doi:10.3969/j.issn.1001-893x.2015.12.008

引用格式:嵇建波,熊川. 认知频谱共享系统最大比例合并分集的性能分析[J]. 电讯技术,2015,55(12):1355-1359. [JI Jianbo,XIONG Chuan. Performance Analysis of Cognitive Spectrum Sharing Systems with MRC Diversity[J]. Telecommunication Engineering,2015,55(12):1355-1359. ]

# 认知频谱共享系统最大比例合并分集的性能分析\*

# 嵇建波\*\*,熊 川

(桂林航天工业学院 电子信息与自动化学院,广西 桂林 541004)

摘 要:研究了一个认知频谱共享系统,该系统是由一个次用户发射机、一个次用户接收机和一对主用户发射机和接收机组成,次用户接收机利用最大比合并策略提高系统性能。首先分析了来自主用户发射机的干扰对频谱共享系统中断概率的影响。经过一些运算得到了中断概率确切的封闭表达式,为评价系统关键参数的联合作用提供了有效手段,如次用户接收机天线的数目、次用户最大的发射功率、干扰温度限制以及主用户发射功率等。另外,还对系统中断概率的渐近性能进行了研究,揭示了次用户系统中断概率具有饱和现象。最后,分析了该系统分集复用增益。仿真结果表明,该中断概率确切封闭表达式与 Monte Carlo 仿真结果非常吻合,干扰温度约束和主用户的干扰对中断概率具有显著的不利影响,增加次用户接收机的天线数目可提高系统性能。

**关键词:**认知无线电;频谱共享;最大比例合并;中断概率封闭表达式;分集复用增益中图分类号:TN929.5 文献标志码:A 文章编号:1001-893X(2015)12-1355-05

# Performance Analysis of Cognitive Spectrum Sharing Systems with MRC Diversity

JI Jianbo, XIONG Chuan

(College of Electronic Information and Automation, Guilin University of Aerospace Technology, Guilin 541004, China)

Abstract: This paper considers a cognitive spectrum sharing system which consists of a secondary receiver (SR), a secondary transmitter(ST) and a pair of primary transceivers. Firstly, it investigates the impact of interference from primary transmitters on the outage performance of spectrum sharing systems with maximal ratiocombining (MRC) at the SR. An exact closed-form expression for the outage probability is derived after some operations, which offers an efficient method to assess the joint effects of key system parameters, such as the number of antennas at the SR, the maximum ST power, the interference temperature constraints, and the primary interference power at the SR. Inaddition, the asymptotic behavior of the outage probability is investigated, which reveals that the secondary system exhibits the outage saturation phenomenon. Finally, the diversity gain and multiplexing gain are analyzed. Simulation results demonstrate that the exact closed-form expression for the outage probability is well matched as Monte Carlo simulation results, a stringent interference temperature constraint and the primary interference power have a significant detrimental effect on the outage probability, the system performance can be increased by increasing the number of SR.

**Key words:** cognitive radio; spectrum sharing; maximal ratio combining; closed-form expression for outage probability; diversity-multiplexing gain

<sup>\*</sup> 收稿日期:2015-08-11;修回日期:2015-11-19 Received date:2015-08-11;Revised date:2015-11-19 基金项目:广西自然科学基金资助项目(2014GXNSFAA118385)

Foundation Item: The Natural Science Foundation of Guangxi (2014GXNSFAA118385)

<sup>\*\*</sup> 通讯作者:jijianbo123@126.com Corresponding author:jijianbo123@126.com

## 1 引 言

认知无线电(Cognitive Radio, CR)技术[1-3]被认 为是有效利用空闲频谱、缓解无线频谱紧缺问题的 一种新方法。CR 系统能够感知无线频谱环境,自动 搜寻可用频谱,动态地将空闲频率资源进行再分配 和再使用,为提高频谱利用率开辟了崭新的涂径。 总体上,CR 技术可分为机会式频谱接入、交织式频 谱共享和共存式频谱共享3种类型。机会式频谱接 入需要可靠和快速频谱的使用信息,并且频谱感知 计算量复杂:交织式频谱共享需要脏纸编码以消除 对主用户的干扰:与机会式频谱接入和交织式频谱 共享相比,在共存式频谱共享里,只要造成的干扰电 平低于预定阈值次用户被允许和主用户同时发送数 据。这种方式通过优化次用户发射参数,次用户和 主用户之间频谱共享能够容易实现,既保证了主用 户的服务质量,同时也提高了系统的性能。本文研 究的 CR 类型是共存式频谱共享型。

最近,为了进一步提高次用户传输的性能,各种 分集合并的技术已在文献[1-4]中得到了应用,如 最大比率合并(Maximal Ratio Combining, MRC)和选 择合并等。在文献[4]中作者研究了频谱共享系统 采用 MRC 时的遍历容量。文献[5]分析了频谱共 享系统不完全信道状态信息下广义选择合并的有效 容量。在文献[6]中作者研究了瑞利信道下次用户 级链路采用有选择发射天线和在接收端采用最大比 合并策略时遍历容量。在文献[7-9]中作者分析了 次用户峰值发射功率约束下采用 MRC 合并策略时 频谱共享 CR 系统的遍历容量和平均符号错误率, 次用户发射功率没有考虑最大功率约束条件。上述 分集合并方案对频谱共享 CR 系统性能都有很大程 度的提高,但是以上成果在分析时都忽视主用户干 扰对系统性能的影响,或者为了分析的方便把主用 户的干扰简单视为高斯白噪声。

基于上述的发现,本文考虑一个多天线的频谱 共享系统模型,该系统考虑到主用户发射机对次用 户的干扰和高斯白噪声;给出了频谱共享系统采用 MRC 策略时中断概率精确封闭形式的表达式和渐 近的表达式;得到一个直观的结果,即系统中断概率 具有饱和性,分集增益为零;同时,严格的干扰温度 约束和主用户的干扰对系统会造成较高的中断概 率;次用户接收机天线数的增加是一种有效的解决 方法,可提高系统的性能。

# 2 系统模型与信道

如图 1 所示,考虑一个认知频谱共享系统,该系统由一个次用户发射机、一个次用户接收机和一对主用户组成。

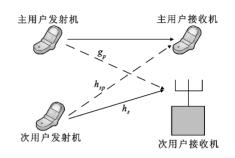


图 1 系统模型 Fig. 1 The model of system

除了次用户接收机是装配 M 条天线外,其余节 点都是单根天线。次用户接收机利用 MRC 提高系 统性能。干扰温度 O 代表主用户能承受最大可允 许干扰功率。所有的信道都被假设为独立瑞利分布 随机变量。其相应的次用户发射机与主用户接收机 信道增益  $h_{sp}$ , 其均值  $E[|h_{sp}|^2] = \lambda_{sp}$ 。 主用户发射 机和次用户接收机的信道系数表示为g。=  $[g_{n1}, g_{n2}, \dots, g_{nM}]^{\mathrm{T}}$ ,每个信道均值  $E[|g_{ni}|^2] = \lambda_{ns}$ ,  $i \in (1,2,\dots,M)$ 。次用户链路信道矢量可表示为  $\boldsymbol{h}_{\scriptscriptstyle c} = [h_{\scriptscriptstyle 1}, h_{\scriptscriptstyle 2}, \cdots, h_{\scriptscriptstyle M}]^{\rm T}$ ,每个信道均值为  $E[|h_{\scriptscriptstyle i}|^2] =$  $\lambda_0, i \in (1, 2, \dots, M)$ 。假设次用户发射机能获取信 道 h,, 的完全信息, 次用户发射机根据获取的干扰信 道增益 h,, 计算其可允许发射峰值功率, 以便满足 对主用户接收机的干扰温度约束条件。同时,在干 扰温度能够得到满足的情况下,次用户发射机分配其 峰值功率进行传输:否则,它自适应地调整其发射功 率为可允许的功率,以保证造成对主用户接收机的干 扰满足干扰温度 Q。这样,次用户发射功率可表示为

$$P_{s} = \min\{Q/|h_{sp}|^{2}, P_{t}\} \ . \tag{1}$$

式中, $P_\iota$ 为次用户发射机可允许最大的发射功率。 考虑来自主用户的干扰,经过 MRC 策略后次用户接 收机接收信号可表示为

$$y_r = \mathbf{w}^{\dagger} \mathbf{h}_s \sqrt{P_s} x_s + \mathbf{w}^{\dagger} \mathbf{g}_p \sqrt{P_p} x_p + \mathbf{w}^{\dagger} \mathbf{n}_{r}$$
 (2

式中, $\mathbf{w} = \frac{\mathbf{h}_s}{\|\mathbf{h}_s\|_F}$ 是 MRC 矢量;  $\|\cdot\|_F$  是 Frobenius 范数, $(\cdot)^{\dagger}$  表示共轭装置; $x_s$  是次用户发射机信号,其均值  $E[|x_s|^2] = 1$ ; $P_p$  是主用户发射功率; $x_p$  是主用户发射机信号,其均值  $E[|x_p|^2] = 1$ ; $\mathbf{n}_r$  是

均值为  $E[|n_r|^2]=1$  加性白高斯噪声(AWGN)。由于 $\mathbf{g}_p$  和 $\mathbf{n}_r$  是独立等同复高斯随机变量,所以次用户接收机经过 MRC 合并后, $\mathbf{g}_p=\mathbf{w}^\dagger\mathbf{g}_p$  服从参数  $E[|\mathbf{g}_p|^2]=\lambda_p$  复高斯随机变量和  $n=\mathbf{w}^\dagger\mathbf{n}_r$  是均值为 0、方差为  $\sigma^2$  的复高斯 AWGN 信号。由式 (1) 和式 (2),可得端到端信号功率与干扰加噪声之比

$$\gamma_{\text{end}} = \frac{P_{s} \| h_{s} \|_{F}^{2}}{P_{p} |g_{p}|^{2} + \sigma^{2}} = \begin{cases}
\frac{Q/|h_{sp}|^{2} \| h_{s} \|_{F}^{2}}{P_{p} |g_{p}|^{2} + \sigma^{2}}, |h_{sp}|^{2} \geqslant \frac{Q}{P_{t}} \\
\frac{P_{t} \| h_{s} \|_{F}^{2}}{P_{p} |g_{p}|^{2} + \sigma^{2}}, |h_{sp}|^{2} < \frac{Q}{P_{t}}
\end{cases}$$
(3)

# 3 中断概率性能分析

#### 3.1 中断概率

中断概率是无线通信系统一个重要性能指标,它定义为端到端信干噪比(SINR)低于一个预先给定的门限值 $\gamma_{th}$ ,数学上可表示为

$$P_{\text{out}} = \Pr\{\gamma_{\text{end}} \leq \gamma_{\text{th}}\} = F_{\gamma_{\text{end}}}(\gamma_{\text{th}})$$
。 (4)  
式中,  $F_{\gamma_{\text{end}}}(\cdot)$  是端到端 SINR 的累积分布函数 (CDF)。于是,可得到下面的定理。

定理 1 考虑主用户的干扰,采用 MRC 策略时次用户接收机端到端  $\gamma_{\rm end}$ 的 CDF 为

$$F_{\gamma_{\text{end}}}(\gamma_{\text{th}}) = 1 - \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{k=0}^{m} \sum_{q=0}^{m} \binom{q}{m} \frac{Q\sigma^{2(m-q)}}{\lambda_{sp} P_{p} \lambda_{p} P_{t}^{k} k!} \binom{\gamma_{\text{th}}}{\lambda_{0}}^{m} \times$$

$$e^{-\left(\frac{Q}{P_{P_{t}}^{\lambda} s_{p}} + \frac{\gamma_{\text{th}} \sigma^{2}}{P_{t}^{\lambda_{0}}}\right)} \left( \left(\frac{Q}{\lambda_{sp}} + \frac{\gamma_{\text{th}} \sigma^{2}}{\lambda_{0}}\right)^{k+q-m} \left(\frac{\lambda_{0}}{\gamma_{\text{th}}}\right)^{q+1} q! \times$$

$$\mathcal{\Psi}\left(q+1, k+q-m+1; \frac{\lambda_{0}}{\gamma_{\text{th}}} \left(\frac{Q}{\lambda_{sp}} + \frac{\gamma_{\text{th}} \sigma^{2}}{\lambda_{0}}\right) \left(\frac{\gamma_{\text{th}}}{P_{t} \lambda_{0}} + \frac{1}{P_{p} \lambda_{p}}\right) \right) \right) -$$

$$\sum_{m=0}^{M-1} \sum_{q=0}^{m} \binom{m}{q} \frac{e^{\frac{\gamma_{\text{th}} \sigma^{2}}{\lambda_{0} P_{t}}} \gamma_{\text{th}}^{m} \sigma^{2(m-q)} q!}{m! P_{t}^{m} P_{p} \lambda_{p} \lambda_{0}^{m}} \left(\frac{\gamma_{\text{th}}}{\lambda_{0} P_{t}} + \frac{1}{P_{p} \lambda_{p}}\right)^{-1-q}$$

$$\left(1 - e^{\frac{Q}{\lambda_{sp} P_{t}}}\right)_{0}$$

$$(5)$$

式中, $\Psi(a,b;z)$ 是第二类合流超几何函数,并且

$$\Psi(a,b;z) = z^{-a} {}_{2}F_{0}(a,1+a-b;;-z^{-1})$$
,

 $_{2}F_{0}(\cdot)$ 为扩展超几何函数。定理 1 给出了中断概率闭合表达式,该定理对系统所有的参数是适用有效的。此外,该表达式仅涉及标准函数 $_{2}F_{0}(\cdot)$ ,因此中断概率可利用软件如 MATLAB 进行快速评估。

因篇幅所限,定理1的证明略,感兴趣的读者请与笔者联系。

#### 3.2 中断概率渐近性能分析

虽然封闭的形式表达式(5)能够为系统提供在任意信噪比时确切中断概率的评估有效方式,但复杂的表达式很难产生任何见解。基于此,本文将分析中断概率的渐近性能,以便更好地研究关键参数对系统的中断性能的影响。

引理 1 当次用户最大发送功率  $P_\iota \to \infty$ ,渐近中断概率  $F_{\gamma_{out}}^{\circ}(\gamma_{th})$  是

$$F_{\gamma_{\text{end}}}^{\infty}(\gamma_{\text{th}}) = 1 - \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{q=0}^{m} \frac{Q\gamma_{\text{th}}^{-2}\lambda_{sp}^{-2}\lambda_{0}\sigma^{2(m-q)}q!}{P_{p}\lambda_{p}} \times (Q\lambda_{0} + \gamma_{\text{th}}\lambda_{sp}\sigma^{2})^{q-m} \cdot \Psi\left(q+1, 1+q-m; \frac{Q\lambda_{0} + \gamma_{\text{th}}\lambda_{sp}\sigma^{2}}{\gamma_{\text{th}}\lambda_{sp}P_{p}\lambda_{p}}\right)_{\circ}$$
(6)

因篇幅所限,证明过程略。

值得注意的是,当 $P_i$ →∞系统渐近概率为常数, 具有饱和性。这是因为当 $P_i$ 增加到一定值时,次用户发射功率与最大发射功率 $P_i$ 无关。

众所周知,多天线技术可以提供相应的分集增益。接下来,使用广义分集增益的概念[10-11]来分析系统分集增益。通过设置  $r_{th} = 2^R - 1$ ,广义分集增益可表示为

$$d = -\lim_{\lambda_0/\lambda_{sp} \to \infty} \frac{\ln(F_{\gamma_{\text{end}}}^{\infty}(2^R - 1))}{\ln(\lambda_0/\lambda_{sp})}$$
 (7)

式中,R 表示次用户传输速率。同时,复用增益定义为 $^{[12]}$ 

$$r = \lim_{\lambda_0/\lambda_{sp} \to \infty} \frac{R(\lambda_0/\lambda_{sp})}{\text{lb}(\lambda_0/\lambda_{sp})} \, . \tag{8}$$

当z很大时 $,_2F_0(a,1+a-b;;-z^{-1})\to 1$ ,所以当 $\lambda_0/\lambda_s\to\infty$ ,式(6)变为

$$F_{\gamma_{\text{end}}}^{\infty}(\gamma_{\text{th}}) = 1 - \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{q=0}^{m} \frac{Q\gamma_{\text{th}}^{-2}\lambda_{sp}^{-2}\lambda_{0}\sigma^{2(m-q)}q!}{P_{p}\lambda_{p}} \times \left(Q\lambda_{0} + \gamma_{\text{th}}\lambda_{sp}\sigma^{2}\right)^{q-m} \left(\frac{Q\lambda_{0} + \gamma_{\text{th}}\lambda_{sp}\sigma^{2}}{\gamma_{\text{th}}\lambda_{sp}P_{p}\lambda_{p}}\right)^{-q-1},$$

$$(Q)$$

并且当  $\lambda_0/\lambda_{sp}\to\infty$ ,式(9)进一步变为

$$F_{\gamma_{\text{end}}}^{\infty}(\gamma_{\text{th}}) = O\left(\frac{(\gamma_{\text{th}})^{M}}{(\lambda_{0}/\lambda_{sp})^{M}(Q + \lambda_{sp}/\lambda_{0}\gamma_{\text{th}}\sigma^{2})^{M}}\right)$$
  
式中, $O(x)$ 表示一个接近  $x$  的函数。结合式(7) ~ (9)可得

$$d + Mr = M_{\odot} \tag{10}$$

从式(10)可以看出,当 $r\rightarrow 0$  时  $d\rightarrow M$ , $d\rightarrow 0$  时  $r\rightarrow 1$ 。由图 2 可知,随天线数目 M 的增加,系统性能更优越。

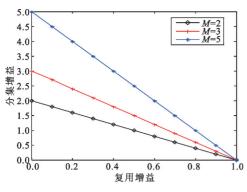


图 2 分集增益与复用增益的关系 Fig. 2 The relationship between the diversity gain and multiplexing gain

# 4 仿真结果与分析

本节通过仿真来验证前面的分析以及研究系统 关键系统参数对系统性能的影响。不失一般性,图  $3 \sim 5$  仿真中设置如下的参数: $\lambda_0 = \lambda_{ss} = \lambda_n$  和  $\sigma^2 = 1$ 。

图 3 是在不同干扰温度 Q 下中断概率与次用户最大发送功率 P<sub>1</sub> 的关系,次用户接收机天线数目 M=3。从仿真结果可知:确切分析结果式(5)与蒙特卡洛仿真结果非常吻合,这验证了确切分析结果是正确的。并且系统的中断概率随 P<sub>1</sub> 增大而变得饱和,这是因为此时次用户发射功率式(1)受干扰温度功率约束。而且饱和中断概率与渐近分析结果非常吻合,这证明了引理 1 的渐近分析结果是正确的。同时还发现增加干扰温度可提高系统的性能,即 Q 增大时,中断概率减小。

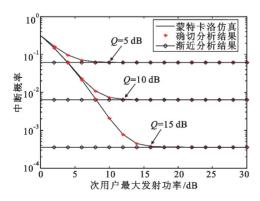


图 3 中断概率与次用户最大发射功率的关系(*M*=3) Fig. 3 Outage probability versus the maximum transmit power when *M*=3

图 4 是验证次用户接收机天线数目对系统中断概率的影响,设置干扰温度  $Q=20~\mathrm{dB}$ 。从仿真结果可以得到:仿真结果与蒙特卡洛仿真结果非常吻合,再次证明了定理 1 的有效性。同时,还发现增加次用户接收机天线数目能减小中断概率,这是因为增

加天线数目对系统能够提供附加的分集增益。

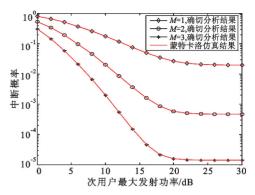


图 4 中断概率与次用户最大发射功率的关系(Q=20 dB) Fig. 4 Outage probability versus the maximum transmit power when Q=20 dB

图 5 是系统中断概率与主用户发射功率  $P_p$  的 关系,次用户发射功率  $P_i$  = 20 dB。很显然,中断概率随  $P_p$  增大而增大,这种现象符合客观实际。

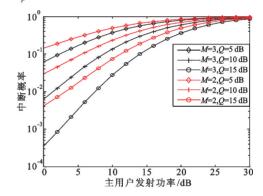


图 5 中断概率与主用户发射功率的关系( $P_t$ =20 dB) Fig. 5 Outage probability versus the primary user transmit power  $P_p$  for different M,Q when  $P_t$ =20 dB

图 6 是不同天线数目时系统中断概率与主用户信道增益和干扰信道增益之比的关系。当主用户信道增益与干扰信道增益之比增大时,中断概率将减小。

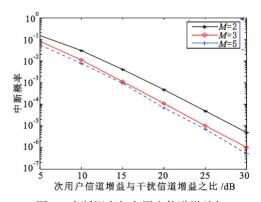


图 6 中断概率与主用户信道增益与 干扰信道增益之比的关系

Fig. 6 Outage probability versus the ratio of SU channel and interference channel

## 5 结 论

本文研究了频谱共享系统最大比例合并分集的中断概率,推导了一个封闭的形式中断表达式,提供了一种快速和有效评估中断概率性能的手段;分析了次用户接收机天线数目、次用户最大发射功率、干扰温度的限制和主用户的干扰对中断性能的影响。研究结果表明,该频谱共享系统在次用户最大发射功率很大时分集增益为零,即中断概率具有饱和性。下一步将推广此研究成果,进一步研究考虑主用户干扰多输入多输出(MIMO)系统 MRC 策略时的中断概率等性能,考虑多对主用户存在时的干扰。

#### 参考文献:

- [1] JI J B, CHEN W. Throughput analysis of multi-antenna cognitivebroadcastnetworks [ J ]. IET Communications, 2014,8(7):1000-1006.
- [2] Haykin S. Cognitive radio: brain empowered wireless-communications [J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2005, 23(2):201 220.
- [3] MITOLA J, MAGUIRE G Q. Cognitive radio: Making software radios more personal [J]. IEEE Personal Communications, 1999, 6(2):13-18.
- [4] DUAN R F, ELMUSRATI M, JANTTI R, et al. Capacity for spectrum sharing cognitive radios with MRC diversity at the secondaryreceiver under asymmetric fading [C]// Proceedings of 2010 IEEE Global Telecommunications Conference. Miami, FL: IEEE, 2010:1-5.
- [5] WU Q, HUANG Y, WANG J, et al. Effective capacity ofcognitive radio systems with GSC diversity under imperfect channelknowledge [J]. IEEE Communication Letters, 2012,16(11):1792-1795.
- [6] BLAGOJEVIC V, IVANIS P. Ergodic capacity for TAS/ MRC spectrumsharing cognitive radio [J]. IEEE Communication Letters, 2012, 16(3):321-323.
- [7] LI D. Performance analysis of MRC diversity for cognitive radiosystems [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2012, 61(2):849-853.

- [8] DUONG T Q, YEOH P L, BAO V N, et al. Cognitive relay networks with multiple primary transceivers underspectrumsharing [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2012, 19 (11):741-744.
- [9] HUANG Y, AL-QAHTANI F, ZHONG C, et al. Performance analysis of multiuser multiple antenna relaying networkswith co-channel interference and feedback delay [J]. IEEE Transactions on Communications, 2014, 62(1):59-73.
- [10] ZOU Y, ZHU J, ZHENG B, et al. An adaptive cooperation diversity scheme with best-relay selection in cognitive radio networks [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58 (10):5438-5445.
- [11] KHAN F A, TOURKI K, ALOUINI M S, et al. Performance analysis of a power limited spectrum sharing system with TAS/MRC[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014,62(4):954-967.
- [12] ZOU Y, YAO Y D, ZHENG B, et al. Diversity-Multiplexing tradeoff in selective cooperation for cognitive radio [J]. IEEE Transactions on Communications, 2012, 60 (9):2467-2481.

## 作者简介:

**嵇建波**(1974—),男,江西东乡人,2015年获博士学位,现为教授,主要研究方向为认知无线电、协作通信、导航定位,已发表论文30余篇;

JI Jianbo was born in Dongxiang, Jiangxi Province, in 1974. He received the Ph. D. degree in 2015. He is now a professor. His research

concerns cognitive radio, cooperative communication and navigation position. He has published more than 30 papers.

Email: jijianbo123@ 126. com

**熊** 川(1978—),男,四川巴中人,工学硕士,副教授, 主要研究方向为 EDA 设计、通信技术。

XIONG Chuan was born in Bazhong, Sichuan Province, in 1978. He is now an associate professor with the M. S. degree. His research concerns EDA design and communication technology.

Email:xch788771@126.com