

doi:10.3969/j.issn.1001-893x.2016.10.003

引用格式: 秦国领, 张铁苗, 程艳合, 等. 基于稀疏系数位置和归一化残差的压缩感知信号检测[J]. 电讯技术, 2016, 56(10): 1081-1085. [QIN Guoling, ZHANG Tiezhao, CHENG Yanhe, et al. Compressed sensing signal detection based on sparse coefficient location and normalized residual[J]. Telecommunication Engineering, 2016, 56(10): 1081-1085.]

基于稀疏系数位置和归一化残差的压缩感知信号检测*

秦国领**¹, 张铁苗¹, 程艳合², 魏绍杰³

(1. 酒泉卫星发射中心, 甘肃 酒泉 732750; 2. 北京航天飞行控制中心, 北京 100094; 3. 太原卫星发射中心, 太原 030100)

摘 要: 信号检测是压缩感知理论研究的重要内容。针对当前压缩感知信号检测算法没有充分利用稀疏系数幅值和位置信息的不足, 提出了一种新的检测算法。该算法首先引入归一化残差变量, 有效克服了稀疏系数幅值波动大的缺点; 然后, 利用不同测量矩阵确定的稀疏系数位置信息, 基于正交匹配追踪(OMP)算法实现目标信号检测。实验结果表明, 算法的检测性能随着信噪比的提高而增强, 且与压缩比负相关, 运算复杂度较正交匹配追踪算法和仅利用稀疏系数位置信息的算法相当但检测性能分别提高了4 dB和1 dB。

关键词: 压缩感知; 信号检测; 稀疏系数特征; 归一化残差; 正交匹配追踪算法

中图分类号: TN911.23 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-893X(2016)10-1081-05

Compressed Sensing Signal Detection Based on Sparse Coefficient Location and Normalized Residual

QIN Guoling¹, ZHANG Tiezhao¹, CHENG Yanhe², WEI Shaojie³

(1. Jiuquan Satellite Launch Center, Jiuquan 732750, China; 2. Beijing Aerospace Control Center, Beijing 100094, China; 3. Taiyuan Satellite Launch Center, Taiyuan 030100, China)

Abstract: Signal detection is the key content of compressed sensing. Considering that current signal detection based on compressed sensing does not effectively use amplitude and location information of sparse coefficient, a new method is proposed. Based on orthogonal matching pursuit(OMP) algorithm, the algorithm introduces the normalized residual variables to overcome the shortcoming of amplitude fluctuates acutely of sparse coefficient, and then uses the different measurement matrix to determine the location information of sparse coefficient, and achieves target signal detection. Experiment results show that the detection performance of algorithm enhances with the improvement of signal-to-noise ratio(SNR), and negatively relates to compressed ratio. The computation complexity of algorithm is pretty and the detection performance improves 4 dB and 1 dB in comparison with OMP algorithm and the algorithm just using location information of sparse coefficient.

Key words: compressed sensing; signal detection; characteristic of sparse coefficient; normalized residual; orthogonal matching pursuit algorithm

1 引 言

压缩感知, 又称压缩传感^[1], 是一种新兴的信

号采样方法, 其通过线性映射可实现低于奈奎斯特采样定律下的高概率信号恢复^[2], 因此为处理大带

* 收稿日期: 2016-01-19; 修回日期: 2016-04-27 Received date: 2016-01-19; Revised date: 2016-04-27
** 通信作者: qinguoling@ outlook. com Corresponding author: qinguoling@ outlook. com

宽信号采样速率高、数据运算量大、实时处理复杂的问题提供了一种新的思路。

信号检测作为信息处理的基础,一直是压缩感知理论研究的重要内容。目前,基于压缩感知理论的信号检测研究主要分为基于信号最大投影系数的部分重构方法^[3]、基于测量值数字特征的非重构方法^[4]和基于观测值的相关检测方法^[5]3类。基于测量值数字特征的非重构方法从统计测量值的期望和方差出发,通过与阈值进行比较实现信号判决,由于判决阈值与信噪比有关,因此信号检测的时效性较差;基于观测值的相关检测方法需要预先确定目标信号数列,实际中应用范围有限;基于最大投影系数的部分重构算法虽然运算量较大,但其判决阈值较为固定,且能够提前通过蒙特卡罗模拟得到,因此一直是研究的重点。文献[6]克服传统部分重构算法没有充分利用稀疏系数位置信息的缺点,通过比较目标信号在不同测量矩阵下的位置信息实现信号检测。文献[7]在应用稀疏系数位置信息的同时兼顾稀疏系数幅值信息,但由于稀疏系数幅值波动较大,幅值判决阈值不容易确定,因此信号检测性能并没有明显提高。

针对上述算法的不足,本文提出一种新的信号检测算法,在文献[7]的基础上,引入归一化残差变量,计算相同稀疏基下不同测量矩阵对应的稀疏系数位置信息以及对应的归一化残差,然后利用经验门限实现信号检测。仿真结果表明,该算法在运算复杂度没有增加的情况下检测性能较正交匹配追踪算法和仅利用稀疏系数位置信息的算法得到了一定的提高。

2 基于压缩感知的信号检测

2.1 压缩感知理论

压缩感知理论主要包括信号的稀疏表示、信号的编码测量和压缩感知重构算法三部分内容,具体流程如图1所示。

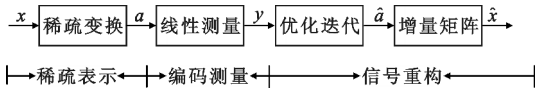


图1 压缩感知理论处理流程

Fig.1 The processing flow of compressive sensing

设信号 $x \in \mathbb{R}$ 为 $N \times 1$ 维离散序列, $\Psi^T = [\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_m, \dots, \varphi_N]$ 为 $\mathbb{R}^N$ 空间 $N \times N$ 维稀疏基。如果

x 可表示为

$$x_{N \times 1} = \Psi a_{N \times 1} = \sum_{i=1}^K a_i \varphi_i \circ \tag{1}$$

式中: a 为系数向量, $a_k = \langle x, \Psi_k \rangle$ 。

若 a 中只有 $K(K \ll N)$ 个值不为0,则称信号 x 在字典 Ψ 上是稀疏的, Ψ 为信号 x 的稀疏基。

对信号 x 进行压缩测量,实现 x 的降维观测:

$$y_{M \times 1} = \Phi_{M \times N} x_{N \times 1} = \Phi_{M \times N} \Psi_{N \times N} a_{N \times 1} = \Theta_{M \times N} a_{N \times 1} \circ \tag{2}$$

式中: y 为压缩测量值; Φ 为测量矩阵,与 Ψ 不相关; M/N 为压缩比。

只要 $\Theta_{M \times N}$ 满足约束等距性^[8],即

$$(1 - \delta_k) \|x\|^2 \leq \|\Theta_{M \times N} x_{N \times 1}\|_2^2 \leq (1 + \delta_k) \|x\|^2. \tag{3}$$

式中: δ_k 为限制等距常数, $\delta_k \in (0, 1)$ 。则可利用1-范数实现 x 的精确重构:

$$\min \|\theta\|_1 \quad \text{s. t.} \quad y = \Phi \Psi \theta. \tag{4}$$

2.2 信号检测原理

信号检测主要为了甄别两种情况:

$$H_0: x = n; H_1: x = s + n. \tag{5}$$

式中: s 为目标信号; n 为噪声。

由于目标信号和噪声在稀疏字典上的稀疏性不同,因此基于压缩感知的信号检测可描述为^[9-10]

$$H_0: x = n; H_1: x = \Psi_s \theta_s + n. \tag{6}$$

式中: Ψ_s 为信号 s 对应的稀疏基。

由式(6)可知,信号检测可通过判断 θ_s 来辨别,即

$$H_0: \theta_s = 0; H_1: \theta_s \neq 0. \tag{7}$$

然而,直接通过判断 θ_s 来进行信号检测可能会受到噪声因素的影响,因此常将 θ_s 与设定的门限阈值进行比较来进行判决。

3 基于归一化残差和稀疏系数特征的信号检测算法

3.1 算法原理

归一化残差定义为信号重构时每次迭代后剩余能量与总能量的比值:

$$\eta = \|r_n\|_2^2 / \|y\|_2^2. \tag{8}$$

式中: $\|r_n\|_2^2$ 为第 n 次迭代后的剩余能量; $\|y\|_2^2$ 为信号总能量。

设信号 x_1, x_2 是离散序列, $\Omega = [\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_i, \dots, \Omega_N]$ 是空间 $N \times N$ 维的稀疏基, $\Gamma = [\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_i, \dots, \Gamma_N]$ 是与 Ω 不相关的测量矩阵, $\|\Gamma_i\|^2 = 1$, y_1, y_2 为相应的压缩测量值,存在

$$\begin{cases} y_1 = \Phi x_1 = \Gamma_1 \Omega a_1 \\ y_2 = \Phi x_2 = \Gamma_2 \Omega a_2 \end{cases} \quad (9)$$

式中: a_1 、 a_2 为系数向量, $a_{ki} = \langle x_k, \Omega_i \rangle$ 。

计算向量 a_1 、 a_2 中绝对值最大的元素以及相应的位置:

$$\begin{cases} \lambda = \max_{i=1,2,\dots,N} [\text{abs}(a_1)] , L_1 = \text{location}(\lambda) \\ \gamma = \max_{i=1,2,\dots,N} [\text{abs}(a_2)] , L_2 = \text{location}(\gamma) \end{cases} \quad (10)$$

式中: $\max(x)$ 为取向量 x 中最大的元素; $\text{abs}(x)$ 为对向量 x 的每个元素求绝对值; $\text{location}(x)$ 为取元素 x 在向量中的位置。

由此可得首次迭代后的归一化残差为

$$\begin{cases} \eta_1 = \frac{\|r_1^1\|_2^2}{\|y_1\|_2^2} = 1 - \lambda^2 \frac{\|\Gamma_1 \Omega_{L_1}\|_2^2}{\|y_1\|_2^2} = 1 - \frac{\lambda^2}{\|y_1\|_2^2} \\ \eta_2 = \frac{\|r_1^2\|_2^2}{\|y_2\|_2^2} = 1 - \gamma^2 \frac{\|\Gamma_2 \Omega_{L_2}\|_2^2}{\|y_2\|_2^2} = 1 - \frac{\gamma^2}{\|y_2\|_2^2} \end{cases} \quad (11)$$

设 $u = 1 / \|y_1\|_2^2$, 则

$$\eta_1 = 1 - u\lambda^2, \eta_2 = 1 - u\gamma^2. \quad (12)$$

由式(12)可知, 归一化残差是基于稀疏系数幅值平方运算后的线性计算获得, 考虑到因素 u 的存在, 归一化残差的斜率变化较小, 因此归一化残差能够克服稀疏系数幅值波动大的不足。

当 y_1 和 y_2 分别是目标信号和噪声时。由于 y_1 和 y_2 在稀疏基上的稀疏性不同, 因此信号和噪声迭代计算时稀疏系数的变化不同。如果 Ω 是 y_1 对应的稀疏基: 当目标信号 y_1 存在时, 首次迭代产生的稀疏系数 λ 很大, 相应的归一化残差 η_1 很小; 当只有噪声 y_2 存在时, 考虑到 y_2 对于稀疏基 Ω 的非稀疏性, 首次迭代产生的稀疏系数 γ 较小, 归一化残差 η_2 较大。

信号重构取决于测量矩阵和稀疏基。如果存在目标信号 $y_1 = y_2$, 当改变测量矩阵 Γ 时, 由于稀疏基 Ω 没有变化, 则稀疏系数的位置信息为 $L_1 = L_2$; 如果只存在噪声 y_1 、 y_2 , 且 $y_1 \neq y_2$, 当改变测量矩阵 Γ 时, 考虑到噪声在稀疏基上的非稀疏性, 稀疏系数的位置信息是随机的, 则 $P(L_1 = L_2)$ 很小。

因此, 可利用归一化残差 η 和稀疏系数的位置信息 L 实现信号的检测: 首先, 基于目标信号构造稀疏基 Ω 和两个测量矩阵 Γ_1 、 Γ_2 ; 然后, 对信号进行两次压缩采样并分别提取其在稀疏基上的归一化残差 λ 、 γ 和位置信息 L_1 、 L_2 , 综合分析归一化残差和位置信息实现信号检测。判决算法的基本流程如图 2

所示。

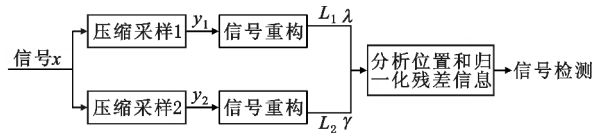


图 2 基于稀疏系数特征的信号检测算法流程

Fig. 2 The process of signal detection algorithm based on characteristics of sparse coefficient

3.2 算法步骤

(1) 初始化: 初始残差 $r_n = y$, 增量矩阵 $\text{Aug_t} = []$ 赋空值, 系数矩阵 hat_y 赋零值, 位置分布信息 $P = []$;

(2) 最大投影系数搜索:

$$n_t = \arg \max_{j=1,\dots,N} |\langle r_n, \Theta_j \rangle|;$$

(3) 更新位置信息: $P = [P, n_t]$;

(4) 扩展增量矩阵: $\text{Aug_t} = [\text{Aug_t}, \Theta_{n_t}]$; 并对 n_t 的对应列 Θ_{n_t} 赋空;

(5) 计算系数:

$$L = (\text{Aug_t}^T * \text{Aug_t})^{-1} * \text{Aug_t}^T * y;$$

(6) 更新残差: $r_{\text{new}} = y - \text{Aug_t} * L$;

(7) 计算归一化残差: $\eta = \|r_{\text{new}}\|_2^2 / \|y\|_2^2$;

(8) 提取位置信息 L_1 、 L_2 ;

(9) 检测判决: 如果 $|L_1 - L_2| < 2$ 且 η_1 和 η_2 均小于 0.95, 则判定信号存在; 否则, 判定只有噪声。

其中, 第 9 步中的 $|L_1 - L_2| < 2$, η_1 和 η_2 的大小均为经验取值^[11]。

4 仿真结果与分析

实验中选择雷达领域常用的线性调频 (Linear Frequency Modulation, LFM) 信号为目标信号。假定信号的初始频率为 25 MHz, 调频斜率为 $k = 75 \text{ MHz}/\mu\text{s}$, 脉宽 $T = 2 \mu\text{s}$, 采样频率 $f_s = 250 \text{ MHz}$; 测量矩阵 Φ 为高斯随机矩阵, 采用构建的匹配冗余字典, 初始频率搜索范围为 1 ~ 50 MHz, 搜索步长为 1 MHz, 调频斜率搜索范围设定为 51 ~ 100 MHz/ μs , 搜索步长为 1 MHz/ μs , 原子字典中原子数目共 2 500 个; 基于 Nyquist 采样定理的采样点数为 $N = 512$; 每次实验仿真中信号存在的概率为 0.5, 检测概率为 1 000 次检测后的统计结果, 同文献 [6] 规定, 只有当检测概率大于 0.95 时, 检测才有意义。

4.1 压缩比对算法检测性能的影响

参数方面, 观测点分别选择 $N/4$ 、 $N/8$ 、 $N/16$, 信

噪比遍历范围 $[-15:1:5]$,经蒙特卡洛仿真后的统计检测结果如图 3 所示。

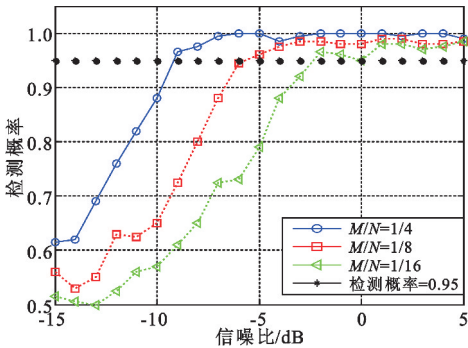


图 3 不同压缩比下的检测性能

Fig.3 The detection performance in different compression ratios

由图 3 可知:算法在低信噪比下仍能保持较好的检测性能,在压缩比为 1/16 时,当信噪比大于 -2 dB 时即可满足检测指标要求;压缩比与检测性能反向,在满足检测概率要求下,压缩比为 1/4、1/8、1/16 对应的最低信噪比为 -2 dB 、 -6 dB 和 -9 dB ;检测性能随着信噪比的提高而得到改善。

4.2 观测点数对 3 种算法的性能影响

参数方面,信噪比为 0 dB ,观测点数 M 遍历范围为 $[0:2:40]$ 。仿真分析该算法与 OMP 检测算法、文献[7]所选算法的性能,3 种算法的判决阈值均为经验值^[11],得到不同观测点数下的检测性能如图 4 所示。

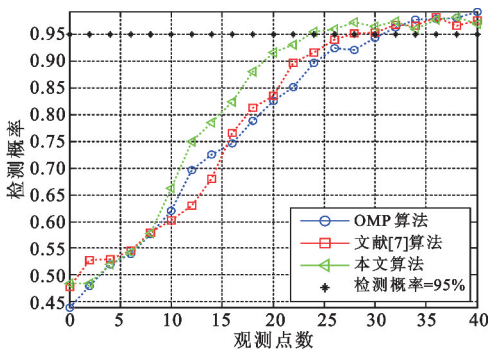


图 4 不同观测点数下 3 种算法性能

Fig.4 The performance of three algorithms in different observation points

由图 4 可知:在最优阈值下,本文提出的归一化残差和位置信息算法使用较少的采样点数便可实现较高的检测概率,可有效减少判决样本量;满足检测概率指标要求的 3 种检测算法所需的最少采样点数分别为 30、28 和 24。

4.3 信噪比变化对 3 种算法的性能影响

参数方面,观测点数选择 $N/4$,信噪比遍历范围为 $[-15:1:5]\text{ dB}$ 。仿真分析该算法与 OMP 检测算法、文献[7]所选算法的性能,3 种算法的判决阈值均为经验值^[11],得到在不同信噪比下的检测性能如图 5 所示。

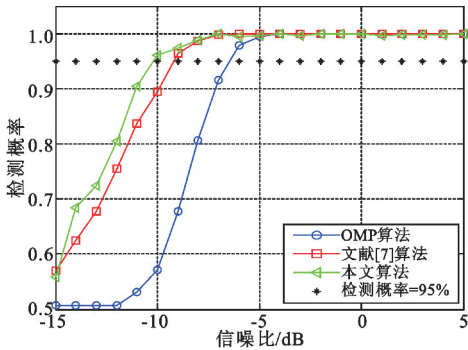


图 5 不同信噪比下 3 种算法性能

Fig.5 The performance of three algorithms in different SNRs

由图 5 可知,该算法的检测性能较 OMP 检测算法和文献[7]所选的算法有明显提高:当信噪比较高时,3 种算法的检测概率都能满足指标要求;3 种算法的检测门限依次为 -6 dB 、 -9 dB 和 -10 dB ,基于稀疏系数位置和归一化残差相结合的检测算法比单纯基于稀疏位置的检测算法检测性能提升 1 dB ,比 OMP 算法提高了 4 dB 。

从运算量上来分析,OMP 算法的运算复杂度主要体现在步骤 2 的最大投影系数搜索,数学表示为 $O(MN)$,其中 M 和 N 分别代表压缩观测点数与冗余字典原子数目。文献[7]算法是基于二次最大投影系数搜索得到,其复杂度的数学表示为 $O(MN)$ 。本文提出的改进算法是文献[7]算法的拓展,运算复杂度与其相当,因此改进算法的性能提高并没有引起复杂度的增加。

5 结束语

本文从信号检测的基本原理出发,基于压缩感知理论,提出了一种利用归一化残差和稀疏系数位置信息相结合的信号检测算法。该算法充分利用稀疏系数的幅度和位置信息,实现了信号的检测判决。实验结果表明,本文提出的检测算法在增强检测概率、降低采样点数等方面具备较好的性能,提高了检测的时效性。对于其他压缩感知信号,只要选择适当的稀疏基,本文算法依然可以使用,这是笔者下一

步的重点研究方向。

参考文献:

- [1] 黄凌. 采用压缩感知的标准测控信号处理[J]. 电讯技术, 2014, 54(5): 578-583.
HUANG Ling. A TT&C signal processing method based on compressed sensing [J]. Telecommunication Engineering, 2014, 54(5): 578-583. (in Chinese)
- [2] 张永顺, 贾鑫, 尹灿斌. 基于压缩感知的直扩通信多音干扰抑制[J]. 电讯技术, 2015, 55(8): 848-853.
ZHANG Yongshun, JIA Xin, YIN Canbin. Direct sequence spread spectrum communications multi-tone jamming suppression based on compressive sensing[J]. Telecommunication Engineering, 2015, 55(8): 848-853. (in Chinese)
- [3] DUARTE M, DAVENPORT M, WAKIN M, et al. Sparse signal detection from incoherent projection [C]//Proceedings of 2006 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. Toulouse, France; IEEE, 2006: 305-308.
- [4] HAUPT J, NOWAK R. Compressed sampling for signal detection [C]//Proceedings of 2007 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. Honolulu, Hawaii; IEEE, 2007: 1509-1512.
- [5] 蒋国良. 基于压缩感知的稀疏信号检测算法研究[D]. 天津: 天津大学, 2013.
JIANG Guoliang. Sparse signal detection algorithm based on compressed sensing [D]. Tianjin: Tianjin University, 2013. (in Chinese)
- [6] 刘冰. 压缩感知框架下信号检测与参数估计算法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2012.
LIU Bing. Research on signal detection and parameter estimation algorithm in compressive sensing framework [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2012. (in Chinese)
- [7] 王康, 叶伟, 劳国超, 等. 基于稀疏系数特征的压缩感知信号检测算法[J]. 电子信息对抗技术, 2015, 30(2): 26-29, 61.
WANG Kang, YE Wei, LAO Guochao, et al. Compressive sensing signal detection algorithm based on the characteristics of sparse coefficient [J]. Electronic Information Warfare Technology, 2015, 30(2): 26-29, 61. (in Chinese)
- [8] 程艳合, 杨文革, 屈文星, 等. 压缩域直扩测控通信信号载波同步技术[J]. 电讯技术, 2015, 55(6): 585-593.
CHENG Yanhe, YANG Wenge, QU Wenxing, et al. Carrier synchronization technique for compressed domain DS TT&C and communication signal [J]. Telecommunication Engineering, 2015, 55(6): 585-593. (in Chinese)

- [9] HAUPT J, NOWAK R. Compressed sampling for signal detection [C] //Proceedings of 2007 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. Honolulu, Hawaii; IEEE, 2007: 1509-1512.
- [10] VILA-FORCEN J E, ARTES-RODRIGUEZ A, GARCIA-FRIAS J. Compressive sensing detection of stochastic signal [C] //Proceedings of the 42nd Annual Conference on Information Sciences and Systems. Princeton, NJ, USA; IEEE, 2008: 956-960.
- [11] 王康. 基于压缩感知的 LFM 雷达信号侦查处理算法研究[D]. 北京: 装备学院, 2014.
WANG Kang. Research on signal reconnaissance algorithms of LFM radar based on compressed sensing [D]. Beijing: The Academy of Equipment, 2014. (in Chinese)

作者简介:



秦国领(1990—),男,河南周口人,2014 年于装备学院获硕士学位,现为工程师,主要研究方向为航天测控、信号处理和效能评估;

QIN Guoling was born in Zhoukou, Henan Province, in 1990. He received the M. S. degree from The Academy of Equipment in 2014. He is now an engineer. His research concerns aerospace TT&C, signal processing, and effectiveness evaluation.

Email: qinguoling@outlook.com

张铁苗(1972—),男,黑龙江密山人,工程师,主要研究方向为航天测控和信号处理;

ZHANG Tiezhao was born in Minshan, Heilongjiang Province, in 1972. He is now an engineer. His research concerns aerospace TT&C and signal processing.

程艳合(1987—),男,河北衡水人,2015 年于装备学院获博士学位,现为工程师,主要研究方向为航天测控技术、扩频信号处理、压缩感知理论;

CHENG Yanhe was born in Hengshui, Hebei Province, in 1987. He received the Ph. D. degree from The Academy of Equipment in 2015. He is now an engineer. His research concerns aerospace TT&C technology, spread spectrum signal processing and compressive sensing.

魏绍杰(1990—),男,山西晋城人,2014 年于装备学院获硕士学位,现为工程师,主要研究方向为航天测控和信号处理。

WEI Shaojie was born in Jincheng, Shanxi Province, in 1990. He received the M. S. degree from The Academy of Equipment in 2014. He is now an engineer. His research concerns aerospace TT&C and signal processing.