#### doi:10.3969/j.issn.1001-893x.2016.08.006

**引用格式:**龙德浩,陈志清.基于内积运算和正交矩阵的并行扩频传输新方案[J].电讯技术,2016,56(8):862-866.[LONG Dehao, CHEN Zhiqing. A novel parallel spread spectrum transmission scheme based on inner product operation and orthogonal matrix[J]. Telecommunication Engineering,2016,56(8):862-866.]

# 基于内积运算和正交矩阵的并行扩频传输新方案\*

## 龙德浩\*\*1,陈志清2

(1. 四川大学,成都 610064;2. 成都大学,成都 610106)

摘 要:为了提高并行解扩的频谱效率和功率效率,提出了以内积运算为数学理论基础,以线性算子 扩频、结合律并行扩频传输、分配律并行解扩为特征的 IOR 并行扩频传输方案,较经典并行扩频相 关解扩和经典并行扩频匹配滤波解扩的频谱效率和功率效率分别提高了2096 128 倍和1048 576 倍。在8×randn(1,length(b))干扰下,并行扩频传输 64 比特,其100 000次大样本检验结果表明统计 平均误码率和标准差分别为0.000 0和0.000 7。

关键词:移动通信;并行扩频传输;分组扩频传输;内积运算;正交矩阵;频谱效率;功率效率 中图分类号:TN911 文献标志码:A 文章编号:1001-893X(2016)08-0862-05

## A Novel Parallel Spread Spectrum Transmission Scheme Based on Inner Product Operation and Orthogonal Matrix

LONG Dehao<sup>1</sup>, CHEN Zhiqing<sup>2</sup>

(1. Sichuan University, Chengdu 610064, China; 2. Chengdu University, Chengdu 610106, China)

Abstract: To improve the parallel despreading spectral efficiency and power efficiency, a parallel spread spectrum transmission scheme is proposed which is based on inner product operation and characterized by linear operator spreading, associative parallel spread spectrum transmission and the distributive parallel despreading. Compared with classical parallel spreading and relevant despreading scheme and classical parallel spreading matched filtering despreading scheme, the proposed scheme improves the spectral efficiency and power efficiency by 2 096 128 times and 1 048 576 times, respectively. In the condition of  $8 \times \text{randn}(1, \text{length}(b))$  interference and 64 bit parallel spread spectrum transmission, 100 000 large sample test results show the statistical average error rate and the standard deviation are 0.000 0 and 0.000 7, respectively. **Key words**: mobile communications; parallel spread spectrum transmission; packet spread spectrum transmission; power efficiency

## 1 引 言

在图像等高速信息传输模式下,尽管 M 元扩频 + $\delta$  相关解扩<sup>[1]</sup>和 M 元扩频+经典相关解扩( $M=2^k$ , k 为大于等于 8 的整数)都能实现一次传输 k 比特 信息码,但是,当  $k \ge 64/128$  时,其内积计算量较比 特扩频的分别增大为  $M=2^{64}$ 和  $M=2^{128}$ 。如此庞大 的内积运算量,必然导致内积运算的总功耗增大,扩 频传输的总速率降低,从而严重地制约了经典 M 元 扩频传输系统的应用,而经典 M 元并行扩频传输系 统也存在类似问题。鉴于此,本文基于"±1"正交阵 列和矢量代数定义下的内积运算的交换律、结合律、 分配律及其线性算子而提出了一个内积运算和正交

<sup>\*</sup> 收稿日期:2015-11-11;修回日期:2016-04-05 Received date:2015-11-11;Revised date:2016-04-05

<sup>\*\*</sup> 通信作者:dehao1233@qq.com Corresponding author:dehao1233@qq.com

矩阵融合而成的并行扩频传输新方案,简记为 IOR 方案。

## 2 IOR 方案并行扩频与解扩方法

#### 2.1 理论根据

#### 2.1.1 Welch 表达式

**定理**1 (1) 任何正交矩阵的不同两行的内积 皆等于零,(自)相同两行的内积均等于1;

(2)(异地而存的)任何两个相同正交矩阵的不同两行的内积皆等于零.相同两行的内积均等于1。

这两个结论本质上是用内积(数学)语言描述 正交矩阵的物理结构特征,以便相关学科引用,并参 与有关的数学运算,为内积运算与"±1"正交矩阵的 工程应用奠定了数学基础。至于定理1的第2条, 显然特别适合异地(例如收/发两端)而用的并行扩 频传输±1比特的有关课题。

#### 2.1.2 与本文有关的内积运算的基本定律

交换律:<a,b>=<b,a>;

结合律与分配律:<*a*,(*b*+*c*)>=<*a*,*b*>+<*a*,*c*>; 线性算子:<*a*,(*rb*+*c*)>=*r*<*a*,*b*>+<*a*,*c*>。

式中:*a*、*b*和*c*都是元素为±1的同长度的矢量;*r*是 实数,标量。

### 2.1.3 关于内积与正交矩阵的重要推论

**定理**2 假设 *a*(1:*m*,:)是元素为"±1"的正交 矩阵,且 *m* 为大于等于 32 的正整数;

$$b = sum(a) = a(1) + a(2) + \dots + a(m-1) + a(m)_{\circ}$$
(2)

<**a**(i),**b**>=<**a**(i),**a**(i)>=1,i=1,2,…,m<sub>o</sub>(3) (1)证明1(直观法)

由定理2和式(2)得知:依照内积运算的结合 律,正交矩阵 a 的各个行矢量 a(i)(i=1,2,...,m)分别与其总矢量 b 的内积为 $\langle a(i),b \rangle = \langle a(i),$  $(a(1)+a(2)+...+a(m-1)+a(m)) \rangle, i=1,2,...,$ m;依照内积运算的分配律,亦可表示为 $\langle a(i),b \rangle =$  $\sum_{j=1}^{m} \langle a(i),a(j) \rangle, i=1,2,...,m;$ 共计  $m \times m$  次内积运 算。由定理1得知:任何正交矩阵的不同两行的内积皆等于零,因此,共计有 m×(m-1)次内积运算结果为零。

再根据定理1,相同两行的共计 m 次内积运算 皆等于1,故定理2 即式(3)成立。

尽管上述证明定理2的方法直观明了,取舍有 据,但书写复杂。为此,给出如下较为简约且较为严 谨的数学证明方法。

(2)证明2(简约法)

由定理1和内积运算的结合律与分配律得知

$$|\boldsymbol{a}(i),\boldsymbol{b}\rangle = \langle \boldsymbol{a}(i), \sum_{j=1}^{m} \boldsymbol{a}(j) \rangle = \begin{cases} \langle \boldsymbol{a}(i), \boldsymbol{a}(i) \rangle = 1 \\ + \sum_{j=1, j \neq i}^{m} \langle \boldsymbol{a}(i), \boldsymbol{a}(j) \rangle = 0 \end{cases}^{\circ}$$

式中: $i,j=1,2,3,\cdots,m_{\circ}$ 

因此,定理2或式(3)成立。即任何"±1"正交 矩阵的任何行a(i,:)与其行线性迭加而成的总矢 量b的内积<a(i),b>=1;与其自身完全相同的任 何"±1"正交矩阵的任何行a(i,:)的内积<a(i), a(i)>=1,都恒等于1。这就是本文立论的数学 基础。

#### 2.2 新并行扩频传输与解扩方法

依照定理2,本文所提出的 IOR 并行扩频传输 方案如图1所示,是由收发两端扩频/解扩的数据流 矢量 e/s、收发两端相同的正交扩频码/正交解扩码 阵列 p/p。、收发两端扩频/解扩和收发两端发送/接 收矢量  $b/b_1$  (Matlab 表示) 等 8 个模块组成的。其 工作过程是:在发送端,首先,将待并行扩频传输的 数据流矢量 e 和正交扩频码阵列 p 的各个分量e(i)和**p**(*i*)(*i*=1,2,3,…,*m*)按其行同时分别作用于扩 频模块的两个输入端,其输出为已扩频数据矢量矩 阵 a 的各个行分量  $a(i)(i=1,2,3,\dots,m)$ ;然后,将 各个行分量 a(i)(i=1,2,3,…,m)同时送入线性迭 加模块以产生并行发送矢量 b:至于高频部分不属 基带讨论的内容,故不赘述。因此,在接收端,将接 收到的、被噪声 n 干扰了的、线性迭加矢量  $b_1 = b + n$ 与正交解扩码阵列  $p_0$ 的各个分量  $p_0(i)(i=1,2,3)$ , ….m)按其行同时分别作用于解扩模块的两个输入 端,其输出为 r(1),r(2),…,r(m),再同时极性判 决,即形成已解扩的数据流矢量 s。当干扰较弱时, 已解扩数据流矢量 s 与扩频数据流矢量 e 是相同 的;否则,不尽相同。下面将进一步阐述各个模块的 形成与功能,并进行计算机仿真。



图 1 IOR 基带并行扩频与并行解扩原理图 Fig. 1 Schematics of IOR baseband parallel spreading and parallel despreading

#### 2.2.1 并行扩频传输的±1 数据流矢量

在本示例中,并行扩频传输的±1比特数据流矢量 e(1:m)=s1024(1000,1:m) (4)

(*m* 为大于等于 32 的正整数) 是由 1 024×1 024 阶的 小 *m* 矩阵 *s*1024 的第 1 000 行的 1 ~*m* 列的数据组成 的,当 *m*=1 024 时,即可仿真并行扩频传输1 024比特 的±1。其位置详见图 1 的扩频端的待发数据矢量模 块 *e*=(*e*(1),*e*(2),*e*(3),…,*e*(*m*))。

#### 2.2.2 扩频/解扩的正交阵列

在本仿真示例中,用于扩频的正交码阵列

P(1:m,:) = c1(1:m,:) (5)

是由正交矩阵 c1 的前 m 行组成的, 而 c1 是由"±1" 正交矩阵, 例如行/列数都大于 m 的 Walsh 正交阵 列产生的; 用于解扩的正交码阵列是

$$p_0(1:m,:) = p(1:m,:)_0$$
 (6)

由此可见,在本系统中,用于扩频的正交码阵列 p与解扩的正交码阵列 $p_0$ 是完全相同的,其位置详 见图1的并行扩频端-并行解扩端的"扩频/解扩正 交码阵列模块 $p/p_0$ "。

#### 2.2.3 扩频与b矢量

(1)扩频的方法(即线性算子)

 $a(i,:)=p(i,:)*e(i),i=1,2,...,m_{o}$  (7) 其特点是,被传数据流矢量 e 的第 i 分量 e(i) 与扩 频码矩阵 p 的第 i 行矢量 p(i,:)同时作用于扩频模 块的两输入端以实现"数乘",其积就是已扩频数据 阵列 a(1:m,:),记为 a;而 a(i,:)(i=1,2,...,m)是已扩频数据阵列 a 的第 i 行已扩频数据矢量,其 位置详见图 1 的扩频端的扩频码模块及其 a(i,:)(i=1,2,...,m)都是严格有序的、待传输的、已扩频 数据阵列 a 的各个分量。

(2)发送矢量**b** 

为了克服现行分组和并行扩频传输的计算量较 大、同步较麻烦等老问题,现依照内积运算的结合律 定义

 $b = sum(a) = \sum_{i=1}^{m} a(i, :) = \sum_{i=1}^{m} p(i, :) * e(i)$  (8) 为已扩频阵列 a 按其行 a(i, :)(i=1, 2, ..., m)线性 迭加而成的 IOR 方案并行扩频传输矢量 b,详见图 1 并行扩频输出端的矢量 **b** 模块。显然,尽管式(8) 与式(2)形式相似,但涵义不同。

2.2.4 内积解扩及其信号处理方法 接收端,收到的基带矢量是

$$\boldsymbol{b}_1 = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{n} = \sum_{i=1}^{m} \boldsymbol{p}(i, :) * \boldsymbol{e}(i) + \boldsymbol{n}_{\circ}$$
(9)

式中:n = sn1 \* randn(1, length(b))是与b同长度的 干扰矢量:sn1和 length(b))的作用是分别控制正态 分布噪声 randn(1, length(b))干扰的强度和长度。 考虑到定理1第2条、定理2及其矢量代数定义下 的内积算法的结合律、分配律及其线性算子,将已收 到的 $b_1 = b + n$ 与解扩端的正交阵列 $p_0$ 的各个子矢量  $p_0(1), p_0(2), \dots, p_0(m)$ 按其序号同时作用于各个 并行解扩模块的两个输入端,如图1所示,内积并行 解扩的演算过程及其结果是

式中: $i_j=1,2,3,\dots,m;\langle p_0(i,:),p(i,:)\rangle * e(i)$ 和  $\langle p_0(i,:),p(j,:)\rangle * e(j)(i \neq j)$ 都是线性算子,e(i)或 e(j)都是实数,又因为

$$\langle \boldsymbol{p}_{0}(i,:), \boldsymbol{p}(j,:) \rangle = 0, \quad j = 1, 2, \cdots, m; \\ \langle \boldsymbol{p}_{0}(i,:), \boldsymbol{p}(i,:) \rangle = 1, \quad i = 1, 2, \cdots, m;$$
  
$$\forall \mathcal{H} \mathcal{U},$$
  
$$(i) = \langle \boldsymbol{p}_{0}(i,:), \boldsymbol{b}_{1} \rangle = \boldsymbol{e}(i) + \langle \boldsymbol{p}_{0}(i,:), n \rangle =$$
  
$$\boldsymbol{e}(i) + \langle \boldsymbol{p}_{0}(i,:), sn1 * randn(1, \text{length}(\boldsymbol{b})) \rangle_{\circ}$$

式中: $i=1,2,3,\dots,m_{\circ}$ 

J

r

由此可见,我们所期待的 IOR 扩频传输方案的 解扩结果包含两个分量:一是有用分量 e(i),i=1, 2,…,m;二是干扰分量  $\langle p_0(i,:),n \rangle$ ,i=1,2,…,m或  $\langle p_0(i,:),sn1 * randn(1,length(b)) \rangle$ ,i=1,2,…,m。因此,各并行解扩模块按其序号同时输出数据 r(1),r(2),…,r(m)的幅度都是随干扰分量的强度 而随机起伏的,不满足后续信号处理的要求。鉴于 此,每一个解扩模块的输出信号都必须经过"极性 判决"处理,其输出数据 s(1),s(2),s(3),…,s(m)形成并行解扩输出±1 矢量(模块)s,如图 1 的输出 端所示,既便于如下的大样本统计处理,在直观上又 便于与并行扩频传输矢量 e 的各个分量逐一比较。

## 3 大样本仿真

#### 3.1 说明

为了验证上述 IOR 方案的合理性,需按照上述

(10)

内积并行扩频传输与内积并行解扩方法,借助于 Matlab语言,编写了一个仿真文件,简介如下:

函数名:bxsfcs12(c,c1,bxm,sn1,L)。

参数说明:

(1) c 为并行扩频传输的±1 数据流矢量,例如 数字图像源,在本仿真测试中实际使用的是或 s1024,或 g1024,或 vivs1024 等±1 阵列产生的数据 流矢量;

(2) c1 为用于扩频和解扩的"±1"正交阵列,例如 walsh1024m、walsh2048m、walsh4096 等 Walsh 正 交阵列;

(3) bxm 为并行扩频传输的数据矢量的长度,
例如 8、16、32、64、128、256、512、1024 等,单位为比特,当并行扩频传输例如 1024 比特时,更能发挥内积并行解扩快速的特点;

(4) sn1 为控制正态分布噪声 randn 干扰的强度 sn1×randn;

(5) L:检验 L≥100 000 个样本,旨在确保本仿 真文件给出的误码率在大数据统计检验的结果是可 信的。

下面是调用上述函数

bxsfcs12(s1024,walsh1024m,64,8,100000)

在 100 000 次检验下导出了 64 比特的小 m 序列 s1024 的仿真结果:一是关键图形如图 2 所示;二是 100 000大样本矩阵 IOR100000sn\_pe 中元素  $x_{i,j} \in \mathbb{R}$ , $i \in [1,2]; j \in 100$  000是行/列数。

## 3.2 仿真结果的关键图形

图 2 给出了新传输方案的仿真结果。



#### 3.3 100 000 样本的统计分析

(1)大样本数据的容量是 size(IOR100000sn\_pe)= 2×100 000 阶矩阵;

(2)大样本[g31]=Lsjyfb\_tyff31(IOR100000sn\_ pe(1,1:100 000),0.340 0)的统计平均信噪比及其 标准差与样本平均信噪比及其标准差是相同的且分 别等于-0.030 2 dB 和 0.096 5 dB;

(3)大样本[g31]=Lsjyfb\_tyff31(IOR100000sn\_ pe(2,1:100 000),0.340 0)的统计平均误码率及其 标准差与样本平均误码率及其样本标准差是相同 的,且分别等于0.000 0和0.000 7;

(4)显然,统计平均信噪比的标准差0.0965越小,统计平均信噪比-0.0302dB越平稳;统计平均 误码率的标准差0.0007越小,统计平均误码率 0.0000越平稳;反之亦然。

## 4 IOR 扩频传输的同步、频谱效率与功率效率

#### 4.1 关于同步问题

因为 IOR 扩频传输系统收/发两端的解扩码阵 列与扩频码阵列是相同的,即 $p_0(1:m,:) = p(1:m,:)$ ,故由式(10)得知,依照内积运算进行并行解 扩时,其中的参数是必然同时出现的。事实上,由图 1 可知,只要工作于 IOR 并行扩频传输状态,解扩码 阵列 $p_0(1:m,:)$ 是自始至终存在着的。因此,只要 串行接收解调成功,则内积 $\langle p_0(i,:), b_1 \rangle$ 运算中的 参数 $p_0(i,:)$ 和 $b_1(i) = b(i) + n(i)(i = 1, 2, ..., m)$ 就 必然同时出现于各解扩模块的输入端,且同时输出 并行解扩的结果 $r(i) = e(i) + \langle p_0(i), n \rangle (i = 1, 2, ..., m)$ 。由此可见,对于 IOR 方案而言,收/发两端 预置相同的扩频模块和解扩模块,本质上也是一种 适用于内积分配律并行解扩的同步方式。

#### 4.2 关于扩频传输系统的频谱利用率与功率利用率

事实上,扩频传输系统的频谱/功率效率都与解 扩的方法有关,而新型扩频传输系统的解扩方法与 经典扩频传输系统的解扩方法是迥然不同的。因 此,迄今为止,尚未出现适用于各种解扩方法的扩频 传输系统的频谱/功率效率的计算方法或公式。鉴 于此,本文依照相关检测三要素<sup>[1-2]</sup>,以内积解扩为 相关解扩的基本计量单位,从而把现存的3种不同解 扩方法的计量单位在"内积解扩"意义下统一起来了。 由此,导出了现存的3种扩频传输系统的频谱/功率 效率的计算方法或公式及其示例如表1所示。

rab. 1 Development progress of parallel spread spectrum transmission			
并行扩频传输 的发展历程	传输方案	立论依据	解扩方法与计算公式 内积运算/次
第一节点:经典相关/经典	并行扩频-并行传输-	Shannon 定理经典相关/经典	经典相关/经典匹配滤波并行解扩
匹配滤波并行扩频传输	并行接收-并行解扩	匹配滤波伪码阵列	m×L×(2L-1)与m×L×L
第二节点:δ相关/δ匹配滤	并行扩频-并行传输-	Shannon 定理-δ相关/δ匹	δ相关/δ匹配滤波并行解扩
波并行扩频传输 <sup>[1,3-5]</sup>	并行接收-并行解扩	配滤波-伪码阵列/正交矩阵	m×L 与 m×L
第三节点:IOR	并行扩频-线性叠加-串行	Shannon 定理-内积	分配律并行解扩
并行扩频传输	传输-串行接收-并行解扩	运算-正交矩阵	<i>m</i> ×1

表1 并行扩频传输系统发展的历程

Tab. 1 Development progress of parallel spread spectrum transmission

由表1可知:近年来,由于引入了内积运算,码 分多址通信理论变化显著,即由经典相关并行扩频 传输→δ相关并行扩频传输→IOR并行扩频传输,且 立论依据和传输方案都不尽相同<sup>[1,3-5]</sup>;至于解扩方 法与计算量则完全不同。

当L=1024时,IOR 并行解扩较经典相关并行 同步解扩、经典匹配滤波并行同步解扩,较δ相关并 行同步解扩、δ匹配滤波并行同步解扩的频谱效率、 功率效率都分别提高了 $L\times(2L-1)=2096128$ 倍、L×L=1048576倍和L=1024倍、L=1024倍。由此 可见,就并行解扩而言,显然,本文提出的IOR并行 扩频传输方案是一种简约而有效的信号处理方法, 较4G经典相关并行解扩的频谱效率和功率效率都 远大于10倍。

## 5 结束语

本文根据定理1和定理2导出了IOR型扩频传 输方案,并进行了详细推导和分析。

在民用无线多址信道上,如何使接收到的有用 矢量 b<sub>1</sub>与发送矢量 b 的误差(b<sub>1</sub>-b)较小呢?显然, 这是 IOR 方案高频处理的关键技术之一,它涉及到 天线、调制与解调及其快速锁相环等关键部件。如 果在实地测试条件下其误码率亦能达到本文仿真的 要求,那么,由4.2节及表1得知,IOR 方案较第一 节点方案、第二节点方案的并行解扩的频谱效率和 功率效率都分别提高了百万倍和上千倍,且只需一 个载波,因而结构简洁,可供5G 参考。当然,本方 案亦满足某些实用场合(例如远程精密外科手术) 对实时图像传输的要求。

#### 参考文献:

[1] 龙德浩,陈志清. δ/θ 型基带相关检测/解扩方案[J].
 电讯技术,2012,52(9):1438-1442.

LONG Dehao, CHEN Zhiqing.  $\delta/\theta$  base band correlation detection/dispreading scheme [ J ]. Telecommunication

Engineering, 2012, 52(9):1438-1442. (in Chinese)

- [2] WELCH L R. Lower bounds on the maximum cross correlation of signals [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1974, 20(3):397–399.
- [3] 龙德浩,陈志清. 基于 δ 匹配滤波器的扩频码同步门 限检测方案[J].电讯技术,2014,54(3):265-275.
   LONG Dehao, CHEN Zhiqing. Spreading code synchronization threshold detection scheme based on δ-matched filter[J]. Telecommunication Engineering, 2014, 54(3): 265-272. (in Chinese)
- [4] 龙德浩,陈志清.适用于 δ-相关解扩的扩频码检验方法[J].电讯技术,2012,52(10):1630-1634.
   LONG Dehao,CHEN Zhiqing. Spreading code test for δ/θ correlation despreading [J]. Telecommucation Engineering,2012,52(10):1630-1634. (in Chinese)
- [5] 龙德浩,陈志清. δ/θ型相关解扩抑制多址干扰的能力 分析[J].电讯技术,2013,53(5):551-559.
  LONG Dehao,CHEN Zhiqing. Analysis of δ/θ correlation despreadings ability to suppress multiple-access interference[J]. Telecommunication Engineering, 2013,53(5): 553-559. (in Chinese)

#### 作者简介:



龙德浩(1938—),男,四川乐至人,1961 年于四川大学无线电系获学士学位,现为四 川大学退休教授,主要研究方向为信息基础 理论:

LONG Dehao was born in Lezhi, Sichuan Province, in 1938. He received the B. S. degree from Sichuan University in 1961. He is now a re-

tired professor. His research concerns information basic theory. Email:dehao1233@qq.com

**陈志清**(1943—),女,四川犍为人,1965年于四川大学 数学系获学士学位,现为成都大学退休教授,主要研究方向 为应用数学。

CHEN Zhiqing was born in Qianwei, Sichuan Province, in 1943. She received the B. S. degree from Sichuan University in 1965. She is now a retired professor. Her research direction is applied mathematics.