doi:10.3969/j.issn.1001-893x.2016.10.012

引用格式:王晓峰,邢敏捷,刘歌,等. 基于改进 DFT 相位差的正弦波频率估计[J]. 电讯技术,2016,56(10):1129-1133. [WANG Xiaofeng,XING Minjie,LIU Ge, et al. Sinusoidal signal frequency estimation based on improved DFT phase difference[J]. Telecommunication Engineering, 2016,56(10):1129-1133.]

基于改进 DFT 相位差的正弦波频率估计*

王晓峰**1,邢敏捷2,刘 歌1,赵汝鹏1

(1. 空军航空大学信息对抗系,长春 130022;2. 解放军 93175 部队,长春 130051)

摘 要:针对基于离散傅里叶变换(DFT)相位差的正弦波频率估计方法对频偏敏感的问题,提出了一种改进 DFT 相位差频率估计方法。首先推导了 DFT 相位差法频率估计的均方误差,然后提出了基于 Rife 插值的改进 DFT 相位差频率估计方法,较好地解决了正弦波频率估计对频偏敏感的问题。仿真实 验结果表明,改进方法在各种频偏下均能取得较高的估计精度,估计性能接近克拉美罗限(CRLB)。 关键词:正弦波频率估计;频偏敏感;DFT 相位差;Rife 插值

中图分类号:TN911.6 文献标志码:A 文章编号:1001-893X(2016)10-1129-05

Sinusoidal Signal Frequency Estimation Based on Improved DFT Phase Difference

WANG Xiaofeng¹, XING Minjie², LIU Ge¹, ZHAO Rupeng¹

(1. Information Countermeasure Department, Aviation University of Air Force, Changchun 130022, China;
 2. Unit 93175 of PLA, Changchun 130051, China)

Abstract: The frequency offset sensitivity problem of discrete Fourier transform (DFT) phase difference method in sinusoid wave frequency estimation is studied. An improved DFT phase difference frequency estimation method is presented. Firstly, the mean-squared error(MSE) of DFT phase difference method is deduced. And then, an improved DFT phase difference frequency estimation method based on Rife interpolation is proposed. The improved method has well solved the problem of sensitivity to frequency offset. The computer simulation results indicate that the improved method has higher estimation accuracy in any frequency offset, and its estimation performance is close to Cramer-Rao lower bound(CRLB).

Key words: sinusoidal signal frequency estimation; frequency offset sensitivity; DFT phase difference; Rife interpolation

1 引 言

正弦波信号频率估计在雷达、通信、声纳以及电 子对抗等诸多涉及信号处理的领域有着广泛的应 用,且经常作为其他复杂信号处理的基础工具,具有 十分重要的研究价值^[1-5]。文献[6]给出了加性高 斯白噪声背景下正弦波频率的最大似然估计,估计 性能接近克拉美罗限(Cramer-Rao Lower Bound, CRLB),是最优估计,但该方法需要进行一维搜索, 计算量太大,无法工程实现^[7]。基于离散傅里叶变 换(Discrete Fourier Transform,DFT)的快速傅里叶变 换(Fast Fourier Transform,FFT)计算速度快,适合于 实时处理,特别是随着硬件技术的迅速发展,基于 DFT 的频率估计方法获得了广泛应用,但 DFT 算法 栅栏效应导致的频偏严重影响了频率估计精度。文

^{*} 收稿日期:2016-03-25;修回日期:2016-05-25 Received date:2016-03-25;Revised date:2016-05-25

^{**} 通信作者:wxf870516@126.com Corresponding author:wxf870516@126.com

献[8]提出利用信号 FFT 的最大两根谱线进行插值 估计正弦波频率,即 Rife 算法。但 Rife 算法没有考 虑到噪声的影响,在信噪比较低且信号实际频率接 近 FFT 量化频率点时,容易出现插值方向的错判, 影响频率估计精度。为此,相继出现了基于 Rife 算 法的各种改进正弦波频率估计方法^[9-12],但这些方 法均没有有效解决频偏对 Rife 算法频率估计性能 的影响。文献[13]利用 DFT 相位直接估计信号频 率,但存在相位模糊问题。为解决 DFT 相位估计信 号频率时的相位模糊问题,文献[14]提出了基于 DFT 相位差的频率估计算法,该方法通过计算两段 DFT 谱线峰值处的相位差完成频率估计,但当信号 频率位于两根 DFT 量化谱线之间时,噪声将严重影 响 DFT 的相位提取,进而导致频率估计错误。

针对上述文献研究的不足,本文提出一种基于 Rife 插值的改进 DFT 相位差频率估计方法,介绍了 DFT 相位差法频率估计原理,推导了 DFT 相位差法 频率估计的均方误差,最后结合 Rife 插值思想给出 了一种改进的 DFT 相位差频率估计方法。理论分 析表明改进方法能够较好地解决频偏对正弦波频率 估计的影响。仿真实验结果验证了改进估计方法的 有效性。

2 DFT 相位差频率估计

2.1 算法原理

频率为 f_0 ,初始相位为 ϕ_0 ,幅值为a的正弦波 信号可以表示为

$$s(n) = a \cdot \exp[j(2\pi f_0 T n / N + \phi_0)], n = 0, 1, \dots, N-1_{\circ}$$

(1)

式中:*T* 为采样周期;*N* 为采样点数。将序列s(n)平 均分为两个长度相同的序列 $s_1(n)$ 和 $s_2(n)$,两者为 频率和初相均相同的信号,区别仅在于 $s_2(n)$ 相比 $s_1(n)$ 延迟了 *N*/2 个采样点,相差固定相位差 $\Delta \varphi =$ $\pi f_0 T_o$ 分别计算序列 $s_1(n)$ 和 $s_2(n)$ 的 *N*/2 点 DFT, 频谱 $S_1(k)$ 和 $S_2(k)$ 的幅度项相同。设 $S_1(k)$ 最大谱 线为 k_0 ,由 DFT 最大谱线得出的频率粗估计值为 $\hat{f}_{k_0} = k_0 \cdot \Delta f(\Delta f = 2/T \Rightarrow N/2 \le DFT$ 频率分辨率)。 $\Leftrightarrow \varphi_1 \ \pi \varphi_2 \ D$ 别表示 $S_1(k)$ 和 $S_2(k)$ 的 DFT 最大谱 线的相位,则相位差 $\Delta \varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \pi f_0 T - 2k_0 \pi_o$ 当 f_0 在($k_0 \pm 0.5$) Δf 范围内变化时, $\Delta \varphi \ \alpha - \pi \sim \pi$ 之间变 化,因此可以利用 $\Delta \varphi$ 估计 DFT 最大谱线与频率 f_0 的偏差。因此,基于 DFT 相位差的正弦波信号频率 估计可以表示为

$$\hat{f}_0 = \frac{2k_0}{T} + \frac{\Delta\varphi}{\pi T} \circ \tag{2}$$

2.2 性能分析

DFT 最大谱线处幅值的输出信噪比可近似为^[7]

$$SNR_{o} = \frac{N \cdot SNR_{i} \cdot \operatorname{sinc}^{2}(\delta)}{2} \quad (3)$$

式中: $SNR_i = a^2/2\sigma_z^2$ 为输入信噪比(σ_z 为噪声方 差); $\delta = k_0 - f_0 T/2$ 表示最大谱线频率与真实频率的 频偏, 且 $\delta \in (-0.5, 0.5)$ 。由于实际中 $N \gg 1$, 因此 DFT 最大谱线位置的错误概率可以忽略, 即 DFT 相 位差频率估计的估计误差主要取决于式中第二项的 相位差提取误差。

被噪声污染信号 r(n)的 DFT 最大谱线处的相 ϕ_{kn} 可以表示为^[14]

$$\phi_{k_0} = \varphi_{k_0} - \arctan\left\{\frac{\frac{b\sin(\varphi_z)}{A_{k_0}}}{1 + \frac{b\cos(\varphi_z)}{A_{k_0}}}\right\}$$
(4)

式中: φ_{k_0} 为信号 s(n)的 DFT 最大谱线处相位; A_{k_0} 为 DFT 最大谱线幅值; φ_x 为噪声 DFT 相位。式(4)第 二项即为噪声产生的相位误差。

由于噪声频谱 Z(k) 的幅度 b 服从均值为 $\sqrt{N\pi}\sigma_z^2/2$ 、方差为 $3N\pi\sigma_z^2/4$ 的 Rayleigh 分布,因此 对于较大的信号长度 $N, b/A_{k_0}$ 接近或大于 1 的概率 很小,因此式(4)可作如下近似而不影响后续的误 差分析:

$$\phi_{k_0} \approx \varphi_{k_0} - \frac{b \sin \varphi_z}{A_{k_0}}$$
(5)

信号 DFT 最大谱线处相位提取的均方误差为

$$E\left[\left(\phi_{k_{0}}-\varphi_{k_{0}}\right)^{2}\right] = D\left[\frac{b\sin\varphi_{z}}{A_{k_{0}}}\right] + E^{2}\left[\frac{b\sin\varphi_{z}}{A_{k_{0}}}\right] = \frac{1}{A_{k_{0}}^{2}}D\left[b\sin\varphi_{z}\right] = \frac{2}{N \cdot SNR_{i} \cdot \operatorname{sinc}(\delta)^{\circ}}$$
(6)

式中: $b\sin\varphi_z$ 为噪声信号频谱的虚部,其方差为 $0.5N \cdot \sigma_z^2$ 。

综上所述,DFT 相位差频率估计均方误差可近 似为

$$E\left[\left(\hat{f}_{0}-f_{0}\right)^{2}\right] = \left(\frac{\Delta f}{2\pi}\right)^{2} D\left[\left(\varphi_{2}-\varphi_{1}\right)\right]_{\circ} \qquad (7)$$

根据噪声 DFT 的不相关特性^[6],上式可写为

$$E\left[\left(\hat{f}_{0}-f_{0}\right)^{2}\right]=\left(\frac{\Delta f}{2\pi}\right)^{2}\cdot 2E\left[\left(\phi_{k_{0}}-\varphi_{k_{0}}\right)^{2}\right]=$$

· 1130 ·

$$\frac{2\Delta f^2}{\cdot SNR_i \cdot \operatorname{sinc}(\delta)}$$
(8)

结合 sinc 函数特性可知,当信号频率位于 DFT 某个离散频率附近时,频偏δ的绝对值较小,DFT 相 位差频率估计具有较高的估计精度,但是当信号频 率位于两个离散频率的中心区域时,频偏δ的绝对 值较大,DFT 相位差法频率估计误差较大,而实际应 用中 DFT 最大谱线对应频率与实际频率的频偏是 不可控因素。

 $N\pi$

3 改进频率估计方法

文献[8]提出利用信号频谱的最大两根谱线进 行插值对正弦波频率进行估计:

$$\hat{f}_{0} = \left(k_{0} + r \frac{|A_{k_{0}+r}|}{|A_{k_{0}}| + |A_{k_{0}+r}|}\right) \cdot \Delta f_{\circ}$$
(9)

当 $A_{k_0+1} < A_{k_0-1}$ 时,r=-1;当 $A_{k_0+1} \ge A_{k_0-1}$ 时,r=1。 仿真结果表明,在含有噪声的条件下,当信号频率位 于两个离散频率的中心区域时 Rife 算法性能接近 克拉美罗限,但是当信号频率位于某个量化频率附 近时 Rife 算法估计误差增大。由此可见,Rife 算法 的频率估计性能与 DFT 相位差法的频率估计性能 互补,因此本文提出一种基于 DFT 相位差和 Rife 插 值的综合频率估计方法。该综合方法首先对序列 $s_1(n) 和 s_2(n)$ 的 DFT 进行 Rife 插值,将信号频移至 某个量化频点附近,然后采用 DFT 相位差法进行频 率高精度估计。具体算法如下:

(1)将序列分为两个长度相同的序列 s₁(n)和
 s₂(n),分别计算其 N/2 点 DFT 并搜索出最大频谱
 对应的量化频点 k₀。

(2)利用 Rife 插值计算信号频移的量化频率单 $\dot{\Omega}_{0}$:

$$\delta_0 = \frac{|A_{k_0+r}|}{|A_{k_0}| + |A_{k_0+r}|} \cdot \Delta f_o \tag{10}$$

(3)将序列 s₁(n)和 s₂(n)频移 δ₀ 个量化单位
 后,利用频谱细化技术分别计算

$$S_{1}(k_{0}+\delta_{0}) = \sum_{n=0}^{N/2-1} s_{1}(n) \exp(-j4\pi \frac{k_{0}+\delta_{0}}{N}n), (11)$$
$$S_{2}(k_{0}+\delta_{0}) = \sum_{n=0}^{N/2-1} s_{2}(n) \exp(-j4\pi \frac{k_{0}+\delta_{0}}{N}n) \cdot (12)$$

(4)分别提取 $S_1(k_0+\delta_0)$ 和 $S_2(k_0+\delta_0)$ 的相位, 计算相位差

$$\Delta \varphi = \text{angle} [S_2(k_0 + \delta_0)] - [S_1(k_0 + \delta_0)]_{\circ} (13)$$

(5) 计算信号频率的估计值

$$\hat{f}_0 = \left(k_0 + \frac{\Delta\varphi}{2\pi} - \delta_0\right) \cdot \Delta f_0 \qquad (14)$$

进行 Rife 插值时,若信号频率位于两个离散频 率的中心区域, A_{k_0} 和 $A_{k_{0+r}}$ 的值较为接近,Rife 插值 能够很好地将信号频率搬移至 k_0 附近,提高 DFT 相 位差法的估计精度;若信号频率与 k_0 较为接近, A_{k_0} 将远远大于 $A_{k_{0+r}}$,此时计算所得 δ_0 将非常小,即频 率搬移后的信号频率仍然位于 k_0 附近。改进 DFT 相位差频率估计方法对频率与 DFT 最大谱线位置 的相对关系不敏感,较好地解决了频偏对频率估计 的影响。

4 性能分析及仿真验证

4.1 复杂度分析

基于改进 DFT 相位差的频率估计方法除需要 作两次 N/2 点的 FFT 外,还需计算两次单点 DFT 和 利用反正切函数计算一次相位。两次 N/2 点的 FFT 共需要 N/2 · lbN 次复数乘法和 N · lbN 次复数加 法,两次单点 DFT 共需要 N 次复数乘法和 N-1 次 复数加法。在采样点数 N 较大的情况下,反正切的 计算量可以忽略。各基于 DFT 的正弦波频率估计 算法的计算复杂度如表 1 所示。由表 1 可知,本文 估计算法的计算复杂度略大于 DFT 相位差法和 Rife 算法,远小于其他 Rife 修正算法,能够满足实际 应用要求。

表 1 各基于 DFT 的正弦波频率估计算法计算复杂度

Tab. 1 The computation complexity of the DFT-based sinusoidal frequency estimation methods

	1 2	
算法	复数乘法次数	复数加法次数
DFT 相位差	0. 5 N lb N	$N \cdot \mathrm{lb}N$
Rife 算法	0. 5 N lb N	$N \cdot lbN$
M-Rife 算法	0. $5N \text{ lb}N+2N$	$N \cdot lbN+1.34N$
基于自相关 的 Rife 算法	0.5N lbN+2.5N	$N \cdot lbN+1.34N$
I-Rife 算法	0. 5 $N ext{ lb}N + 4N$	$N \cdot lbN$ +1. 34 N
IIN 算法	0. 5 $N ext{ lb}N + 4N$	$N \cdot lbN+4(N-1)$
本文算法	0. 5 N lb N + N	$N \cdot \text{lb}N + (N-1)$

4.2 仿真分析

为验证基于改进 DFT 相位差的频率估计性能, 将其与 DFT 相位差法、Rife 算法以及频率估计的 CRLB 进行对比仿真。仿真中信号采样点数 N =1024,采样频率为1024 kHz,DFT 谱线间隔为 1kHz,信噪比为3dB。正弦信号频率由(19.5, 20.5)kHz 均匀地选取 19个频率值,即频偏 $\delta \in$ (-0.5,0.5)。每个频率点作 500 次蒙特卡洛仿真 实验,并计算均方误差,仿真实验结果如图1所示。





仿真实验结果表明,当频偏 δ 较大时(对应图 1 的两端区域),DFT 相位差法频率估计的均方误差 较大,而 Rife 算法的估计性能较好;当频偏 δ 较小时 (对应图 1 的中间区域),Rife 算法频率估计的均方 误差较大,而 DFT 相位差法的估计性能较好,验证 了前文理论分析的正确性。由图 1 可知,本文提出 的改进 DFT 相位差频率估计方法较好地综合了 DFT 相位差法和 Rife 算法的优势,对频偏变化不敏 感,频率估计结果具有良好的一致性。

为进一步验证基于改进 DFT 相位差的正弦波 频率估计方法的性能,在不同信噪比下对其进行仿 真验证,并与 DFT 相位差法、Rife 算法以及 CRLB 进 行比较。仿真实验中信号采样点数 N=1 024,采样 频率为1 024 kHz,DFT 谱线间隔为1 kHz,信噪比步 进1 dB,每个信噪比下进行 500 次蒙特卡洛仿真实 验。表 2~4 分别是信号频率为19.9 kHz(δ =0.1)、 20.3 kHz(δ =0.3)和20.45 kHz(δ =0.45)时的频率 估计均方误差。

	表 2	$\delta = 0.1$	时的舞	颜率估计性能	能	
b.2 The	freque	ency esti	mation	performance	when $\delta = 0$.	

Tab. 2 The frequency estimation performance when $\delta=0.1$												
你 你 这十	频率估计均方误差/Hz											
并伍	-5 dB	$-4 \mathrm{dB}$	$-3 \mathrm{dB}$	-2 dB	$-1 \mathrm{dB}$	$0 \mathrm{dB}$	$1 \mathrm{dB}$	$2 \mathrm{dB}$	$3 \mathrm{dB}$	$4 \mathrm{dB}$	$5 \mathrm{dB}$	
DFT 相位差	32.47	28.81	21.58	15.90	13.70	10.12	7.34	5.24	3.97	3.13	2.36	
Rife 算法	44.23	38.19	33.31	28.92	25.27	21.47	17.81	13.58	11.90	9.70	7.34	
本文算法	33.29	26.13	21.24	14.63	11.36	10.31	6.90	4.16	3.41	2.11	1.93	
CRLB	18.52	14.71	11.69	9.28	7.37	5.85	4.65	3.69	2.93	2.33	1.85	

表 3 $\delta = 0.3$ 时的频率估计性能 Tab. 3 The frequency estimation performance when $\delta = 0.3$

		14	b.5 me i	requeries of	sumation	periorman	ice when e	-0.5			
答计	频率估计均方误差/Hz										
异伍	-5 dB	$-4 \mathrm{dB}$	$-3 \mathrm{dB}$	$-2 \mathrm{dB}$	$-1 \mathrm{dB}$	$0 \mathrm{dB}$	$1 \mathrm{dB}$	$2 \mathrm{dB}$	$3 \mathrm{dB}$	$4 \mathrm{dB}$	$5 \mathrm{dB}$
DFT 相位差	42.75	36.09	31.85	28.27	23.69	19.54	15.75	12.95	10.49	8.96	5.35
Rife 算法	39.96	36.43	30.17	29.04	22.78	20.10	16.29	11.33	8.99	7.37	4.55
本文算法	32.14	26.76	22.15	14.06	11.97	9.72	7.95	6.54	4.08	3.37	2.77
CRLB	18.52	14.71	11.69	9.28	7.37	5.85	4.65	3.69	2.93	2.33	1.85

表 4 $\delta = 0.45$ 时的频率估计性能

Tab. 4 The frequency estimation performance when $\delta = 0.45$												
答计		频率估计均方误差/Hz										
开口	$-5 \mathrm{dB}$	$-4~\mathrm{dB}$	$-3~\mathrm{dB}$	$-2 \mathrm{dB}$	$-1 \mathrm{dB}$	$0 \mathrm{dB}$	$1 \mathrm{dB}$	$2 \mathrm{dB}$	$3 \mathrm{dB}$	$4 \mathrm{dB}$	$5 \mathrm{dB}$	
DFT 相位差	47.22	43.94	36.63	33.21	27.43	22.97	16.32	13.11	12.78	10.13	9.05	
Rife 算法	31.62	28.44	23.53	20.81	17.90	14.66	12.72	10.35	6.23	4.18	2.93	
本文算法	30.55	26.31	22.49	19.18	16.62	12.29	11.42	8.59	4.80	3.88	2.52	
CRLB	18.52	14.71	11.69	9.28	7.37	5.85	4.65	3.69	2.93	2.33	1.85	

实验结果表明,本文算法在各信噪比下的频率 估计性能均优于 DFT 相位差法和 Rife 算法,对各种 频偏具有较好的适应性,较好地解决了频偏对正弦 波频率估计的影响,估计性能接近 CRLB。

5 结 论

本文研究了正弦波信号的频率估计问题,首先 推导了 DFT 相位差频率估计的均方误差,然后针对 DFT 相位差频率估计不适用于频偏较大的问题,提 出了基于改进 DFT 相位差的正弦波频率估计方法。 改进方法较好地融合了 DFT 相位差分法和 Rife 算 法的优点,能够适应各种频偏,频率估计性能接近 CRLB,且算法计算简单,具有较好的工程应用价值。

参考文献:

- [1] YAMADA T. High-accuracy estimations of frequency, amplitude, and phase with a modified DFT for asynchronous sampling[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2013, 62(6):1428-1435.
- [2] FU H, KAM P Y. Phase-based, time-domain estimation of the frequency and phase of a single sinusoid in AWGN—the role and applications of the additive observation phase noise model[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2013, 59(5):3175-3188.
- [3] RAMASAMY D, VENKATESWARAN S, MADHOW U. Compressive parameter estimation in AWGN[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014,62(8):2012–2027.
- [4] 高瑞令,吴晓富,颜俊,等.改进的DFT正弦信号频率估计[J].信号处理,2014,30(9):1072-1077.
 GAO Runling, WU Xiaofu, YAN Jun, et al. Frequency estimator based on autocorrelation with low SNR[J]. Journal of Signal Processing,2014,30(9):1072-1077. (in Chinese)
- [5] 侯盼卫,杨录.基于自相关检测法和能量重心法的正 弦信号频率估计算法[J].科学技术与工程,2014(3): 97-102.

HOU Panwei, YANG Lu. Frequency estimation algorithm of sinusoid signal based on autocorrelation detection and energy centrobaric correction method [J]. Science Technology and Engineering, 2014(3):97-102. (in Chinese)

- [6] RIFE D C, BOORSTYN R R. Single tone parameter estimation from discrete time observation [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1974, 20(5):591-598.
- [7] ABATZOGLOU T J. A fast maximum likelihood algorithm for the frequency estimation of a sinusoid based on Newton's method [J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1985, 33(1):77-89.
- [8] RIFE D C, VINCENT G A. Use of the discrete Fourier transform in the measurement of frequencies and levels of tones[J]. Bell System Technical Journal, 1970, 49(2): 97-228.
- [9] 黄超,索继东,于亮. 基于自相关函数相位的正弦信号 频率估计新算法[J].电讯技术,2014,54(1):63-67.
 HUANG Chao,SUO Jidong,YU Liang. A novel algorithm for estimation of sinusoid frequency based on argument of sample autocorrelation function [J]. Telecommunication Engineering,2014,54(1):63-67. (in Chinese)
- [10] 周龙健,罗景青,房明星. 基于 IIN 算法和 Rife 算法的正弦波频率估计算法[J].数据采集与处理,2013, 28(6):839-842.

ZHOU Longjian, LUO Jingqing, FANG Mingxing. Fre-

quency estimation of sinusoid wave based on IIN algorithm and Rife algorithm[J]. Journal of Data Acquisition and Processing,2013,28(6):839-842. (in Chinese)

- [11] 孙宏军,徐冠群.基于相角判据的 Rife 算法的涡街信号 处理方法[J]. 仪器仪表学报,2013,34(12):2860-2866.
 SUN Honjun, XU Guanqun. Modified Rife frequency estimation algorithm based on phase criterion for vortex signal processing [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument,2013,34(12):2860-2866. (in Chinese)
- [12] 刘福东,陈智远. 基于 Rife 算法的频率估计及其 FP-GA 实现[J]. 工业控制计算机,2014(4):89-90.
 LIU Fudong, CHEN Zhiyuan. Frequency estimation based on Rife algorithm and its implementation on FPGA[J]. Industrial Control Computer,2014(4):89-90. (in Chinese)
- [13] 刘渝. 快速高精度正弦波频率估计综合算法[J]. 电子学报,1999,27(6):126-128.
 LIU Yu. A fast and accurate single frequency estimator synthetic approach[J]. Acta Electronica Sinica,1999,27 (6):126-128. (in Chinese)
- [14] 齐国清,贾欣乐. 基于 DFT 相位的正弦波频率和初 相的高精度估计方法[J]. 电子学报,2001,29(9): 1164-1167.

QI Guoqing, JIA Xinle. High accuracy frequency and phase estimation of single tone based on phase of DFT [J]. Acta Electronica Sinica,2001,29(9):1164-1167. (in Chinese)

作者简介:



王晓峰(1987—),男,河北承德人,2015 年获博士学位,现为讲师,主要研究方向为信 号与信息处理;

WANG Xiaofeng was born in Chengde, Hebei Province, in 1987. He received the Ph. D. degree in 2015. He is now a lecturer. His research concerns signal and information processing.

Email:wxf870516@126.com

邢敏捷(1977—),女,吉林长春人,2009 年获硕士学位, 现为工程师,主要研究方向为通信与信息系统;

XING Minjie was born in Changchun, Jilin Province, in 1977. She received the M. S. degree in 2009. She is now an engineer. Her research concerns communication and information system.

刘 歌(1991—),女,山东威海人,2014 年获学士学位, 现为硕士研究生,主要研究方向为雷信号处理;

LIU Ge was born in Weihai, Shandong Province, in 1991. She received the B. S. degree in 2014. She is now a graduate student. Her research concerns radar signal processing.

赵汝鹏(1993—),男,广东湛江人,2015 年获学士学位, 现为硕士研究生,主要研究方向为雷达信号处理。

ZHAO Rupeng was born in Zhanjiang,Guangdong Province, in 1993. He received the B. S. degree in 2015. He is now a graduate student. His research concerns radar signal processing.