

doi:10.3969/j.issn.1001-893x.2016.11.012

引用格式:李根,梁玉英.基于孔径长度域重采样的快速恒定束宽波束形成[J].电讯技术,2016,56(11):1248-1254.[LI Gen,LIANG Yuying.Fast constant beamwidth beamforming based on aperture length domain resampling[J].Telecommunication Engineering,2016,56(11):1248-1254.]

基于孔径长度域重采样的快速恒定束宽波束形成*

李 根**,梁玉英

(军械工程学院 电子与光学工程系,石家庄 050003)

摘 要:为解决宽带阵列天线波束宽度抖动的问题,在分析阵元权系数和阵列方向图傅里叶变换关系的基础上,提出了一种基于孔径长度域重采样的快速恒定束宽宽带波束形成方法。该方法通过期望方向图的傅里叶反变换获取孔径长度域上的权系数曲线,然后用不同的采样间隔对该权系数曲线进行重采样得到不同频率下的阵元权系数。由于仅需进行一次积分运算,该方法具有运算量小、速度快的特点。为使阵列方向图在恒定束宽的基础上具有更好的方向性,通过对孔径长度域拟合度的分析给出了期望方向图的设计方法。仿真结果表明所提方法可以快速形成方向性较好的宽带阵列恒定束宽方向图。

关键词:宽带阵列天线;波束形成;恒定束宽;孔径长度域重采样;期望方向图

中图分类号:TN958.92 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-893X(2016)11-1248-07

Fast Constant Beamwidth Beamforming Based on Aperture Length Domain Resampling

LI Gen, LIANG Yuying

(Department of Electronic and Optical Engineering, Ordnance Engineering College, Shijiazhuang 050003, China)

Abstract: In order to solve the problem of beam width jitter for wideband array antenna, the Fourier transform relationship between weighting coefficients of the array elements and array antenna pattern is analyzed. According to it, a novel fast constant beamwidth wideband beamforming method based on the aperture length domain resampling is proposed. The weighting coefficient curve in the aperture length domain can be obtained by the inverse Fourier transform of the desired pattern. Then, weights of elements under different frequencies can be acquired by resampling the weighting coefficient curve. This method requires only once integral calculation, so it has the characteristics of small calculating amount and fast speed. To make the array pattern have better directivity on the basis of constant beamwidth, the design method of the desired pattern is proposed according to the analysis of fitting degree in the aperture length domain. Simulation results demonstrate that the proposed method can rapidly form the pattern with constant beamwidth and better direction.

Key words: wideband array antenna; beamforming; constant beamwidth; aperture length domain resampling; desired pattern

1 引 言

在雷达、声纳、无线通信、麦克风阵列等领域,宽带信号开始被广泛使用。近年来,宽带波束形成已

经成为阵列信号处理的研究热点之一^[1-3]。恒定束宽波束形成是宽带波束形成、宽带波束域高分辨测角等领域必须首先解决的重要问题。

* 收稿日期:2016-02-26;修回日期:2016-06-12 Received date:2016-02-26;Revised date:2016-06-12

基金项目:国防预研基金项目(9140A19031015JB34001)

Foundation Item:The National Defense Pre-research Fund(9140A19031015JB34001)

** 通信作者:307708608@qq.com Corresponding author:307708608@qq.com

目前, 恒定束宽的实现方法可分为频域实现和时域实现两类^[4-6]。频域实现方法是一种块处理方法, 块与块之间的相位无法连接, 会造成时域信号的不连续。时域实现方法能够保证信号在时域上的连续性, 可以实时调整阵元加权系数, 具有更普遍的应用。时域恒定束宽波束形成通常采用期望波束逼近法^[7-9], 它主要通过在一频点上去逼近所构建的期望波束来实现。文献[10-12]将恒定束宽波束形成转化为二阶锥规划问题, 并基于内点法进行凸优化求解。文献[13]提出了基于空间重采样的均匀线阵恒定束宽波束形成方法, 该方法需要在每个频率点上进行数字信号到模拟信号的恢复运算, 当宽带信号划分的频点过多时, 将会产生较大的运算量。期望波束逼近和凸优化求解等方法需要进行大量复杂的矩阵运算, 因此更多应用于复杂环境下固定接收波束的恒定束宽波束形成。

本文从阵列权系数和方向图的傅里叶变换关系出发, 研究适用于宽带阵列发射波束形成的快速恒定束宽波束形成方法: 首先分析了宽带阵列波束宽度抖动的成因及信号带宽与波束宽度抖动程度的关系, 然后介绍了孔径长度域重采样的方法, 并根据信号采样理论和傅里叶变换理论给出了期望方向图的设计方法。

2 恒定束宽波束形成方法

2.1 波束宽度抖动程度分析

位于平面坐标系中的一维 N 元线阵天线结构如图 1 所示。

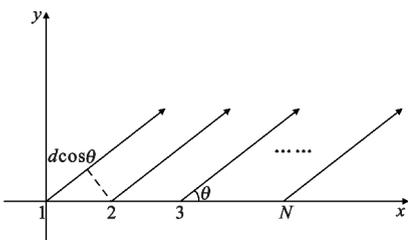


图 1 一维阵列天线结构

Fig. 1 Structure of one-dimensional array antenna

阵列天线处理窄带信号时, 远场方向图为^[14]

$$S(\theta) = \frac{1}{N} \frac{\sin(\frac{\pi Nd}{\lambda} \cos\theta)}{\sin(\frac{\pi d}{\lambda} \cos\theta)} \quad (1)$$

式中: N 为阵元个数; d 为阵元间距; λ 为工作波长。

令 $|S(\theta)| = 1/\sqrt{2}$, 数值法分析得

$$\frac{\pi Nd}{\lambda} \cos\theta = 1.4 \quad (2)$$

半功率波束宽度约为

$$\Delta\theta \approx 0.886 \frac{\lambda}{(N-1)d} \quad (3)$$

天线等效的孔径长度 $L = \frac{(N-1)d}{\lambda}$, 则

$$\Delta\theta \approx 0.886/L \quad (4)$$

定义 $\zeta = \frac{\Delta f}{f_0}$ 为宽带信号的相对带宽, 其中 f_0 为

信号的起始频率, ρ 为信号带宽内波束宽度的相对抖动程度, 定义为阵列波束的半功率宽度在整个信号带宽内的最大变化量与最小值的比值:

$$\rho = \frac{(\Delta\theta)_{\max} - (\Delta\theta)_{\min}}{(\Delta\theta)_{\min}} \quad (5)$$

根据式(4)和式(5), ρ 与 ζ 关系为

$$\rho \approx \zeta \quad (6)$$

由此可知, 阵列天线处理宽带信号时, 波束宽度的抖动程度随相对带宽的增大而增加。波束宽度的抖动会使处于主瓣宽度内却又不在于波束指向方向上的目标回波产生失真, 这种失真将对信号的能量接收、信号波形分析、目标识别、宽带测向等一系列处理结果产生影响^[15]。

2.2 孔径长度域重采样方法

阵列的孔径长度是指以波长为单位衡量的阵列尺寸的大小, 对于一个固定阵元间距的宽带阵列天线, 其孔径长度是随信号频率变化的。对一个 $2N+1$ 个阵元的均匀线性阵列, 阵元间距为 d , 信号角频率 w , 工作波长为 λ , 其远场方向图为

$$B(w, \theta) = \sum_{n=-N}^N I_n e^{-jnw d \cos\theta/c} \quad (7)$$

令 $\varphi = wd \cos\theta/c$, 简化式(7), 得

$$B(\varphi) = \sum_{n=-N}^N I_n e^{-jn\varphi} \quad (8)$$

从上式中可以发现, $B(\varphi)$ 与 I_n 构成一对傅里叶变换, 阵元系数对应时域, 方向图对应频域响应。通过对期望方向图进行傅里叶反变换可以求得阵元加权系数 I_n 。一般期望方向图是关于阵列法线方向对称的, 由傅里叶变换的奇偶特性可知相应的阵元加权系数一定是实对称的, 即 $I_n = I_{-n}$ 。

公式(8)可以写作

$$B(\theta) = I_0 + 2 \sum_{n=1}^N I_n \cos(nw d \cos\theta/c) \quad (9)$$

阵元权系数通过求解傅里叶级数的系数得到:

$$I_n = \frac{1}{T_p} \int_0^\pi B(\theta) \cos(n\varphi) \sin\theta d\theta. \quad (10)$$

式中: $T_p = 2\pi c/dw$ 。

阵元的权系数可以看作是对一个线源权系数曲线的采样,采样间隔为 $w d/c$ 。随频率变化用不同的采样间隔对孔径长度域上的固定线源权系数曲线进行重采样,可以使阵列天线在不同的频率点形成一致的方向图。阵元间距趋于无穷小时,傅里叶级数转为傅里叶变换得到线源的权系数曲线如下:

$$I(l) = \int_0^\pi B(\theta) \cos(2\pi l \cos\theta) \sin\theta d\theta. \quad (11)$$

式中: $-L/2 \leq l \leq L/2$, L 为线源的孔径长度。

当雷达采用的宽带信号为线性调频信号时,设发射信号波形为

$$S_{\text{LFM}}(t) = A(t) e^{j(2\pi f_0 t + \frac{1}{2} u t^2)}. \quad (12)$$

式中: $-\frac{\tau}{2} \leq t \leq \frac{\tau}{2}$; τ 为脉冲宽度; f_0 为载频; u 为调频斜率; $A(t)$ 为信号复包络,则发射信号在 t 时刻的角频率为 $w_t = 2\pi f_0 + ut$ 。用不同角频率 w_t 在孔径域上对应的采样间隔 $w_t d / (2\pi c)$ 对 $I(l)$ 进行重采样,可以得到该频率对应第 n 个阵元的加权系数为

$$I_n(w_t) = I(l) \Big|_{l = n w_t d / (2\pi c)}. \quad (13)$$

在一个脉冲时间 $-\frac{\tau}{2} \leq t \leq \frac{\tau}{2}$ 内, l 与 t 的关系为

$$l(t) = n(2\pi f_0 + ut/2) d / (2\pi c). \quad (14)$$

第 n 个阵元在一个脉冲内的时变加权系数为

$$I_n(t) = I[l(t)]. \quad (15)$$

由式(14)可知, $l(t)$ 关于 t 是线性递增的,在一个发射脉冲内,第 n 个阵元的时变加权系数为 $I(l)$ 曲线上第 n 小段连续曲线,该段曲线起点为最低频率对应的抽样点,终点为最高频率对应的抽样点。

因此,对采用线性调频信号的宽带阵列天线,运用孔径长度域重采样法对第 N 个阵元的发射的脉冲信号在时域上加 $I_n(t)$ 窗可形成恒定束宽方向图。

3 期望方向图设计

获取阵元在不同频率下的权系数时需要期望方向图进行傅里叶反变换和重采样,因此,期望方向图的设计应考虑信号采样和傅里叶变换理论。

3.1 基于信号采样理论的分析

式(11)中 θ 的取值范围是 $[0, \pi]$, 则 $-2\pi \leq 2\pi \cos\theta \leq 2\pi$, 因此, $I(l)$ 包含的最大频率分量为 2π 。在对 $I(l)$ 进行采样时,为使得到的方向图不失真,

根据奈奎斯特采样定律,采样频率至少为 4π , 对应的采样间隔不能超过 $1/4\pi$ 。对于阵列天线,阵元间距通常为信号中心频率对应波长的一半,波束指向阵列天线的法向方向时阵元间距孔径长度最大为 $d=1/2$, 当发射波束在 $\pm 60^\circ$ 范围内扫描时,最小的阵元间距孔径长度为 $d_{\min} = 1/4$ 。因此,孔径长度域重采样法的采样过程对于不同指向的波束都是欠采样的。在时域对信号进行欠采样会造成频谱混叠,用孔径长度域重采样法形成的实际方向图是期望方向图部分混叠的结果,混叠部分一般为期望方向图的副瓣区。因此,孔径长度域重采样法会提高实际阵列方向图的副瓣电平,且期望方向图的副瓣电平越高这种混叠效应越明显。为避免产生较高的副瓣电平,期望方向图应选择副瓣电平较低或为零的方向图。

3.2 基于傅里叶变换理论的分析

傅里叶变换不确定原理指出信号在时域和频域的分布相对集中时,信号的时域扩展和频域扩展不能无限小^[16]:

$$\Delta t^2 \cdot \Delta u_{cl}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} |(t-t_0)f(t)| dt \times \int_{-\infty}^{\infty} |(u-u_0)F(u)| du \geq 1/4. \quad (16)$$

式中: Δt^2 和 Δu_{cl}^2 分别为信号的时域扩展和频域扩展; $f(t)$ 为信号的时域分布; t_0 为时域扩展中心; $F(u)$ 为信号的频域分布; u_0 为频域扩展中心。傅里叶不确定原理指出了时域扩展和频域扩展乘积的一个下限,对于阵列天线,不确定性原理意味着一个高分辨的频域波束响应需要一个大的孔径长度域扩展。在阵列中,对于固定孔径长度的阵列天线用傅里叶逆变换进行权系数加权时,阵列所形成的方向图波束宽度是有下限的,因此,期望方向图的波束宽度不能小于阵列所能形成的最窄波束宽度。

3.3 期望方向图模型设计

为了避免由欠采样导致的阵列实际方向图副瓣电平的抬高,期望方向图应选择波束宽度可控且副瓣电平较低的期望方向图。本文设计的理想余弦期望方向图如下:

$$f_a(u) = \begin{cases} \cos(\frac{\pi}{2a}u), & -a \leq u \leq a \\ 0, & \text{其他} \end{cases}. \quad (17)$$

式中: $u = \cos\theta$; $-\pi \leq \theta \leq \pi$; $0 \leq a \leq 1$ 。

在主瓣区为周期为 $4a$ 的半个余弦波形,可以通过调整 a 的值来控制主瓣宽度。主瓣区以外的方向函数为零,设计的理想余弦期望方向图没有副瓣,如

图 2 ($a=0.3$) 所示。

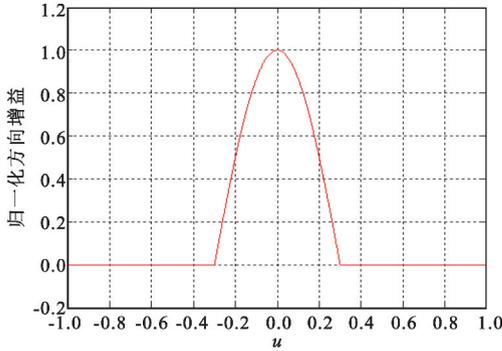


图 2 理想余弦期望方向图
Fig.2 Ideal cosine desired pattern

由于期望方向图和阵元的权系数是傅里叶变换关系,通过对期望方向图进行傅里叶反变换得到加权系数在孔径长度上的连续分布,如图 3 所示。

$$I(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_a(u) e^{j2\pi ut} dw = \int_{-a}^a \cos\left(\frac{\pi}{2a}u\right) e^{j2\pi ut} dw = \frac{4a \cos(2\pi t)}{\pi [1 - (4at)^2]} \quad (18)$$

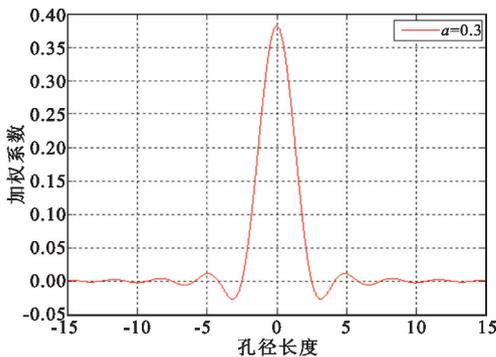


图 3 期望方向图权系数曲线
Fig.3 Weighting coefficient curve of desired pattern

由于期望方向图在主瓣零点处有截断,权系数含有高频分量是分布在无穷区间上的,要实现完整的期望方向图,则要求天线必须是无限长的线源,因此,阵元个数和阵元间距等阵列天线参数将会影响实际方向图对期望方向图的拟合效果。

天线阵元非均匀加权时,阵列形成的方向图很难显式表达。为了便于分析实际方向图对期望方向图的拟合效果,根据阵元权系数和方向图之间的傅里叶变换关系,利用实际权系数对理想线源权系数的拟合度来近似表示实际方向图对理想方向图的拟合度。阵列天线等效的孔径长度是有限的,因此,阵

列天线实际权系数对理想权系数的拟合度可以用权系数曲线在阵列天线等效孔径长度内的能量占其在整个孔径长度域的总能量的百分比表示。

定义 $\eta = W'/W$ 为实际方向图对期望方向图的拟合度, W' 为权系数曲线在阵列天线等效的孔径长度上的能量, W 为权系数曲线在整个孔径长度域上的总能量。根据帕斯瓦尔定理可得权系数曲线在无穷区间上的能量为

$$W = \int_{-\infty}^{+\infty} I^2(t) dt = \int_{-a}^a f_a^2(u) du = a, \quad (19)$$

权系数曲线在阵列等效孔径长度上的能量为

$$W' = \int_{-L/2}^{+L/2} I^2(t) dt, \quad (20)$$

因此,

$$\eta = \frac{W'}{W} = \frac{1}{a} \int_{-L/2}^{+L/2} I^2(t) dt. \quad (21)$$

可知 $0 \leq \eta \leq 1$, 当 η 趋近于 1 时,该阵列天线的时域脉冲响应能量趋近于完全拟合所需的能量,因此,该阵列天线的实际方向图趋近期望方向图;当 η 趋近于 0 时,该阵列天线的时域脉冲响应能量远小于完全拟合所需的能量,实际方向图同期望方向图的差别越来越大。

为了使阵列形成的方向图保持稳定,拟合度应随孔径长度的变化保持稳定。

由式 (18) 可知,期望方向图权系数曲线的零点为

$$s = \frac{(2N+1)}{4a}, N=1, 2, 3 \dots \quad (22)$$

图 4 表示期望方向图一定 ($a=0.15$) 时,拟合度随阵列天线等效孔径长度的变化曲线图。由图可知阵列天线孔径半长度为期望方向图权系数曲线的零点时,拟合度对此时天线孔径长度的变化最不敏感。

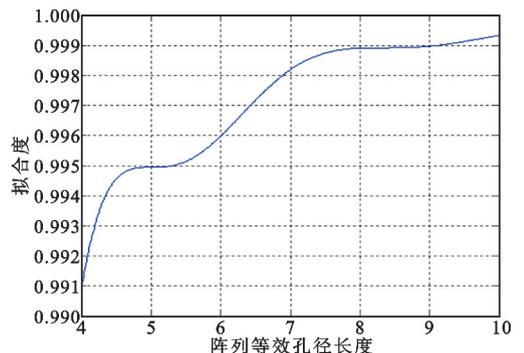


图 4 拟合度和阵列等效孔径长度的关系
Fig.4 The relationship between fitting degree and equivalent aperture length of the array

为了保证天线的方向性,阵列天线在中心频率处等效的孔径半长度应为权系数曲线在孔径长度域上的第一零点。

期望方向图确定方法如下:第一零点为 $s = \frac{3}{4a}$ 。

因此,对于在中心频率处等效孔径长度为 L 的阵列天线,主瓣宽度在信号带宽范围内具有最小抖动程度时满足

$$s = \frac{L}{2} = \frac{3}{4a}, \tag{23}$$

$$a = \frac{3}{2L}。 \tag{24}$$

期望方向图为

$$f(u) = \begin{cases} \cos(\frac{L\pi}{3}u), & -\frac{3}{2L} \leq u \leq \frac{3}{2L}。 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \tag{25}$$

4 仿真分析

下面通过计算机仿真为本文提出的孔径长度域重采样法和最小波束宽度抖动期望方向图确定法进行验证。阵列天线的阵元数 $N = 21$, 阵元间距 $d = 3.75$ cm, 线性调频信号带宽 $\Delta f = 2$ GHz, 中心频率 $f_0 = 4$ GHz, 脉冲宽度 $\tau = 10$ μ s, 调频斜率 $u = 2 \times$

10^{14} s^{-2} 。在信号带宽范围内等间隔地选取了 100 个频点对阵列方向图进行仿真, 仿真分析中的波束宽度均为半功率波束宽度。

天线在中心频率处等效的孔径长度 $L = 10$, 运用本文所提期望方向图模型, 当 L 分别为权系数曲线的第一、第二、第三零点时, a 依次为 0.15、0.25、0.35。图 5(a) 为对阵列进行固定等幅加权处理的阵列方向图, 加权方式记为固定加权 1; 图 5(b) 为对阵列进行 -30 dB 切比雪夫固定加权的阵列方向图, 加权方式记为固定加权 2; 定义阵元加权系数均为 1 的方向图为标准阵列流型方向图, 图 5(c) 为以阵元数为 21、阵元间距为半个波长的标准阵列方向图作为期望方向图, 运用孔径长度域重采样法对阵元加权后得到的阵列方向图, 加权方式记为重采样加权 1; 图 5(d) 为以阵列进行副瓣电平为 -30 dB 的切比雪夫加权方向图作为期望方向图, 运用孔径长度域重采样法对阵元加权后得到的阵列方向图, 加权方式记为重采样加权 2; 图 5(e) 为用本文所提理想余弦期望方向图模型用孔径长度域重采样法对阵元加权得到的阵列方向图, 其中期望方向图模型参数 $a = 0.15$, 加权方式记为重采样加权 3。表 1 为对应图 5 中 5 种加权方式下阵列方向图的主要参数对比。

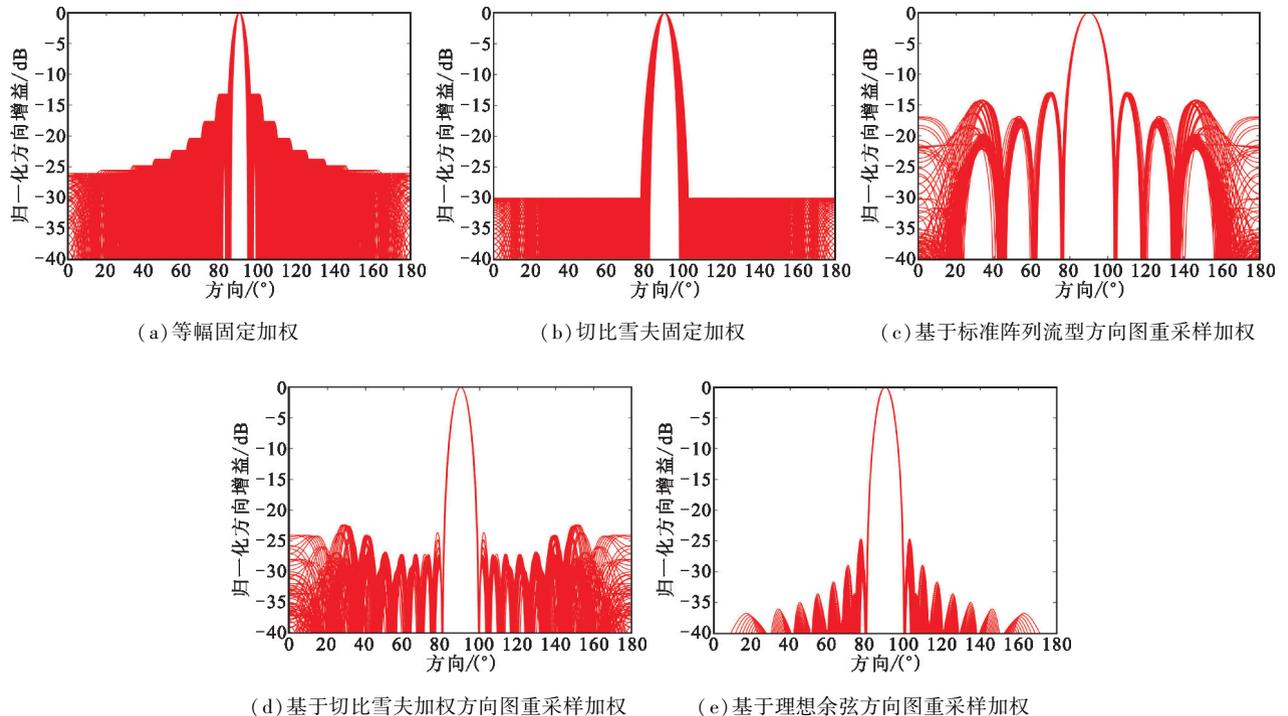


图 5 阵列天线方向图
Fig. 5 Pattern of array antenna

表 1 不同加权方式下的阵列方向图主要参数对比

Tab. 1 Comparison of main parameters of array pattern in different weighted mode

加权方式	最小波束宽度/(°)	波束宽度相对抖动程度	最大副瓣电平/dB
固定加权 1	3.8	0.727	-13.1
固定加权 2	6.0	0.692	-30.0
重采样加权 1	11.8	0.110	-12.9
重采样加权 2	7.5	0.115	-22.4
重采样加权 3	7.5	0.104	-25.5

图 5(a) 和图 5(b) 表明, 阵列天线处理宽带信号时, 若对阵元进行固定加权处理, 在窄波束加权和宽波束加权下波束宽度均会发生明显的抖动。从表 1 中可以看出, 固定加权方式下波束宽度相对抖动程度较大约为 0.7, 运用重采样法对阵元进行加权处理后, 天线方向图的相对抖动程度降到了 0.1 左右, 较大地改善了波束宽度的抖动程度。图 5(c) 和图 5(d) 表明, 由于标准阵列方向图和切比雪夫加权方向图的副瓣电平较高, 用这两种方向图作为期望方向图进行重采样会使副瓣电平抬高。图 5(e) 表明, 运用本文所提的零副瓣期望方向图模型克服了由于欠采样而导致的副瓣电平抬高问题。从表 1 的数据中可以看出, 基于理想余弦期望方向图进行重采样加权(重采样加权 3), 阵列方向图具有更小的波束宽度抖动程度和更低的副瓣电平。

图 6 为运用本文所提理想余弦期望方向图模型, 阵列天线实际方向图在整个带宽内的主瓣宽度相对抖动程度(定义同 ρ) 随期望方向图参数 a 的变化曲线。图 7 为在阵列中心频率处等效的孔径长度下, 拟合度随不同 a 值对应的期望方向图变化曲线。

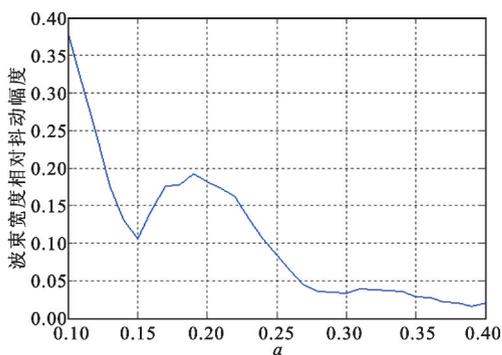


图 6 阵列波束宽度相对抖动程度曲线

Fig. 6 Relative degree curve of array beamwidth jitter

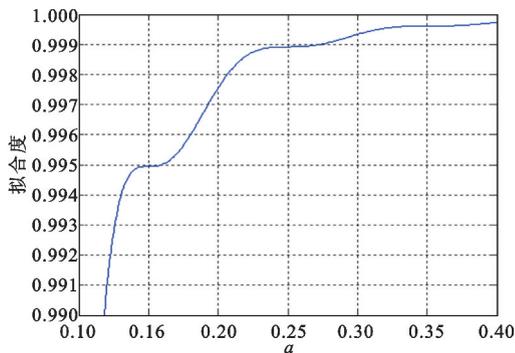


图 7 拟合度随不同宽度期望方向图的变化曲线

Fig. 7 Fitting degree curve changing with different beamwidth desired pattern

从图 6 中可以看出, 在本文所提的理想期望方向图模型下, 阵列天线波束宽度相对抖动程度在设计 $a=0.15$ 处达到了一个极小值点, 对应图 7 中的第一个拟合度曲线平滑段中心, 拟合度较高为 0.995, 此时波束有较好的方向性和波束宽度稳定性。随着 a 的增加, 期望方向图主瓣逐渐变宽, 其权系数曲线在孔径长度域上向中间压缩, 因此阵列的拟合度越来越趋近于 1。对照图 6 和图 7 可以看出, 阵列在中心频率对应的孔径半长度分别位于期望方向图权系数曲线的第二零点 ($a=0.25$) 和第三零点 ($a=0.35$) 时, 拟合度曲线分别达到第二和第三个平滑段中心(曲线斜率为 0 的点) 为 0.999 和 0.9995, 但由于此两点前后拟合度曲线斜率改变并不大, 波束宽度抖动曲线并没有出现相应的极小值点, 而是保持了下降的趋势。因此, 在所提理想期望方向图模型下, 本文所提方法确定的 a 值是在保持波束方向性的条件下控制波束宽度抖动程度的最佳值。

5 结束语

针对现有的恒定束宽波束形成算法通常需要复杂的矩阵运算, 本文提出了一种基于孔径长度域重采样的宽带阵列恒定束宽波束形成方法。由于不同频点下的阵元权系数仅通过抽样就可以获得, 因此所提方法具有极高的运算效率, 可以满足发射波束的实时性要求。仿真结果表明, 该方法可以形成方向性较好的宽带阵列恒定束宽方向图。但重采样得到的实际方向图仍然有较高的副瓣, 需要进一步研究更优的期望方向图模型以降低副瓣。

参考文献:

- [1] CAI X T, WANG A G, MA N, et al. A novel planar para-

- sitic array antenna with reconfigurable azimuth pattern [J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2012(11):1186-1189.
- [2] MICHAEL M, PAUL D K, GEORGE K, et al. Mutual information statistics and beamforming performance analysis of optimized Los MIMO systems[J]. IEEE Transactions on Communications, 2010, 58(11):3316-3330.
- [3] 李宁, 汤俊, 彭应宁. 正交解调误差对宽带波束形成的影响[J]. 电子学报, 2009(6):1339-1442.
LI Ning, TANG Jun, PENG Yingning. The influence of quadrature demodulation errors on broadband beamforming[J]. Acta Electronica Sinica, 2009(6):1339-1442. (in Chinese)
- [4] 李宁, 汤俊, 彭应宁. 频域宽带波束形成算法[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2008, 48(7):1127-1130.
LI Ning, TANG Jun, PENG Yingning. Frequency broadband beamforming algorithm[J]. Journal of Tsinghua University (Science and Technology), 2008, 48(7):1127-1130. (in Chinese)
- [5] FROST O L. An algorithm for linearly constrained adaptive array processing[J]. Proceedings of IEEE, 1972, 60(8):926-935.
- [6] KINDT R W. Prototype design of a modular ultra wideband wavelength-scaled array of flared notches[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2012, 60(3):1320-1328.
- [7] ZHAO Y, LIU W. Robust wideband beamforming with frequency response variation constraint subject to arbitrary norm-bounded error[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2012, 60(5):2566-2571.
- [8] 陈辉, 刘成城, 赵拥军, 等. 基于模约束的稳健宽带恒定束宽波束形成[J]. 现代雷达, 2014, 36(11):67-72.
CHEN Hui, LIU Chengcheng, ZHAO Yongjun, et al. Robust wideband constant beamwidth beamforming algorithm based on norm constraint [J]. Modern Radar, 2014, 36(11):67-72. (in Chinese)
- [9] ZHAO Y, LIU W. Robust fixed frequency invariant beamformer design subject to norm-bounded errors[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2013, 20(2):169-172.
- [10] 张勇, 何培宇, 罗胡琴. 二维束宽恒定的锥规划波束形成方法[J]. 电讯技术, 2016, 56(4):383-388.
ZHANG Yong, HE Peiyu, LUO Huqin. A 2-D steering-invariant constant beamwidth algorithm based on second-order cone programming constraints [J]. Telecommunication Engineering, 2016, 56(4):383-388. (in Chinese)
- [11] 吴凯, 苏涛, 李强, 等. 最大稀疏稳健恒定束宽波束形成器设计[J]. 通信学报, 2015(9):160-168.
WU Kai, SU Tao, LI Qiang, et al. Design of robust constant beamwidth beamformer with maximal sparsity[J]. Journal on Communications, 2015(9):160-168. (in Chinese)
- [12] 鄢社锋, 马远良. 基于二阶锥规划的任意传感器阵列时域恒定束宽波束形成[J]. 声学学报, 2005(4):309-316.
YAN Shefeng, MA Yuanliang. Broadband constant beamwidth beamforming for arbitrary sensor arrays in time domain via second-order cone programming [J]. Acta Acustica, 2005(4):309-316. (in Chinese)
- [13] 王杰贵, 罗景青. 一种恒定束宽的宽带数字波束形成方法[J]. 宇航学报, 2007(11):1458-1461.
WANG Jiegui, LUO Jingqing. A novel constant beamwidth digital beamforming method[J]. Journal of Astronautics, 2007(11):1458-1461. (in Chinese)
- [14] 张光义, 赵玉洁. 相控阵雷达技术[M]. 北京: 电子工业出版社, 2006.
ZHANG Guangyi, ZHAO Yujie. Technology of phased array radar [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2006. (in Chinese)
- [15] 白梅. 宽带恒定束宽波束形成方法研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2008.
BAI Mei. Research on broadband constant beamwidth beamforming method[J]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2008. (in Chinese)
- [16] XU G L, WANG X T, XU X G. Novel uncertainty relations associated with fractional Fourier transform [J]. Chinese Physics B, 2010, 19(1):1-9.

作者简介:



李根(1991—),男,山东枣庄人,硕士研究生,主要研究方向为雷达信号处理;

LI Gen was born in Zaozhuang, Shandong Province, in 1991. He is now a graduate student. His research concerns radar signal processing.

Email:307708608@qq.com

梁玉英(1968—),女,河北石家庄人,副教授、硕士生导师,主要研究方向为雷达信号处理。

LIANG Yuying was born in Shijiazhuang, Hebei Province, in 1968. She is now an associate professor and also the instructor of graduate students. Her research direction is radar signal processing.