

doi:10.3969/j.issn.1001-893x.2016.04.011

引用格式:姜春强,唐震宇,甘明.一种低复杂度双二元卷积 Turbo 码译码算法[J].电讯技术,2016,56(4):412-415. [JIANG Chunqiang, TANG Zhenyu, GAN Ming. A low-complexity decoding algorithm for double binary convolutional Turbo codes[J]. Telecommunication Engineering, 2016, 56(4):412-415.]

一种低复杂度双二元卷积 Turbo 码译码算法*

姜春强¹, 唐震宇², 甘明^{**3}

(1. 海装重庆局, 成都 610036; 2. 国网四川省电力公司, 四川 自贡 643000; 3. 中国西南电子技术研究所, 成都 610036)

摘要:双二元卷积 Turbo 码(DB CTC)的非二进制编码使得译码复杂度增加,限制了其在某些实际通信工程中的使用。在最大后验概率(MAP)译码算法的基础上,提出了一种优化算法,将译码的存储量和计算量降为原来的 1/4。仿真结果表明:在不同编码长度和码率的情况下,优化算法与原算法性能相当;在误码率为 10^{-5} 的条件下,两者的 E_b/N_0 差异同样不大于 0.1 dB。

关键词:卷积 Turbo 码; Log-MAP 算法; 循环递归; 低复杂度译码

中图分类号: TN911.22 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-893X(2016)04-0412-04

A Low-complexity Decoding Algorithm for Double Binary Convolutional Turbo Codes

JIANG Chunqiang¹, TANG Zhenyu², GAN Ming³

(1. Military Representative Bureau of Navy Equipment Academy in Chongqing, Chengdu 610036, China;

2. State Grid Sichuan Electric Power Company, Zigong 643000, China;

3. Southwest China Institute of Electronic Technology, Chengdu 610036, China)

Abstract: The double binary convolutional Turbo code (DB CTC) cannot be widely applied in some projects due to the high-complexity of decoding algorithm. In this paper, a new decoding algorithm with low-complexity for DB CTC is proposed based on the classic maximum a posteriori probability (MAP) decoding algorithm. By using the proposed algorithm, the storage cost and the computation complexity decrease by 3/4 compared with previous algorithm. Simulation results show that, when the bit error rate (BER) is 10^{-5} , the E_b/N_0 difference between the proposed algorithm and the previous algorithm is not larger than 0.1 dB for various lengths of code and code-rates.

Key words: conventional Turbo code; Log-MAP algorithm; cycle recursion; low-complexity decoding

1 引言

Berrou 等人^[1]于 1999 年首次提出非二进制卷积 Turbo 码,常见的是双二元卷积 Turbo 码(Double Binary Convolutional Turbo Code, DB CTC),与普通 Turbo 码相比,具有编码效率高、译码延时小、更大的最小自由距离、降低了误码平层等优点。CTC 已经采纳成为欧洲卫星网络(DVB-RCS)、WiMAX 和 IEEE802.16e 的前向纠错(Forward Error Correction,

FEC)方案。

CTC 的译码采用最大后验概率算法,包括最大后验概率算法(Maximum A Posteriori, MAP)、Log-MAP、Max-Log-MAP 以及 MAP 算法的改进,这些改进集中在通过一些近似方法,在不显著增加计算复杂度基础上,提升 Max-Log-MAP 的算法性能。文献[2-4]提出了一种 constant-Log-MAP 算法,在 max 运算后加上一个常量,补偿 max * 运算简化带

* 收稿日期:2015-12-10;修回日期:2016-03-02 Received date:2015-12-10;Revised date:2016-03-02

** 通信作者:18080962525@189.cn Corresponding author:18080962525@189.cn

来的性能损失。文献[5-6]提出一种 En-Max-Log-MAP 算法,用一个与信噪比无关的参数来加权分量译码器输出的外信息。CTC 是双二元卷积 Turbo 码,在计算前后向状态度量时,状态输入的转移条件由 Turbo 码的(0,1)变为(00,01,10,11),使得译码的计算量增加,增大了实现的硬件资源要求。为此,本文提出一种减少前后向度量计算复杂度的译码算法,分析了该方法的计算量和存储量,并通过仿真验证了所提算法的有效性。

2 CTC 编码原理

CTC 的子编码器采用循环递归系统卷积码,保证码字通过编码器时初始状态和结束状态相同,即 tail-biting 方案。编码器结构如图 1 所示。

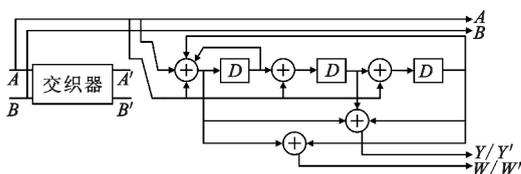


图 1 CTC 编码器结构示意图

Fig. 1 CTC encoder structure

下面介绍具体的编码过程。

首先,将长度为 $2N$ 的信息序列的奇偶位分开,形成两个长度为 N 的序列, A 端输入奇位序列, B 端输入偶位序列。预编码时初始状态为全零状态 S_0 , 经过 N 步编码后编码器的终止状态为 S_N 。在循环状态查找表中,根据终止状态 S_N 得到循环状态 S_{Cl} 。在实际编码时,用 S_{Cl} 初始化寄存器,再对 A 、 B 序列进行编码,得到校验序列 Y 、 W 。

接着,对 A 、 B 序列经过交织器后得到的序列 A' 、 B' 同样进行预编码和实际编码,得到校验序列 Y' 、 W' 。

最终得到码字序列 A 、 B 、 Y 、 Y' 、 W 、 W' , 根据不同码率,对校验序列进行删余,得到最终的码字序列。

3 CTC 译码算法

3.1 迭代译码结构

CTC 的译码器由两个软输入输出 (Soft Input Soft Output, SISO) 的分量译码器并行级联而成,如图 2 所示^[7]。译码过程如下:首先译码未交织的信息序列,子译码器 1 的输入为接收解调器输出的信息软值 $L_e(x_k)$ 、校验软值 $L_e(y_k)$ 和第二级子译码器传递的先验信息 $L(d_k)$, 进行译码后输出信息的后

验对数似然比 $L(d_k|x_k)$ 和外信息 $L_e(d_k)$, $L_e(d_k)$ 经过交织器后作为子译码器 2 的先验信息;其次,子译码器 2 利用交织后的信息比特软值 $L_e(x_k)$ 、校验比特软值 $L_e(y_k)$ 以及子译码器 1 传递的外信息 $L_e(d_k)$ 进行译码,译码过程与子译码器 1 一样。在每次迭代后两个译码器互相交换外信息 $L_e(d_k)$, 并在随后的迭代译码中不断提高先验信息 $L(d_k)$ 的准确性,逐渐使译码输出的 $L_e(x_k)$ 收敛到一定范围内;最后,对子译码器 2 的输出信息的后验对数似然比 $L(d_k|x_k)$ 进行解交织和硬判决得到译码结果。

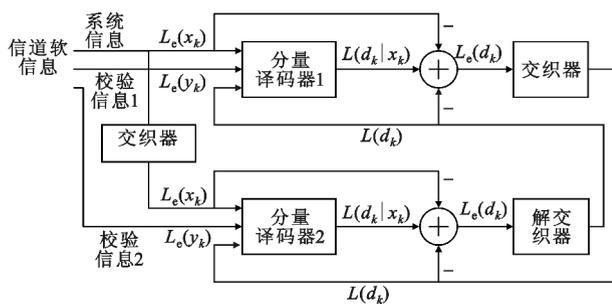


图 2 CTC 译码框图

Fig. 2 CTC decoder schematic

3.2 MAP 算法

MAP 算法利用输入序列的信息及前后码元的相关性进行软值判决。在对每个码元的似然比进行计算时,除计算当前信息位 d_k 的译码信息外,还计算前向度量 α_k 和后向度量 β_k 。 $\alpha_{k-1}(i)$ 为接收的前 $k-1$ 个码字为 R_{k-1}^i 的条件下,从 0 时刻 S_c 状态出发,在 $k-1$ 时刻到达状态 i 的概率,反映了 k 时刻之前的码元对 d_k 的影响; $\beta_k(k)$ 为接收的后 $N-k$ 个码字为 R_{k+1}^N 的条件下,由 N 时刻 S_c 状态回推,在 k 时刻为状态 j 的概率,反映了 k 时刻之后的码元对 d_k 的影响。

MAP 算法包含大量指数和乘法运算,复杂度高,在实际实现时,通常将 MAP 算法中的变量做对数运算,即 Log-MAP 算法。 α_k 、 β_k 的对数域递推公式如下:

$$\alpha_k^i(m) = \ln \left(\sum_j \exp(\delta_i(R_{k-1}, m) + \alpha_{k-1}^j(S_b^j(m))) \right), \quad k=2, 3, \dots, N; \quad (1)$$

$$\beta_k^j(m) = \ln \left(\sum_j \exp(\beta_{k+1}^j(S_f^j(m)) + \delta_i(R_k, S_f^j(m))) \right), \quad k=N, N-1, \dots, 1. \quad (2)$$

式中: $S_b^j(m)$ 是指从 m 的一个前状态出发,输入为 j 时,转移到状态 m ; $S_f^j(m)$ 是指在 m 状态时输入为 j , 转移到的状态; $\delta_i(R_k, m)$ 是指第 k 个时刻,输入为 i , 转移到状态 m 时,接收到 R_k 的概率。其中, $R_k = (x_k,$

y_k), 代表时刻 k 的输入序列。其中 x_k, y_k 定义为

$$x_k = (2d_k - 1) + p_k,$$

$$y_k = (2Y_k - 1) + q_k.$$

式中: d_k 为信息比特组 (d_{1k}, d_{2k}); Y_k 是校验位。

$\delta_i(R_k, m)$ 的计算式如下:

$$\delta_{00}(R_k, m) = -x_{k,1} - x_{k,2} + y_k \cdot S_b^{00}(m) - \ln(1 + \exp(L_a(1, k))) - \ln(1 + \exp(L_a(2, k))), \quad (3)$$

$$\delta_{01}(R_k, m) = -x_{k,1} + x_{k,2} + y_k \cdot S_b^{01}(m) - \ln(1 + \exp(L_a(1, k))) + L_a(2, k) - \ln(1 + \exp(L_a(2, k))), \quad (4)$$

$$\delta_{10}(R_k, m) = x_{k,1} - x_{k,2} + y_k \cdot S_b^{10}(m) + L_a(1, k) - \ln(1 + \exp(L_a(1, k))) - \ln(1 + \exp(L_a(2, k))), \quad (5)$$

$$\delta_{11}(R_k, m) = x_{k,1} + x_{k,2} + y_k \cdot S_b^{11}(m) + L_a(1, k) - \ln(1 + \exp(L_a(1, k))) - L_a(2, k) - \ln(1 + \exp(L_a(2, k))). \quad (6)$$

式中: $L_a(1, k)$ 和 $L_a(2, k)$ 分别是 $x_{k,1}, x_{k,2}$ 的边信息。

4 CTC 译码算法简化

CTC 译码器的实现, 计算量和存储量最大的部分在前向度量 $\alpha_k^i(m)$ 和后向度量 $\beta_k^i(m)$ 。以前向度量为例, 因其与输入 $i(00, 01, 10, 11)$ 有关, 因此时刻 k 、状态 m 的前向度量分别为 $\alpha_k^{00}(m)$ 、 $\alpha_k^{01}(m)$ 、 $\alpha_k^{10}(m)$ 和 $\alpha_k^{11}(m)$, 其计算如下:

$$\alpha_k^{00}(m) = \ln(\sum_j \exp(\delta_{00}(R_{k-1}, m) + \alpha_{k-1}^j(S_b^j(m)))) \quad (7)$$

$$\alpha_k^{01}(m) = \ln(\sum_j \exp(\delta_{01}(R_{k-1}, m) + \alpha_{k-1}^j(S_b^j(m)))) \quad (8)$$

$$\alpha_k^{10}(m) = \ln(\sum_j \exp(\delta_{10}(R_{k-1}, m) + \alpha_{k-1}^j(S_b^j(m)))) \quad (9)$$

$$\alpha_k^{11}(m) = \ln(\sum_j \exp(\delta_{11}(R_{k-1}, m) + \alpha_{k-1}^j(S_b^j(m)))) \quad (10)$$

式中: $k=2, 3, \dots, N$ 。

在 Turbo 译码中, 前向度量 $\alpha_k(m)$ 、后向度量 $\beta_k(m)$ 只与时刻 k 、状态 m 有关。以前向度量为例, 其迭代公式如下:

$$\alpha_k(m) = \ln(\exp(\delta_k(s', s) \cdot \alpha_{k-1}(s'))) \quad (11)$$

对比 CTC 和 Turbo 的译码算法, 在同样信息码

长和码率的情况下, CTC 由于采用双二进制输入, 使得编码块长度减半, 即 N 为 Turbo 编码的 $1/2$, 但由于其前后向度量与输入有关, 使得 $\alpha_k^i(m)$ 、 $\beta_k^i(m)$ 的存储项由 1 项变为 4 项, 求和项也由 1 项变为 4 项, 因此, 总的来看, CTC 的存储量和计算量为 Turbo 译码的 2 倍。这使得 CTC 在一些对译码资源和速度要求较高的地方, 应用受到限制。

参照 Turbo 的译码思想, 减少 CTC 译码器前后向度量的存储状态, 保存的 $\alpha_k(m)$ 只与时刻 k 、状态 m 有关, 而与输入 i 无关, 即令

$$\alpha_k(m) = \sum_j \alpha_k^j(m). \quad (12)$$

将式(12)代入式(7)~(10), 得 $\alpha_k(m)$ 的计算如下:

$$\alpha_k(m) = \ln(\sum_j \exp(\delta_j(R_{k-1}, m) + \alpha_{k-1}(S_b^j(m)))) \quad (13)$$

同样令

$$\beta_k(m) = \sum_j \beta_k^j(m), \quad (14)$$

得 $\beta_k(m)$ 的计算如下:

$$\beta_k(m) = \ln(\sum_j \exp(\beta_{k+1}(S_b^j(m)) + \delta_j(R_k, S_b^j(m)))) \quad (15)$$

下面以 Turbo 译码的前后向度量的计算复杂度为基准, 分析 CTC 标准和简化算法的性能。表 1 给出了 3 种算法的存储量和加法器数量, 可见 CTC 算法简化后, 使得前后向度量中每个时刻的存储项和求和项比 CTC 标准算法减少为 $1/4$, 与 Turbo 码一致, 由于 CTC 的编码块深度减半, 因此总的存储量和计算量为 Turbo 译码的 $1/2$ 。

表 1 前后向度量的计算复杂度

Tab. 1 Computational complexity of forward metrics and backward metrics

| 算法 | 存储量 | 加法器 |
|----------|-----------|-----------|
| Turbo 译码 | 标准使用量 M | 标准使用量 N |
| CTC 标准 | $2M$ | $2N$ |
| CTC 简化 | $M/2$ | $N/2$ |

5 CTC 译码性能仿真

本节提供了 CTC 码采用标准 MAX-Log-MAP 译码算法和本文优化后的 MAX-Log-MAP (Op-MAX-Log-MAP) 译码算法的性能仿真结果, 为充分比较两者性能, 仿真了不同编码长度和不同码率的误码性能。

图 3 给出了数据帧长 $2N$ (N 为 512、256、128) 的条件下误码率 (Bit Error Rate, BER) 的仿真曲线。仿真环境为加性白高斯噪声 (Additive White Gaussi-

an Noise, AWGN) 信道, 码率为 $1/3$, E_b/N_0 为 $0 \sim 3$ dB, BPSK 调制, 迭代译码次数 8。从图中可以看出: N 值越大, CTC 的误码率曲线不断降低; 在相同数据帧长的情况下, MAX-Log-MAP 和 Op-MAX-Log-MAP 的误码性能几乎相当; 在误码率为 10^{-5} 的条件下, 两者的 E_b/N_0 差异不大于 0.1 dB。

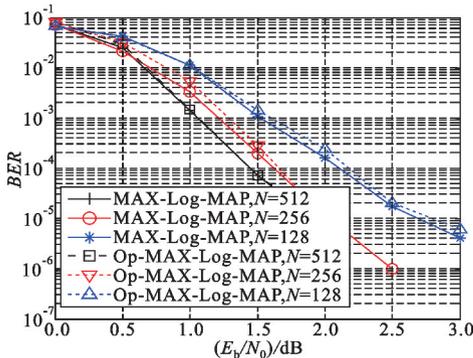


图 3 不同编码长度下译码性能曲线

Fig. 3 BER performance of different block size

图 4 给出了码率为 $1/3$ 、 $1/2$ 和 $2/3$ 的条件下误码率的仿真曲线。仿真环境为 AWGN 信道, 数据帧长 $2N(N=512)$, E_b/N_0 为 $0 \sim 4$ dB, BPSK 调制, 迭代译码次数 8。从图中可以看出: 随着码率降低, CTC 的性能提高; 在不同码率的情况下, MAX-Log-MAP 和 Op-MAX-Log-MAP 的误码性能相当; 在误码率为 10^{-5} 的条件下, 两者的 E_b/N_0 差异同样不大于 0.1 dB。

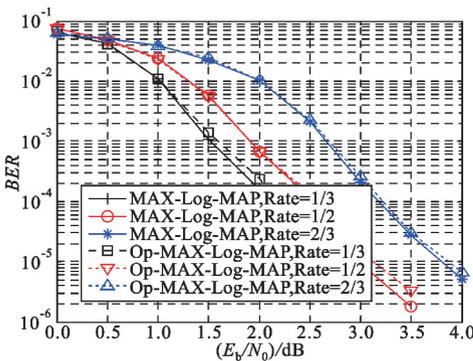


图 4 不同码率下译码性能曲线

Fig. 4 BER performance of different code rate

6 结论

CTC 是 IEEE 802.16 等标准的物理层数据帧传输的前向纠错码型, 在保证译码性能的前提下, 设计低计算复杂度和存储量的译码算法, 有利于降低实际通信工程的硬件需求, 实现高速 CTC 译码器。本文研究了基于 MAX-Log-MAP 译码算法的前后向度量计算方法, 提出了一种减少前后向度量计算复

杂度的译码算法, 将 CTC 译码的存储量和计算量降为原来的 $1/4$, 可用于高速 CTC 译码器的设计。

参考文献:

- [1] BERROU C, JEZEQUEL M, DOUILLARD C, et al. The advantage of non-binary Turbo codes [C] // Proceedings of 2001 IEEE Information Theory Workshop. Cairns, Australia; IEEE, 2001: 61-63.
- [2] SOLEYMANI M R. Turbo coding for satellite and wireless communications [M]. Norwell, Massachusetts; Kluwer Academic Publishers, 2002: 155-165.
- [3] GROSS W J, GULAK P G. Simplified MAP algorithm suitable for implementation of Turbo decoders [J]. Electronics Letters, 1998, 34(16): 1577-1578.
- [4] PAPAHRALABOS S, SWEENEY P, EVANS B G. Constant log-MAP decoding algorithm for duo-binary Turbo codes [J]. Electronics Letters, 2006, 42(12): 709-710.
- [5] VOGET J, FINGER A. Improving the max-log-MAP Turbo decoder [J]. Electronics Letters, 2000, 36(23): 1937-1939.
- [6] OULD-CHEIKH-MOUHAMEDOU Y, GUINAND P, KABAL P. Enhanced Max-Log-MAP and enhanced Log-APP decoding for DVB-RCS [C] // Proceedings of the 3rd International Symposium on Turbo codes & Iterative Information Processing. Brest, France; IEEE, 2003: 259-263.
- [7] IM S B, KIM M G, CHOI H J. An efficient tail-biting map decoder for convolutional Turbo codes in OFDM systems [C] // Proceedings of 2004 IEEE Region 10 Conference on TENCN. Chiang Mai, Thailand; IEEE, 2004: 589-592.

作者简介:



姜春强 (1977—), 男, 山东威海人, 2010 年获工程硕士学位, 主要从事无线通信系统的研究工作;

JIANG Chunqiang was born in Weihai, Shandong Province, in 1977. He received the M. S. degree in 2010. His research concerns wireless communications.

唐震宇 (1989—), 男, 四川自贡人, 现为工程师, 主要从事无线通信系统的研究工作;

TANG Zhenyu was born in Zigong, Sichuan Province, in 1989. He is now an engineer. His research concerns wireless communications.

甘明 (1978—), 男, 四川资阳人, 2004 年于电子科技大学获硕士学位, 现为高级工程师, 主要研究方向为抗干扰通信、编码和调制。

GAN Ming was born in Ziyang, Sichuan Province, in 1978. He received the M. S. degree from University of Electronic Science and Technology of China in 2004. He is now a senior engineer. His research concerns anti-jamming communication, coding and modulation.

Email: 18080962525@189.cn