbol{\phi}, t=1$

2 循环部分

2.1 求得目标索引 λ , 满足

$$\lambda_t = \underset{j}{\operatorname{argmax}} |\langle \mathbf{r}, \mathbf{A}(:, j) \rangle|$$

2.2 $\mathbf{A}_t = \mathbf{A}_{t-1} \cup \{\lambda_t\}$

$$\mathbf{P}_t = \mathbf{P}_{t-1} \cup \{\mathbf{A}(:, \lambda_t)\}$$

2.3 $\hat{\theta} = \underset{\theta}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{x} - \mathbf{P}\hat{\theta}\| = (\mathbf{P}_t^H \mathbf{P}_t)^{-1} \mathbf{P}_t^H \mathbf{x}$

2.4 更新残差: $\mathbf{r}=\mathbf{x}-\mathbf{P}_t\hat{\theta}$

2.5 $t=t+1$, 如果 $t \leq K$, 跳到 2.1, 循环继续; 反之, 退出循环

3 得到结果:得到稀疏度为 K 的系数向量 θ , 其在 \mathbf{A} 位置有值, 值是最后一次计算所得的 $\hat{\theta}$, 即 $\theta(\mathbf{A}) = \theta\hat{\theta}$

算法中 $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{m \times n}$ 为非线性建模的感知矩阵, $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{m \times 1}$ 是输入信号向量, $\hat{\theta} \in \mathbb{C}^{n \times 1}$ 为待估计的稀疏向量, K 为系数的稀疏度。用该算法解决式 (8) 所提出的问题。

2.2 DOMP 算法

DOMP 算法强化了模型的稀疏参数识别中系数的选择, 在 OMP 算法的过程中增加了一步施密特正交化的操作, 进一步将选择的回归变量和待挑选的回归变量解相关, 使选择的基集与残差正交的同时, 与没有被选择的回归变量也正交, 实现了双重正交。

3 低计算量分组稀疏均衡方案

为了解决引言中提到的信道变化复杂的问题, 本文提出使用分组数据模式进行均衡。此外, 为了降低压缩感知追踪算法的复杂度, 本文利用分块矩阵求逆的原理, 对追踪算法进行了改进, 减少了算法的计算量。

3.1 分组数据模式

在复杂信道中, 一组均衡器的系数估计不能很好地适应信道的快速变化。因此采用分组数据的模式, 将数据分组分别经过压缩感知均衡算法, 对每组数据估算出不同的均衡器系数。将时域中串行的信号按照每组长度为 B_i 分组后分别进入均衡器, 再将

经过均衡器的信号串在一起进行后续的解调等一系列操作。经过仿真验证, 均衡效果得到了有效提升。

3.2 较低计算量的追踪算法

OMP 算法及 DOMP 算法都是压缩感知中效果很好的追踪算法, 然而如 2.1 节中算法所示, OMP 算法循环部分的 2.3 节中, 对向量的估计所使用的最小二乘求解的方法, 在每一次循环中都需要进行矩阵 $\mathbf{P}_t^H \mathbf{P}_t$ 求逆的操作, 复杂度非常大。为了降低算法的计算量, 本文提出一种基于分块矩阵求逆求解 $(\mathbf{P}_t^H \mathbf{P}_t)^{-1}$ 的方法。为了说明方便, 记 $(\mathbf{P}_t^H \mathbf{P}_t)^{-1} = \mathbf{S}_t$ 。

$t=1$ 时,

$$\mathbf{P}_1 \in \mathbb{C}^{m \times 1}$$

$$\mathbf{P}_1^H \mathbf{P}_1 = \|\mathbf{P}_1\|_2^2 \in \mathbb{C} \Rightarrow \mathbf{S}_1 = (\mathbf{P}_1^H \mathbf{P}_1)^{-1} = \frac{1}{\|\mathbf{P}_1\|_2^2} \quad (9)$$

$t=i$ 时,

$$\mathbf{P}_i \in \mathbb{C}^{m \times i}$$

$$\mathbf{P}_i = [\mathbf{P}_{i-1} \quad \mathbf{A}(:, \lambda_i)] \quad (10)$$

记 $\mathbf{A}(:, \lambda_i)$ 为 $\mathbf{A}_{|\lambda_i|}$, 则有

$$\mathbf{P}_i = [\mathbf{P}_{i-1} \quad \mathbf{A}_{|\lambda_i|}] \quad (11)$$

$$\mathbf{P}_i^H \mathbf{P}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{i-1}^H \mathbf{P}_{i-1} & \mathbf{P}_{i-1}^H \mathbf{A}_{|\lambda_i|} \\ \mathbf{A}_{|\lambda_i|}^H \mathbf{P}_{i-1} & \mathbf{A}_{|\lambda_i|}^H \mathbf{A}_{|\lambda_i|} \end{bmatrix} \quad (12)$$

分块矩阵求逆的公式由式 (13) 给出^[16]:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{-1} + \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} (\mathbf{D} - \mathbf{C} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{C} \mathbf{A}^{-1} & -\mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} (\mathbf{D} - \mathbf{C} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B})^{-1} \\ -(\mathbf{D} - \mathbf{C} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{C} \mathbf{A}^{-1} & (\mathbf{D} - \mathbf{C} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B})^{-1} \end{bmatrix} \quad (13)$$

使用式 (13) 需要满足的条件是 \mathbf{A} 可逆, \mathbf{D} 可逆, 且 $|\mathbf{D} - \mathbf{C} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}| \neq 0$

$$\mathbf{S}_i = (\mathbf{P}_i^H \mathbf{P}_i)^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{i-1}^H \mathbf{P}_{i-1} & \mathbf{P}_{i-1}^H \mathbf{A}_{|\lambda_i|} \\ \mathbf{A}_{|\lambda_i|}^H \mathbf{P}_{i-1} & \mathbf{A}_{|\lambda_i|}^H \mathbf{A}_{|\lambda_i|} \end{bmatrix}^{-1} \quad (14)$$

其对应的

$$\begin{cases} \mathbf{A} = \mathbf{P}_{i-1}^H \mathbf{P}_{i-1} \in \mathbb{C}^{(i-1) \times (i-1)} \\ \mathbf{B} = \mathbf{P}_{i-1}^H \mathbf{A}_{|\lambda_i|} \in \mathbb{C}^{(i-1) \times 1} \\ \mathbf{C} = \mathbf{A}_{|\lambda_i|}^H \mathbf{P}_{i-1} \in \mathbb{C}^{1 \times (i-1)} \\ \mathbf{D} = \mathbf{A}_{|\lambda_i|}^H \mathbf{A}_{|\lambda_i|} \in \mathbb{C}^{1 \times 1} \end{cases} \quad (15)$$

显然, 满足使用式 (13) 的条件, 继而推出

$$\begin{cases} \mathbf{A}^{-1} = \mathbf{S}_{i-1} \\ \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B} = \mathbf{S}_{i-1}\mathbf{P}_{i-1}^H\mathbf{A}_{|\lambda_t|} \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}_{|\lambda_t|}^H\mathbf{P}_{i-1}\mathbf{S}_{i-1} \\ (\mathbf{D} - \mathbf{C}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B})^{-1} = \frac{1}{\|\mathbf{A}_{|\lambda_t|}\|_2^2 - \mathbf{A}_{|\lambda_t|}^H\mathbf{P}_{i-1}\mathbf{S}_{i-1}\mathbf{P}_{i-1}^H\mathbf{A}_{|\lambda_t|}} \end{cases} \quad (16)$$

因此得到

$$\mathbf{S}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{S_i} & \mathbf{B}_{S_i} \\ \mathbf{C}_{S_i} & \mathbf{D}_{S_i} \end{bmatrix} \quad (17)$$

式中:

$$\begin{cases} \mathbf{A}_{S_i} = \mathbf{S}_{i-1} + \frac{\mathbf{S}_{i-1}\mathbf{P}_{i-1}^H\mathbf{A}_{|\lambda_t|}\mathbf{A}_{|\lambda_t|}^H\mathbf{P}_{i-1}\mathbf{S}_{i-1}}{\|\mathbf{A}_{|\lambda_t|}\|_2^2 - \mathbf{A}_{|\lambda_t|}^H\mathbf{P}_{i-1}\mathbf{S}_{i-1}\mathbf{P}_{i-1}^H\mathbf{A}_{|\lambda_t|}} \\ \mathbf{B}_{S_i} = \frac{-\mathbf{S}_{i-1}\mathbf{P}_{i-1}^H\mathbf{A}_{|\lambda_t|}}{\|\mathbf{A}_{|\lambda_t|}\|_2^2 - \mathbf{A}_{|\lambda_t|}^H\mathbf{P}_{i-1}\mathbf{S}_{i-1}\mathbf{P}_{i-1}^H\mathbf{A}_{|\lambda_t|}} \\ \mathbf{C}_{S_i} = \frac{-\mathbf{A}_{|\lambda_t|}^H\mathbf{P}_{i-1}\mathbf{S}_{i-1}}{\|\mathbf{A}_{|\lambda_t|}\|_2^2 - \mathbf{A}_{|\lambda_t|}^H\mathbf{P}_{i-1}\mathbf{S}_{i-1}\mathbf{P}_{i-1}^H\mathbf{A}_{|\lambda_t|}} \\ \mathbf{D}_{S_i} = \frac{1}{\|\mathbf{A}_{|\lambda_t|}\|_2^2 - \mathbf{A}_{|\lambda_t|}^H\mathbf{P}_{i-1}\mathbf{S}_{i-1}\mathbf{P}_{i-1}^H\mathbf{A}_{|\lambda_t|}} \end{cases} \quad (18)$$

可以看出,追踪算法中只需要保留上一次循环所求逆的结果,就可以在新一次求逆的过程中避免复杂的求逆过程,得到新的数值。

综上,将追踪算法的 2.3 步进行如下改进可降低算法的计算量:

$$\text{若 } t=1, \text{ 则 } \mathbf{S}_t = \frac{1}{\|\mathbf{P}_1\|_2^2}, \text{ 若 } t>1, \text{ 则} \quad (19)$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{P}_{t-1}^H\mathbf{A}_{|\lambda_t|}$$

$$\beta = \frac{1}{\|\mathbf{A}_{|\lambda_t|}\|_2^2 - \mathbf{F}^H \times \mathbf{S}_{t-1} \times \mathbf{F}} \quad (20)$$

$$\mathbf{S}_t = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{t-1} + \beta \times \mathbf{S}_{t-1} \times \mathbf{F} \times \mathbf{F}^H \times \mathbf{S}_{t-1} & -\beta \times \mathbf{S}_{t-1} \times \mathbf{F} \\ -\beta \times \mathbf{F}^H \times \mathbf{S}_{t-1} & \beta \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{S}_t \mathbf{P}_t^H \mathbf{x} \quad (22)$$

综上所述,将每次循环中求解 \mathbf{S}_t 的步骤做了改进,避免了矩阵求逆的运算,在第 t 次循环中,改进前后求解 \mathbf{S}_t 计算复杂度分别为 $O(m \cdot t^2 + t^3)$ 和 $O(m \cdot t + t^2)$, m 代表输入向量 \mathbf{x} 的长度。本文提出的方法在每一次循环中都降低了计算复杂度,进而达到减小算法整体复杂度的目的。

对于 OMP 算法及 DOMP 算法,当使用快速变换后,正交化的步骤中矩阵求逆通常成为算法的瓶

颈。在本文提出的低复杂度的算法中,摒弃了复杂的求逆运算,只需要在每步的循环中,使用矩阵乘法进行迭代计算。实际上使用快速变换后,矩阵乘法的运算速度能够得到进一步地提升,因此本文提出的低复杂度的方式具有相当明显的优势。

3.3 改进的稀疏均衡方案

本文提出了一种基于压缩感知追踪算法和分组数据模式的低计算量分组稀疏均衡方案。将进入信道前的时域信号 \mathbf{x} 进行分组,每组数据长度为 B_t ,分别进入均衡器,将每组的输出串行在一起得到与 \mathbf{x} 长度相同的 \mathbf{y} , \mathbf{y} 再进入 GFDM 解调器。在 1.3 节中叙述了本文采用的非线性均衡器模型,为了解决式(8)所提出的问题,可采用 3.2 节中提出的低计算量的改进 OMP 算法或低计算量的改进 DOMP 算法,其中输入的 \mathbf{x} 为经过分组的时域信号, \mathbf{A} 为经过分组的信号进行 1.3 节所述 GMP 方式建模之后的测量矩阵。

低计算量的改进 OMP 算法流程如下:

输入: $\mathbf{x}_{B_t \times 1}, \mathbf{A}_{B_t \times n}, K$

输出: 稀疏向量 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{n \times 1}$, 该向量是 K 稀疏的

1 初始化: $\mathbf{r} = \mathbf{x}, \mathbf{A}_0 = \boldsymbol{\phi}, \mathbf{P}_0 = \boldsymbol{\phi}, t = 1$

2 循环部分

2.1 $\lambda_t = \operatorname{argmax}_j |\langle \mathbf{r}, \mathbf{A}(:, j) \rangle|$

2.2 $\mathbf{A}_t = \mathbf{A}_{t-1} \cup \{\mathbf{A}_{|\lambda_t}\}$

$\mathbf{P}_t = \mathbf{P}_{t-1} \cup \{\mathbf{A}(:, \lambda_t)\}$

2.3 若 $t=1$, 则 $\mathbf{S}_t = \frac{1}{\|\mathbf{P}_1\|_2^2}$; 若 $t>1$, 则

$\mathbf{F} = \mathbf{P}_{t-1}^H \mathbf{A}_{|\lambda_t|}$

$\beta = \frac{1}{\|\mathbf{A}_{|\lambda_t|}\|_2^2 - \mathbf{F}^H \times \mathbf{S}_{t-1} \times \mathbf{F}}$

$$\mathbf{S}_t = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{t-1} + \beta \times \mathbf{S}_{t-1} \times \mathbf{F} \times \mathbf{F}^H \times \mathbf{S}_{t-1} & -\beta \times \mathbf{S}_{t-1} \times \mathbf{F} \\ -\beta \times \mathbf{F}^H \times \mathbf{S}_{t-1} & \beta \end{bmatrix}$$

$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{S}_t \mathbf{P}_t^H \mathbf{x}$

2.4 更新残差: $\mathbf{r} = \mathbf{x} - \mathbf{P}_t \hat{\boldsymbol{\theta}}$

2.5 $t = t + 1$, 如果 $t \leq K$, 跳到 2.1, 循环继续; 反之, 退出循环

3 得到结果 $\boldsymbol{\theta}(\mathbf{A}) = \hat{\boldsymbol{\theta}}$

低计算量的改进 DOMP 算法流程如下:

输入: $\mathbf{x}_{B_t \times 1}, \mathbf{A}_{B_t \times n}, K$

输出: 稀疏向量 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{n \times 1}$, 该向量是 K 稀疏的

1 初始化

1.1 $\mathbf{r} = \mathbf{x}, \mathbf{A} = \boldsymbol{\phi}, \mathbf{P} = \boldsymbol{\phi}, t = 1, \mathbf{Z} = \mathbf{A}$

1.2 系数矩阵归一化: $\mathbf{Z}(:, i) = \mathbf{Z}(:, i) / \|\mathbf{Z}(:, i)\|_2$

2 循环部分

$$2.1 \quad \lambda = \operatorname{argmax}_j |\langle \mathbf{r}, \mathbf{Z}(:, j) \rangle|$$

$$2.2 \quad \mathbf{A} = \mathbf{A} \cup \{\lambda\}$$

$$\mathbf{P} = \mathbf{P} \cup \{\mathbf{Z}(:, \lambda)\}$$

施密特正交化:

$$\mathbf{U} = \mathbf{Z}(:, \lambda)^H \mathbf{r}$$

$$\mathbf{Z} = \mathbf{Z} - \mathbf{U} \otimes \mathbf{Z}(:, \lambda)$$

式中: \otimes 代表克罗内克乘积, 也叫张量乘积。

2.3 若 $t=1$, 则 $\mathbf{S}_t = \frac{1}{\|\mathbf{P}_1\|_2^2}$; 若 $t>1$, 则

$$\mathbf{F} = \mathbf{P}_{t-1}^H \mathbf{A}_{|\lambda_t|}$$

$$\beta = \frac{1}{\|\mathbf{A}_{|\lambda_t|}\|_2^2 - \mathbf{F}^H \times \mathbf{S}_{t-1} \times \mathbf{F}}$$

$$\mathbf{S}_t = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{t-1} + \beta \times \mathbf{S}_{t-1} \times \mathbf{F} \times \mathbf{F}^H \times \mathbf{S}_{t-1} & -\beta \times \mathbf{S}_{t-1} \times \mathbf{F} \\ -\beta \times \mathbf{F}^H \times \mathbf{S}_{t-1} & \beta \end{bmatrix}$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{S}_t \mathbf{P}_t^H \mathbf{x}$$

2.4 更新残差: $\mathbf{r} = \mathbf{x} - \mathbf{P} \hat{\boldsymbol{\theta}}$

2.5 $t=t+1$, 如果 $t \leq K$, 跳到循环部分的 2.1, 循环继续; 反之, 退出循环

2.6 得到结果: $\boldsymbol{\theta}(\mathbf{A}) = \hat{\boldsymbol{\theta}}$

4 仿真结果与分析

4.1 仿真参数

为了验证本文所提出的基于压缩感知追踪算法和分组数据模式的稀疏分组均衡器方案在 GFDM 系统中的效果, 在 Matlab R2019a 中进行仿真实验。GFDM 系统的参数见表 1, 其中有效信息载波位置表示前端的 6 个载波和末尾的 5 个载波。

表 1 GFDM 系统参数
Tab. 1 Parameters of GFDM system

GFDM 系统参数	设置
载波数	128
子符号数	15
分块数	3
有效信息载波位置	-5 : 5
调制方式	16QAM
信号 $x(n)$ 长度	5 808
仿真次数	2 000

本文主要参考乡村视距 (Rural Line of Sight, RLoS) 无线传输信道模拟信道环境, 对莱斯信道的仿真参数说明如下: 散射路径数目 $L=2$, 最大多普勒频移 $f_d=100$ Hz, 直射路径的归一化功率为 0 dB, 莱斯因子 $K_r=10$, 散射路径的时延为 $\tau_1=[83$ ms,

183 ms], 散射路径的归一化功率为 $P_1=[-14$ dB, -10 dB], 散射路径多普勒频偏 $f_{d1}=[61.5$ Hz, -36.9 Hz]。

非线性均衡器采用节 1.3 中所述的 GMP 模型建模, 令记忆深度 $M=6$, 非线性阶数 $L=3$, 滞后深度 $P=5$, 系数总数为 78 个。综合考虑计算量及信道的稀疏特性, 在使用追踪算法时, 令稀疏度 $K=30$ 。

4.2 信号分组长度对均衡效果的影响

将数据分成多组, 每组的信号长度记为 B_l , 图 3 给出了 B_l 分别等于 48, 66, 88, 726, 1 452, 5 808 时, 在 RLoS 信道下, 使用低计算量的 OMP 算法, 误码率性能随信噪比变化的曲线, 图 4 给出了在信噪比为 15 dB 时接收信号的星座图。

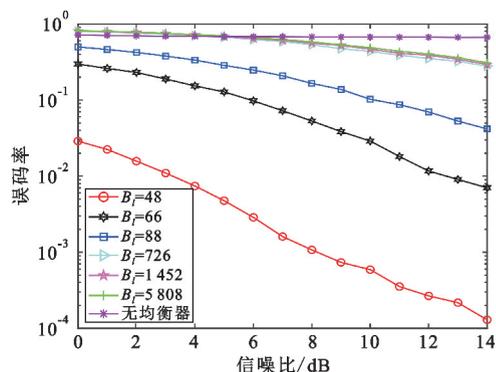


图 3 RLoS 信道中 OMP 均衡算法下不同 B_l 的误码率曲线对比

Fig. 3 Comparison of SER curves for different B_l with OMP equalization algorithm in RLoS channel

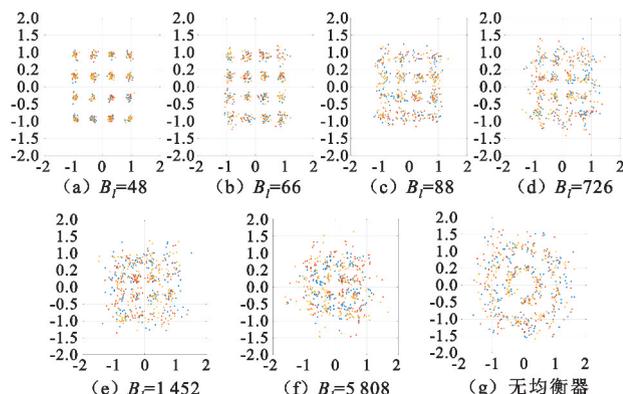


图 4 RLoS 信道中 OMP 均衡算法下不同 B_l 对应的接收信号星座图

Fig. 4 Constellation diagram of received signals with different B_l for OMP equalization algorithm in RLoS channel

通过比较可以看出, 均衡器不同程度地消除了信道带来的 ISI, B_l 越小, 均衡效果越好。若信号不进行分组, 或 B_l 选择过大, 误码率会很大。

4.3 改进的低计算量算法对均衡的作用

固定每组信号长度 $B_l = 48$, 在 RLOS 信道中进行仿真分析。图 5 给出了使用 OMP 算法、DOMP 算法、改进 OMP 算法、改进 DOMP 算法、不进行分组的 OMP 算法,以及无均衡器时,误码率性能随信噪比变化的曲线。为了分析计算复杂度及运行时间,本文在同一台电脑上将几个算法依据不同信噪比仿真 2 000 次所用的运行时间做了平均处理,并进行了比较分析,具体结果如表 2 所示。

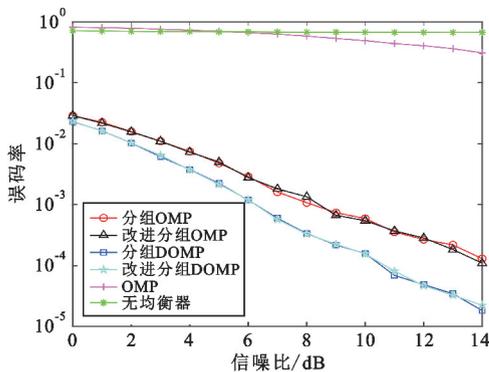


图 5 不同算法的误码率性能比较

Fig. 5 SER performance comparison of different algorithms

表 2 不同算法仿真所用平均时间比较

Tab. 2 Comparison of average time for simulation of different algorithms

算法	仿真所需平均时间/s
OMP 算法	968.392 6
改进 OMP 算法	467.923 2
DOMP 算法	1 257.199 3
改进 DOMP 算法	832.041 0

通过图 5 可以看出,不进行分组的 OMP 算法的均衡效果不太理想,分组后的 OMP 算法与改进 OMP 算法误码率性能几乎相同,DOMP 算法与其改进算法误码率性能也几乎相同,整体好于 OMP 算法及其改进 OMP 算法,即提出的新的低计算量的算法的误码率性能跟改进前的算法维持在几乎相同的水平。但是,如表 2 所示,DOMP 算法 2 000 次的运行时间比 OMP 算法耗费时间长约 300 s,改进的 OMP 算法比 OMP 节省了约 500 s 的时间,改进的 DOMP 算法比 DOMP 节省了约 400 s 的时间。由此可知,DOMP 算法精度的提高是以提升复杂度为代价的,然而本文所提出的算法仅增加了 $O(1)$ 量级的空间复杂度,却使得仿真所需的时间缩短了接近一

半,同时将 78 个均衡器系数修剪为 30 个,使均衡器的实现变得更加高效,减小了自适应均衡的计算复杂度,缩短了均衡所需时间。

5 结 论

GFDM 系统作为 5G 候选波形之一具有频谱利用率高、复杂度低、带外泄露小等诸多优点,但在多径传播信道环境中同样会存在严重的符号间干扰问题,而合适的均衡方案可以解决此问题。为了提升对复杂信道的均衡效果,利用多径信道的稀疏特性,本文提出了一种基于压缩感知追踪算法和分组数据模式的低计算量稀疏分组均衡方案。为了应对复杂的稀疏信道模型,本文先使用 GMP 模型对均衡器的输入信号进行了非线性建模,且均衡过程中采用了分组数据模式,其次利用分块矩阵求逆的原理,摒弃了复杂的矩阵求逆运算,在每步的循环中使用矩阵乘法进行了迭代计算,改进了原先的 OMP 算法及 DOMP 算法。

Matlab 仿真实验表明,该方案不但将 78 个均衡器系数修剪为 30 个,降低了均衡器复杂度,而且将矩阵求逆运算转换为迭代计算矩阵乘法,明显地降低了计算量,缩短了仿真所需的时间,并且有效地消除了 ISI,提升了误码率性能。分组均衡中,每组信号的长度越小,均衡效果越好。但是,应对简单的信道,分组长度不需要很小就已经可以得到很好的误码率性能,因此,应适当选取参数,避免造成资源浪费。

参考文献:

- [1] SHAIK H, ZAYANI R, MEDJAHDI Y, et al. Analytical analysis of SER for beyond 5G post-OFDM waveforms in presence of high power amplifiers [J]. IEEE Access, 2019, 7: 29441-29452.
- [2] FETTWEIS G, KRONDORF M, BITTNER S. GFDM-generalized frequency division multiplexing [C]// Proceedings of IEEE 69th Vehicular Technology Conference. Barcelona: IEEE, 2009: 1-4.
- [3] MICHAILOW N, MATTHÉ M, GASPARI S, et al. Generalized frequency division multiplexing for 5th generation cellular networks [J]. IEEE Transactions on Communications, 2014, 62(9): 3045-3061.
- [4] 马思扬. 稀疏多径信道均衡技术研究[D]. 郑州: 解放军信息工程大学, 2016.
- [5] PALM G, POGGIO T. The Volterra representation and the Wiener expansion: validity and pitfalls [J]. SIAM Journal on Applied Mathematics, 2006, 33(2): 195-216.

- [6] CHO J, LE S T. Volterra equalization to compensate for transceiver nonlinearity: performance and pitfalls [C] // Proceedings of Optical Fiber Communication Conference 2022. San Diego: Optica Publishing Group, 2022: 1-3.
- [7] DING L, ZHOU G T, MORGAN D R, et al. A robust digital baseband predistorter constructed using memory polynomials [J]. IEEE Transactions on Communications, 2004, 52(1): 159-165.
- [8] MORGAN D R, MA Z, KIM J, et al. A generalized memory polynomial model for digital predistortion of RF power amplifiers [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(10): 3852-3860.
- [9] 吴凌华, 张小川. 压缩感知的发展与应用 [J]. 电讯技术, 2011, 51(1): 120-124.
- [10] PATI Y C, REZAIIFAR R, KRISHNAPRASAD P S. Orthogonal matching pursuit: recursive function approximation with applications to wavelet decomposition [C] // Proceedings of 27th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers. Pacific Grove: IEEE, 2002: 40-44.
- [11] BECERRA J A, MADERO-AYORA M J, REINATOSINA J, et al. A doubly orthogonal matching pursuit algorithm for sparse predistortion of power amplifiers [J]. IEEE Microwave and Wireless Components Letters, 2018, 28(8): 726-728.
- [12] 张钟文. GFDM 通信系统信道估计技术的研究 [D]. 大连: 大连海事大学, 2020.
- [13] BHATNAGAR M R, M K A. Performance analysis of AF based hybrid satellite-terrestrial cooperative network over generalized fading channels [J]. IEEE Communications Letters, 2013, 17(10): 1912-1915.
- [14] 左凤丽. 高速移动环境下 OFDM 系统关键技术研究 [D]. 西安: 西安电子科技大学, 2014.
- [15] 赵亚涛. 宽带通信中数字预失真技术研究 with 验证 [D]. 成都: 电子科技大学, 2017.
- [16] 郝同壬. 关于用分块矩阵法求逆阵 [J]. 广东工学院学报, 1988, 5(2): 111-115.

作者简介:

刘佳宁 女, 2000 年生于内蒙古满洲里, 2020 年获学士学位, 现为硕士研究生, 主要研究方向为无线通信技术。

牛安东 女, 1996 年生于辽宁沈阳, 2022 年获硕士学位, 主要研究方向为无线通信技术。

苗 硕 男, 1996 年生于天津, 2022 年获硕士学位, 主要研究方向为无线通信技术。

李英善 女, 1972 年生于吉林龙井, 2006 年于韩国忠北国立大学获博士学位, 现为南开大学副教授, 主要研究方向为宽带无线通信、通信信号处理。