

doi:10.3969/j.issn.1001-893x.2016.03.006

引用格式:包昕,游凌.扩展卷积码生成矩阵的统一表述[J].电讯技术,2016,56(3):267-272.[BAO Xin,YOU Ling.A unified description of generator matrix of expansion convolutional codes[J].Telecommunication Engineering,2016,56(3):267-272.]

扩展卷积码生成矩阵的统一表述*

包 昕**,游 凌

(盲信号处理重点实验室,成都 610041)

摘 要:针对在删除卷积码识别过程中缺乏对扩展卷积码先验认知的问题,提出了一种求解母码与扩展卷积码生成矩阵的统一表述方法。通过分析编码器输入输出关系的基本物理意义,先后以 $(n,1,m)$ 、 (n,k,m) 作为母码,构建了其与扩展后编码器多项式系数的对应关系模型,归纳和证明了扩展卷积码生成矩阵的统一表述定理。验证结果表明:该定理能够对扩展卷积码生成矩阵实现快速计算,为遍历和重建删除卷积码的删除图样和母码生成矩阵提供方便。

关键词:盲识别;删除卷积码;母码;扩展卷积码;生成矩阵

中图分类号:TN911.22 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-893X(2016)03-0267-06

A Unified Description of Generator Matrix of
Expansion Convolutional Codes

BAO Xin,YOU Ling

(National Key Laboratory on Blind Signals Processing,Chengdu 610041,China)

Abstract: In order to get enough priori knowledge about the expansion convolutional codes in the process of blind recognition of punctured convolutional codes,a method for describing the unified generator matrix of the mother code and the expansion convolutional codes is proposed. Through analyzing the basic physic principle of the relationship between the input and the output of encoding,the method first sets $(n,1,m)$ and (n,k,m) convolutional codes as the mother code,then constructs a correspondence coefficient model of the polymerization of the expansion convolutional coding,and finally introduces and proves a unified description theorem about the generator matrix of the expansion convolutional codes. The verification shows that the theorem realizes the fast computation of the expansion generator matrix and is able to help to exhaustively search and reconstruct the mother generator matrices and the puncturing patterns.

Key words: blind recognition;punctured convolutional codes;mother codes;expansion convolutional code;generator matrix

1 引 言

Elias 于 1955 年最早提出卷积码,Cain 于 1979 年给出了删除卷积码的构想。半个世纪以来,随着其编码、译码技术的深入研究,卷积码已被广泛应用于卫星、深空等多种通信系统中,成为 CCSDS、IESS、DVB-S 等协议/标准中的信道编码解决方案。

与此同时,人们针对卷积码识别问题也抱有浓厚的兴趣。Rice^[1]证明 $(n,1,m)$ 卷积码的识别可等价于 LRS 问题中关键方程(Key Equation,KE)的求解;Filiol^[2]将 BM 算法引入前述问题中;邹艳^[3]则进一步推广 KE,给出了基于 Gröbner 基快速合冲的识别算法。利用卷积码的代数结构,刘建成^[4]和杨

* 收稿日期:2015-08-26;修回日期:2015-12-04 Received date:2015-08-26;Revised date:2015-12-04

** 通信作者:funandaxian@foxmail.com Corresponding author:funandaxian@foxmail.com

晓静^[5] 分别研究了矩阵分析方法;Wang^[6] 和 Xie^[7] 建立了基于欧几里德算法的识别模型;Marazin^[8] 使用迭代策略,给出了基于对偶码组的识别思想。在误码条件下,Dingel^[9] 和 Barbier^[10] 提出了能够规避误码码组的随机高斯消元法;张立民^[11] 引入 Walsh-Hadamard 变换,可在变元数不大的条件下实现卷积码校验向量的有限穷举。

删除卷积码的识别问题更为复杂。文献[12-14] 将其分为三步:第 1 步,获得码流的等效校验矩阵 H^p ;第 2 步,求解 H^p 在某准则下的正交矩阵,即等效生成矩阵 G^p ;第 3 步,由 G^p 重建扩展生成矩阵 $G^{[M]}$ 、母码生成矩阵 G 和删除图样 P 。对于第 1 步,即等效校验矩阵 H^p 的估计问题,可依赖前述一般卷积码识别方法。因此,第 2 步和第 3 步才是删除卷积码识别问题的核心和难点。陆佩忠^[12] 研究了 $(2,1,m)$ 卷积码作为母码的盲识别问题,通过搜索可能的删除图样,建立并求解了 H^p 和 G^p 的方程组。Cluzeau^[13] 重点讨论了如何获得一个适合译码的最佳等效生成矩阵 G 。Marazin^[14] 系统研究了母码为 (n,k,m) 卷积码时的删除卷积码的代数求解方法。

显然,正确描述扩展卷积码生成矩阵 $G^{[M]}$ 的基本构造形态及其与母码 G 的对应关系,有助于上述识别问题第 3 步的快速解决。本文尝试从简单的物理意义出发,建立两者的对应关系模型,推导其数学表示形式,以作为删除卷积码识别问题的补充。

2 问题描述及符号定义

删除卷积码是一种由已知卷积码构造而来的高码率卷积码,具有构造简单、码率灵活和译码器可以通用等优点。

给定 (n,k,m) 卷积码的多项式生成矩阵

$$G(D) = \begin{bmatrix} g_{1,1}(D) & g_{1,2}(D) & \cdots & g_{1,n}(D) \\ g_{2,1}(D) & g_{2,2}(D) & \cdots & g_{2,n}(D) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ g_{k,1}(D) & g_{k,2}(D) & \cdots & g_{k,n}(D) \end{bmatrix}_{k \times n} \quad (1)$$

式中: $g_{i,j}(D) = g_{i,j,0}D^0 + g_{i,j,1}D^1 + \cdots + g_{i,j,m}D^m$ 为生成多项式, $i=1,2,\cdots,k, j=1,2,\cdots,n, D$ 表示延迟运算。因此,编码过程可记为

$$c(D) = m(D) G(D) \quad (2)$$

式中: $m(D)$ 为信息序列; $c(D)$ 为编码序列。如果给定扩展因子 $M>1$,使得在一个节拍内向编码器输入信息比特数由原来的 k 个扩展为 Mk 个,则输出编

码比特数将由原来的 n 个扩展为 Mn 个。此时, (n,k,m) 卷积码将等效于 (Mn,Mk,m') 扩展卷积码,其生成多项式矩阵可表示为

$$G^{[M]}(D) = \begin{bmatrix} g_{1,1}^{[M]}(D) & g_{1,2}^{[M]}(D) & \cdots & g_{1,Mn}^{[M]}(D) \\ g_{2,1}^{[M]}(D) & g_{2,2}^{[M]}(D) & \cdots & g_{2,Mn}^{[M]}(D) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ g_{Mk,1}^{[M]}(D) & g_{Mk,2}^{[M]}(D) & \cdots & g_{Mk,Mn}^{[M]}(D) \end{bmatrix}_{Mk \times Mn} \quad (3)$$

式中: $g_{i,j}^{[M]}(D) = g_{i,j,0}^{[M]}D^0 + g_{i,j,1}^{[M]}D^1 + \cdots + g_{i,j,m'}^{[M]}D^{m'}$ 为生成多项式, $i=1,2,\cdots,Mk, j=1,2,\cdots,Mn$ 。我们称 (n,k,m) 为母码 C , (Mn,Mk,m') 为扩展卷积码 $C^{[M]}$ 。

删除卷积码即是在 $C^{[M]}$ 基础上,结合事先给定的删除图样 P ,对输出序列中特定比特予以删除而得到的。 P 是一个规模为 $n \times M$ 的二元矩阵,其中 1 的个数为 N ,对应予以保留的比特位置。最终,可以得到码率为 $k^p/n^p = N/kM$ 的 (n^p,k^p,m^p) 删除卷积码 C^p 。图 1 给出了以上构造流程及符号定义。

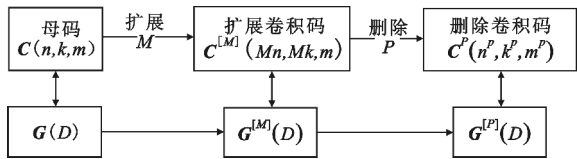


图 1 删除卷积码构造流程
Fig. 1 The generating form of punctured convolutional code

扩展卷积码等效生成矩阵的表述问题是指:已知母码 C 的生成矩阵 $G(D)_{k \times n}$,在给定扩展因子 $M>1$ 后,如何获得扩展卷积码 $C^{[M]}$ 的扩展生成矩阵 $G^{[M]}(D)_{Mk \times Mn}$ 。Shen^[15] 最早研究了该问题,给出了一种复杂的表述形式;陈发新^[16] 以示例的形式,演算了当 C 为 $(n,1,m)$ 时的计算过程。本文将从基本物理意义出发,系统建立 $(n,1,m) \leftrightarrow (Mn,M,m)$ 、 $(n,k,m) \leftrightarrow (Mn,Mk,m)$ 生成矩阵的统一表述模型。

3 $(n,1,m)$ 的扩展卷积码生成矩阵

设母码 C 记作 $(n,1,m)$,其扩展卷积码 $C^{[M]}$ 记作 (Mn,M,m) 。

(1) 当输入序列为足够长序列 $[100 \cdots 0]$ 时,由编码公式(2)可知,序列 $c(D)$ 可表示为

$$c(D) = 1 \cdot G + 0D^1 \cdot G + \cdots + 0D^{n-1} \cdot G^{n-1} = [g_1(D) \ g_2(D) \ \cdots \ g_n(D)] \quad (4)$$

用图 2 表示时可见,编码器的 n 个支路分别依次输出 $G(D)$ 中 n 个支路抽头多项式的系数。

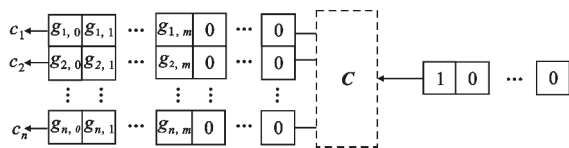


图 2 $(n, 1, m)$ 卷积码的第 1 类输出情况
Fig.2 The 1st output situation of $(n, 1, m)$ convolutional code

同样,将输入序列串并转换,则 $\mathbf{c}^{[M]}$ 可表示为

$$\mathbf{c}^{[M]}(D) = [1 \ 0 \ \cdots \ 0] \mathbf{G}(D)^{[M]} + [0 \ 0 \ \cdots \ 0] \mathbf{D} \mathbf{G}(D)^{[M]} + \cdots = [\mathbf{g}_{1,1}^{[M]}(D) \ \mathbf{g}_{1,2}^{[M]}(D) \ \cdots \ \mathbf{g}_{1,Mn}^{[M]}(D)] \quad (5)$$

用图 3 表示可见,编码器的 Mn 个支路分别依次输出 $\mathbf{G}^{[M]}(D)$ 第一行 Mn 个支路抽头多项式的系数。

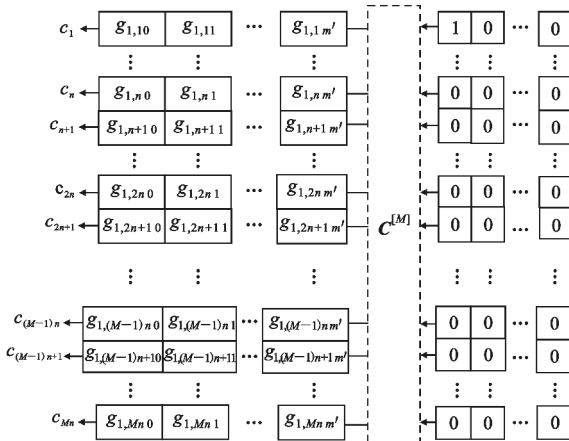


图 3 (Mn, M, m') 卷积码的第 1 类输出情况
Fig.3 The 1st output situation of (Mn, M, m') convolutional code

比较图 2 和图 3,可以直观地确认 $\mathbf{G}(D)$ 各支路与 $\mathbf{G}^{[M]}(D)$ 第一行各支路的系数对应关系。首先观察图 3 支路 c_1 ,可得如下关系式:

$$\mathbf{g}_{1,1}^{[M]}(D) = g_{1,1,0} D^0 + g_{1,1,1} D^1 + \cdots + g_{1,1,n} D^{m'} = g_{1,0} D^0 + g_{1,M} D^1 + \cdots + g_{1,nM} D^{m'} \quad (6)$$

式中: $g_{1,0}, g_{1,M}, \dots, g_{1,nM}$ 分别表示 $\mathbf{G}(D)$ 中子生成多项式 $g_1(D)$ 内第 $0, M, \dots, nM$ 个系数; $g_{1,1,0}, g_{1,1,1}, \dots, g_{1,1,n}$ 分别表示 $\mathbf{G}^{[M]}(D)$ 中子生成多项式 $\mathbf{g}_{1,1}^{[M]}(D)$ 内第 $0, 1, \dots, n$ 个系数。显然, $g_{1,1,0} = g_{1,0}, g_{1,1,1} = g_{1,M}, \dots, g_{1,1,n} = g_{1,nM}$, 即 $\mathbf{g}_{1,1}^{[M]}(D)$ 的系数相当于从 $g_1(D)$ 第 0 个系数处开始的 M 次采样。

以此类推,有

$$\begin{cases} \mathbf{g}_{1,l+1}^{[M]}(D) = g_{1,l+1,0} D^0 + g_{1,l+1,1} D^1 + \cdots + g_{1,l+1,n} D^{m'} = \\ g_{1,l} D^0 + g_{1,l+M} D^1 + \cdots + g_{1,l+nM} D^{m'} \end{cases} \quad (7)$$

即 $\mathbf{G}^{[M]}(D)$ 中 $\mathbf{g}_{1,1}^{[M]}(D), \mathbf{g}_{1,n+1}^{[M]}(D), \dots, \mathbf{g}_{1,(M-1)n+1}^{[M]}(D)$ 的系数相当于分别从 $\mathbf{G}(D)$ 中 $g_1(D)$ 的第 $0, 1, \dots,$

$M-1$ 个系数处开始的 M 次采样。
继续讨论图 3 支路 c_2 ,可得如下多项式:

$$\mathbf{g}_{1,2}^{[M]}(D) = g_{1,2,0} D^0 + g_{1,2,1} D^1 + \cdots + g_{1,2,n} D^{m'} = g_{2,0} D^0 + g_{2,M} D^1 + \cdots + g_{2,nM} D^{m'} \quad (8)$$

即 $\mathbf{G}^{[M]}(D)$ 中 $\mathbf{g}_{1,2}^{[M]}(D)$ 系数相当于从 $\mathbf{G}(D)$ 中 $g_2(D)$ 第 0 个系数处开始的 M 次采样。以此类推,我们可最终归纳出 $\mathbf{G}^{[M]}(D)$ 中 $\mathbf{g}_{1,j}^{[M]}(D), j \in [1, nM]$ 的统一表述:

$$\mathbf{g}_{1,j}^{[M]}(D) = g_{\alpha,\beta} D^0 + g_{\alpha,\beta+M} D^1 + \cdots + g_{\alpha,\beta+nM} D^{m'} \quad (9)$$

式中: $\alpha = (j-1) \bmod n+1; \beta = \lfloor (j-1)/n \rfloor; \mathbf{G}^{[M]}(D)$ 中 $\mathbf{g}_{1,j}^{[M]}(D)$ 系数相当于从 $\mathbf{G}(D)$ 中 $g_\alpha(D)$ 的第 β 个系数处开始的 M 次采样。

(2) 当输入序列为足够长序列 $[010 \cdots 0]$ 时,对于 $\mathbf{C}$,输出序列

$$\mathbf{c}(D) = 0 \cdot G + 1D^1 \cdot G + 0D^2 \cdot G + \cdots + 0D^{n-1} \cdot G^{n-1} = D[g_1(D) \ g_2(D) \ \cdots \ g_n(D)] \quad (10)$$

可用图 4 表示。可见,编码器的 n 个支路分别依次输出 $\mathbf{G}(D)$ 中 n 个支路抽头多项式的系数,不过与图 2 相比存在一个节拍的延迟。

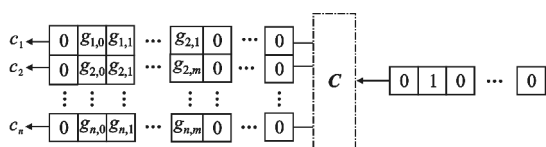


图 4 $(n, 1, m)$ 卷积码的第 2 类输出情况
Fig.4 The 2nd output situation of $(n, 1, m)$ convolutional code

而对于 $\mathbf{C}^{[M]}$,输出序列

$$\mathbf{c}^{[M]}(D) = [0 \ 1 \ \cdots \ 0] \mathbf{G}(D)^{[M]} + [0 \ 0 \ \cdots \ 0] \mathbf{D} \mathbf{G}(D)^{[M]} + \cdots = [\mathbf{g}_{2,1}^{[M]}(D) \ \mathbf{g}_{2,2}^{[M]}(D) \ \cdots \ \mathbf{g}_{2,Mn}^{[M]}(D)] \quad (11)$$

可用图 5 表示。可见,编码器的 Mn 个支路分别依次输出 $\mathbf{G}^{[M]}(D)$ 第二行 Mn 个支路抽头多项式的系数。

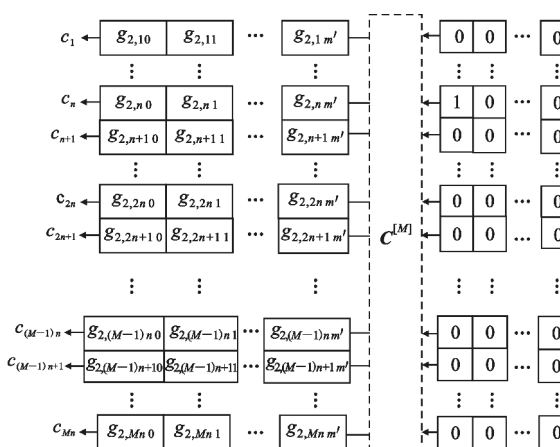


图 5 (Mn, M, m') 卷积码的第 2 类输出情况
Fig.5 The 2nd output situation of (Mn, M, m') convolutional code

使用与前述类似的归纳总结方法,我们直接给出 $G^{[M]}(D)$ 中 $g_{2,j}^{[M]}(D)$ ($j \in [1, nM]$)的统一表述:

$$g_{2,j}^{[M]}(D) = g_{\alpha,\beta} D^0 + g_{\alpha,\beta+M} D^1 + \cdots + g_{\alpha,\beta+nM} D^{m'} \quad (12)$$

式中: $\alpha = (j-1) \bmod n + 1$; $\beta = \lfloor (j-n-1)/n \rfloor$ 。即 $G^{[M]}(D)$ 中 $g_{1,j}^{[M]}(D)$ 系数相当于从 $G(D)$ 中 $g_{\alpha}(D)$ 的第 β 个系数处开始的 M 次采样。

(3) 换用其他诸如 $[0010 \cdots 0]$ 、 $[00010 \cdots 0]$ 形式的输入序列,我们可最终获得如下定理。

定理 1 $(n, 1, m)$ 卷积码及其扩展卷积码 (Mn, M, m') 的生成多项式具有如下变换方式:

$$g_{i,j}^{[M]}(D) = g_{\alpha,\beta} D^0 + g_{\alpha,\beta+M} D^1 + \cdots + g_{\alpha,\beta+m'M} D^{m'} = \sum_{l=0}^{m'} g_{\alpha,\beta+ln} D^l, i \in [1, M], j \in [1, nM] \quad (13)$$

式中: $\alpha = (j-1) \bmod n + 1$; $\beta = \lfloor [j-(i-1)n-1]/n \rfloor$; $m' = \lceil (m+2)/M \rceil - 1$ 。即 $G^{[M]}(D)$ 中 $g_{i,j}^{[M]}(D)$ 系数相当于从 $G(D)$ 中 $g_{\alpha}(D)$ 的第 β 个系数处开始的 M 次采样,且当 $\beta+ln < 0$ 或 $\beta+ln > m$ 时, $g_{\alpha,\beta+ln} = 0$ 。

该定理可看作 Shen^[15] 和陈发新^[16] 结论的另一种等效表述,并更具实用意义。

4 (n, k, m) 的扩展卷积码生成矩阵

运用同样的分析方法,本节讨论 (n, k, m) 卷积码 C 的生成矩阵 $G(D)$ 与 (Mn, Mk, m) 卷积码 $C^{[M]}$ 的生成矩阵 $G^{[M]}(D)$ 两者间的统一表述问题。

(1) 设一次性输入足够长序列 $[10 \cdots 0]$, 对于 C , 输出序列

$$c(D) = [1 \ 0 \ \cdots \ 0] G(D) + D[0 \ 0 \ \cdots \ 0] G(D) + \cdots = [g_{1,1}(D) \ g_{1,2}(D) \ \cdots \ g_{1,n}(D)] \quad (14)$$

用图 6 表示时可见,编码器的 n 个支路分别依次输出 $G(D)$ 第一行各个抽头多项式的系数。

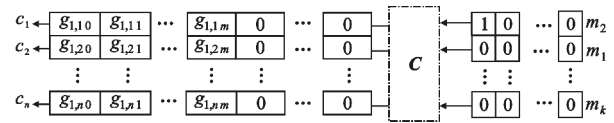


图 6 (n, k, m) 卷积码的第 1 类输出情况
Fig. 6 The 1st output situation of (n, k, m) convolutional code

而对于 $C^{[M]}$, 输出序列

$$c(D) = [1 \ 0 \ \cdots \ 0] G(D)^{[M]} + [0 \ 0 \ \cdots \ 0] D G(D)^{[M]} + \cdots = [g_{1,1}^{[M]}(D) \ g_{1,2}^{[M]}(D) \ \cdots \ g_{1,Mn}^{[M]}(D)] \quad (15)$$

用图 7 表示时可见,编码器的 Mn 个支路分别依次输出 $G^{[M]}(D)$ 第一行各个抽头多项式的系数,

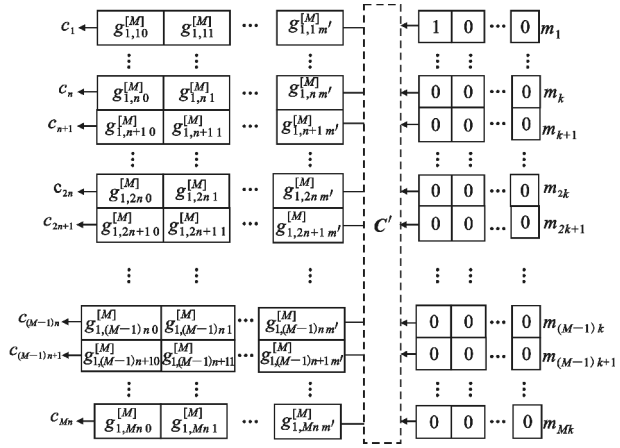


图 7 (Mn, Mk, m) 卷积码的第 1 类输出情况
Fig. 7 The 1st output situation of (Mn, Mk, m) convolutional code

比较图 6 和图 7 的输出序列,可获得 $G^{[M]}(D)$ 中 $g_{1,j}^{[M]}(D)$ ($j \in [1, nM]$) 的统一表述:

$$g_{1,j}^{[M]}(D) = g_{1,\beta} D^0 + g_{1,\beta+M} D^1 + \cdots + g_{1,\beta+\gamma nM} D^{m'} \quad (16)$$

式中: $\beta = (j-1) \bmod n + 1$; $\gamma = \lfloor (j-1)/n \rfloor$; $G^{[M]}(D)$ 中 $g_{1,j}^{[M]}(D)$ 系数相当于从 $G(D)$ 中 $g_{1,\beta}(D)$ 第 γ 个系数处开始的 M 次采样。

(2) 当输入序列为足够长序列 $[010 \cdots 0]$, 对于 C , 输出序列

$$c(D) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} G(D) + D \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} G(D) + \cdots = [g_{2,1}(D) \ g_{2,2}(D) \ \cdots \ g_{2,n}(D)] \quad (17)$$

用图 8 表示时可见,编码器的 n 个支路分别依次输出 $G(D)$ 第二行各个抽头多项式的系数。

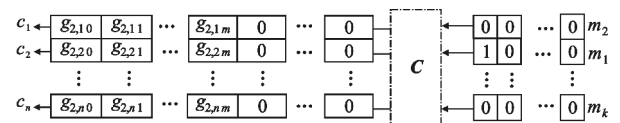


图 8 (n, k, m) 卷积码的第 2 类输出情况
Fig. 8 The 2nd output situation of (n, k, m) convolutional code

而对于 $C^{[M]}$, 输出序列

$$c(D) = [0 \ 1 \ \cdots \ 0] G(D)^{[M]} + [0 \ 0 \ \cdots \ 0] D G(D)^{[M]} + \cdots = [g_{2,1}^{[M]}(D) \ g_{2,2}^{[M]}(D) \ \cdots \ g_{2,nM}^{[M]}(D)] \quad (18)$$

用图 9 表示时可见,编码器的 Mn 个支路分别依次输出 $G^{[M]}(D)$ 第二行各个抽头多项式的系数。

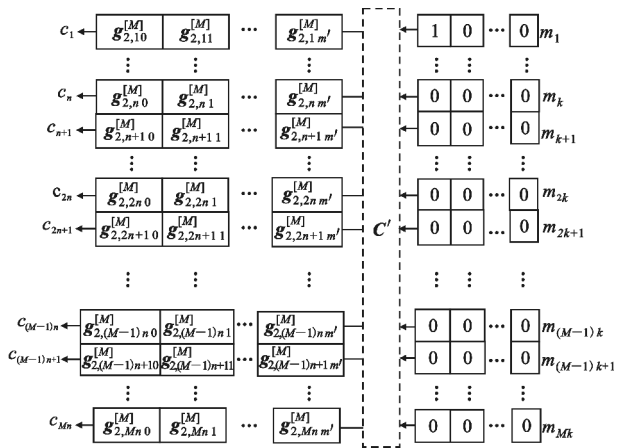


图 9 (Mn, Mk, m) 卷积码的第 2 类输出情况
Fig.9 The 2nd output situation of (Mn, Mk, m) convolutional code

比较图 8 和图 9 的输出序列,可获得所有 $G^{[M]}(D)$ 中 $g_{2,j}^{[M]}(D)$ ($j \in [1, nM]$) 的统一表述:

$$g_{2,j}^{[M]}(D) = g_{2,\beta\gamma} D^0 + g_{2,\beta\gamma+M} D^1 + \cdots + g_{2,\beta\gamma+nM} D^{m'} \quad (19)$$

式中: $\beta = (j-1) \bmod n + 1$; $\gamma = \lfloor (j-1)/n \rfloor$; $G^{[M]}(D)$ 中 $g_{2,j}^{[M]}(D)$ 系数相当于从 $G(D)$ 中 $g_{2,\beta}(D)$ 第 γ 个系数处开始的 M 次采样。

通过换用其他输入序列,可最终获得如下定理。

定理 2 (n, k, m) 卷积码及其扩展卷积码 (Mn, Mk, m') 生成多项式具有如下变换方式:

$$g_{i,j}^{[M]}(D) = g_{\alpha,\beta\gamma} D^0 + g_{\alpha,\beta\gamma+M} D^1 + \cdots + g_{\alpha,\beta\gamma+m'M} D^{m'} = \sum_{l=0}^{m'} g_{\alpha,\beta\gamma+ln} D^l, i \in [1, M], j \in [1, nM] \quad (20)$$

式中: $\alpha = (i-1) \bmod k + 1$; $\beta = (j-1) \bmod n + 1$; $\gamma = \lfloor [j - \lfloor (i-1)/k \rfloor n - 1] / n \rfloor$; $m' = \lceil (m+2)/M \rceil - 1$ 。即 $G^{[M]}(D)$ 中 $g_{i,j}^{[M]}(D)$ 系数相当于从 $G(D)$ 中 $g_{\alpha,\beta}(D)$ 的第 γ 个系数处开始的 M 次采样,且当 $\gamma+ln < 0$ 或 $\gamma+ln > m$ 时, $g_{\alpha,\beta\gamma+ln} = 0$ 。

显然,定理 2 是定理 1 的加强。

5 验证

例 1 考虑 $(2, 1, 6)$ 卷积码 C 及其生成矩阵 $G(D) = [1+D+D^2+D^3+D^6, 1+D^2+D^3+D^5+D^6]$ 。

式中: $n=2$; $k=1$; $m=6$ 。设扩展因子 $M=3$, 分别使用定理 1 和定理 2, 均可得 $C^{[3]}$ 的生成矩阵

$$G(D)^{[3]} = \begin{bmatrix} 1+D+D^2 & 1+D+D^2 & 1 & 0 & 1 & 1+D \\ D & D+D^2 & 1+D+D^2 & 1+D+D^2 & 1 & 0 \\ D & 0 & D & D+D^2 & 1+D+D^2 & 1+D+D^2 \end{bmatrix} \quad (22)$$

设删除图样为 $P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, 所得 C^P 的生成矩阵

$$G(D)^P = \begin{bmatrix} 1+D+D^2 & 0 & 1 & 1+D \\ D & 1+D+D^2 & 1 & 0 \\ D & D+D^2 & 1+D+D^2 & 1+D+D^2 \end{bmatrix} \quad (23)$$

与熟知的 $(4, 3, 2)$ 删除卷积码生成矩阵完全相同。

例 2 考虑 $(3, 2, 3)$ 卷积码 C 及其生成矩阵

$$G(D) = \begin{bmatrix} 1+D+D^3 & D+D^3 & 0 \\ D^2+D^3 & 1+D & 1+D+D^2+D^3 \end{bmatrix} \quad (24)$$

式中: $n=3$; $k=2$; $m=3$ 。设定扩展因子 $M=2$, 使用定理 2, 可得 $C^{[2]}$ 生成矩阵

$$G(D)^{[2]} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1+D & 1+D & 0 \\ D & 1 & 1+D & D & 1 & 1+D \\ D+D^2 & D+D^2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ D^2 & D & D+D^2 & D & 1 & 1+D \end{bmatrix} \quad (25)$$

假设信息序列 $\mathbf{m} = [10011011]$ 。对于 C , 有 $C(D) = [1+D^2+D^3, D+D^3] G(D) = [1+D+D^2, D^2+D^3+D^5+D^6, D+D^2+D^5+D^6]$,

即 $\mathbf{c} = [100101111010000011011]$ 。对于 $C^{[2]}$, 有 $C^{[2]}(D) = [1+D, 0, D, 1+D] G(D)^{[2]} = [1+D, D+D^3, D+D^3, 1, D+D^2, 1+D^2]$,

即 $\mathbf{c}^{[2]} = [100101111010000011011]$ 。可见, $\mathbf{c} = \mathbf{c}^{[2]}$, 证明 $G(D)^{[2]}$ 正确, 同时佐证了本文定理 2。

6 结束语

本文研究了删除卷积码识别问题中的重要子课题, 即卷积码母码与扩展卷积码生成矩阵的统一表述问题。从编码器输入输出的基本物理意义出发, 先后分析和建立了 $(n, 1, m) \leftrightarrow (Mn, M, m)$ 和 $(n, k, m) \leftrightarrow (Mn, Mk, m)$ 的编码序列输出模型, 归纳和证明了其生成矩阵的统一表述定理, 并进行了相应验证计算。本文所给出的计算方法可用于加速删除卷积码识别删除图样的遍历过程, 也可应用于母

码生成矩阵的快速恢复。

参考文献:

- [1] RICE B. Determining the parameter of a rate $1/n$ convolutional encoder over $GF(q)$ [C]//Proceedings of the 3rd International Conference on Finite Fields and Applications. Glasgow, USA; IEEE, 1995: 1–5.
- [2] FILIOL E. Reconstruction of convolutional encoders over $GF(q)$ [J]. Lecture Notes in Computer Science, 1997 (1355): 101–109.
- [3] 邹艳, 陆佩忠. 关键方程的新推广[J]. 计算机学报, 2006, 29(5): 711–718.
ZOU Yan, LU Peizhong. A new generalization of key equation[J]. Chinese Journal of Computers, 2006, 29(5): 711–718. (in Chinese)
- [4] 刘建成, 杨晓静. 基于求解校验序列的 $(n, 1, m)$ 卷积码盲识别[J]. 电子与信息学报, 2012, 34(10): 2363–2368.
LIU Jiancheng, YANG Xiaojing. Blind recognition of $(n, 1, m)$ convolutional code based on solving check-sequence[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2012, 34(10): 2363–2368. (in Chinese)
- [5] 杨晓静, 刘建成, 张玉. 基于求解校验序列的 (n, k, m) 卷积码盲识别[J]. 宇航学报, 2013, 2013(4): 568–573.
YANG Xiaojing, LIU Jiancheng, ZHANG Yu. Blind recognition of (n, k, m) convolutional codes based on solving check-sequence[J]. Journal of Astronautics, 2013, 2013(4): 568–573. (in Chinese)
- [6] WANG F H, HUANG Z T, ZHOU Y. A method for blind recognition of convolution code based on Euclidean algorithm [C]//Proceedings of 2007 International Conference on Wireless Communications Networking and Mobile Computing. Shanghai; IEEE, 2007: 1414–1417.
- [7] XIE H, CHAI X M, WANG F H, et al. A method for blind identification of rate $1/2$ convolutional code based on Improved euclidean algorithm [C]//Proceedings of 2012 International Conference on Signal Processing Proceedings. Beijing; IEEE, 2012: 1307–1310.
- [8] MARAZIN M, GAUTIER R, BUREL G. Dual code method for blind identification of convolutional encoder for cognitive radio receiver design convolutional encoder for cognitive radio receiver design [C]//Proceedings of 2009 GLOBECOM. Honolulu, Hawaii, USA; IEEE, 2009: 1–6.
- [9] DINGEL J, HAGENAUER J. Parameter estimation of a convolutional encoder from noisy observations [C]//Proceedings of 2007 IEEE International Symposium on Information Theory. Nice; IEEE, 2007: 1776–1780.
- [10] BARBIER J, SICOT G, HOUCKE S. Algebraic approach for the reconstruction of linear and convolutional error correcting codes[J]. International Journal of Applied Mathematics and Computer Sciences, 2006, 2(3): 113–118.

- [11] 张立民, 刘杰, 钟兆根. $(n, 1, m)$ 递归系统卷积码的盲识别[J]. 电讯技术, 2014, 54(9): 1220–1225.
ZHANG Limin, LIU Jie, ZHONG Zhaogen. Blind recognition of $(n, 1, m)$ recursive system convolutional code [J]. Telecommunication Engineering, 2014, 54(9): 1220–1225. (in Chinese)
- [12] 陆佩忠, 沈丽, 邹艳. 删除卷积码的盲识别[J]. 中国科学, 2005, 35(2): 173–185.
LU Peizhong, SHEN Li, ZOU Yan. Blind recognition of punctured convolutional codes [J]. Science in China Series E-Information Sciences, 2005, 35(2): 173–185. (in Chinese)
- [13] CLUZEAU M, FINIASZ M. Reconstruction of punctured convolution codes [C]//Proceedings of 2009 IEEE Information Theory Workshop. Seoul, Korea; IEEE, 2009: 546–550.
- [14] MARAZIN M, GAUTIER R, BUREL G. Algebraic method for blind recovery of punctured convolutional encoders from an erroneous bitstream [J]. Institution of Engineering and Technology, 2012, 6(2): 122–133.
- [15] SHEN B Z, PATAPOUTIAN A, MCEWEN P A. Punctured recursive convolutional encoders and their applications in turbo codes [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2001, 47(6): 2300–2320.
- [16] 陈发新. 删除卷积码生成矩阵及最佳信息恢复式的求法[J]. 无线电通信技术, 2009(2): 5–10.
CHEN Faxin. A deducing method of generator matrix and the best information restoration matrix of punctured convolutional codes [J]. Radio Communications Technology, 2009(2): 5–10. (in Chinese)

作者简介:



包 昕 (1986—), 男, 四川成都人, 2011 年于盲信号处理重点实验室获硕士学位, 现为博士研究生, 主要研究方向为信道编码和卫星通信;

BAO Xin was born in Chengdu, Sichuan Province, in 1986. He received the M. S. degree from National Key Laboratory on Blind Signals Processing in 2011. He is currently working toward the Ph. D. degree. His research concerns channel coding and satellite communication.

Email: funandaxian@foxmail. com

游 凌 (1971—), 男, 成都人, 2001 年于盲信号处理重点实验室获工学博士学位, 主要研究方向为盲信息处理。

YOU Ling was born in Chengdu, Sichuan province, in 1971. He received the Ph. D. degree from National Key Laboratory on Blind Signals Processing in 2001. His research concerns blind signal processing.

Email: YouLing2001@163. com