

doi:10.3969/j.issn.1001-893x.2015.09.008

引用格式:茅永兴,倪晓秋,钟德安,等.卫星入轨段多源测轨数据融合定轨的加权方法[J].电讯技术,2015,55(9):993-999. [MAO Yongxing, NI Xiaoqiu, ZHONG Dean, et al. Weighting Method of Orbit Determination for Multiple Orbit Measurement Data Fusion in Satellite Injection Phase[J]. Telecommunication Engineering, 2015, 55(9):993-999.]

卫星入轨段多源测轨数据融合定轨的加权方法*

茅永兴**,倪晓秋,钟德安,向 颀

(中国卫星海上测控部,江苏 江阴 214431)

摘 要:针对卫星发射入轨段遥外测多种不等精度、不同类型的测轨数据放在一起定轨时的合理加权问题,采用基于微分轨道改进基本原理,推导得到适用于不同类测轨数据联合定轨的动力学条件方程,提出了依据不同测量数据均方差确定该测量元素对应的动力学条件方程权重的方法。仿真验算和实战数据检验表明,该方法充分发挥了分布于各种测轨数据中的高精度测元的作用,融合后的定轨精度得到显著提高。

关键词:航天测控;卫星入轨段;多源测轨数据融合;加权;联合定轨

中图分类号:V557 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-893X(2015)09-0993-07

Weighting Method of Orbit Determination for Multiple Orbit Measurement Data Fusion in Satellite Injection Phase

MAO Yongxing, NI Xiaoqiu, ZHONG Dean, XIANG Jie

(China Satellite Maritime Tracking and Control Department, Jiangyin 214431, China)

Abstract: In injection of satellite launch task, the precision and type of the obtained multiple orbit measurement data such as telemetry data, exterior measuerment data, on-board GPS/GNSS real-time position data are different. To realize rationally weighting in orbit determination using those multiple orbit measurement data together, according to the theory of differential orbit improvement, dynamics equations are deduced for the different types of data, and the weighting method is introduced to fuse the multi-source data with different precision and form according to the root mean square(RMS) of condition function associated to different data. The results of simulations and real data processing show that the method makes full use of the high precise measurement data of different orbit measurement and the orbit determination precision is improved obviously.

Key words: space TT&C; satellite injection phase; multiple orbit measurement data fusion; weighting; joint orbit determination

1 引 言

初轨确定是航天器发射任务中的一项重要任务,也是人造地球卫星轨道测定的重要内容之一。努力提高初轨确定精度,特别是半长轴 a 的确定精度,对入轨段快速评判卫星是否准确入轨、发射是否圆满成功,以及为后续测控站的精确引导,起到至关重要的作用^[1-2]。因此,我们一直致力于航天器入

轨段短弧段测轨数据的初轨确定方法的研究,提出了初轨确定的无摄单位矢量法^[2]、轨道确定的有摄单位矢量法 PUV_{M2}^[2]、可实现星箭分离前后测轨数据联合定轨的初轨确定方法^[3]等。

其实,在我国各类航天器发射任务中,为了确保发射段对运载火箭和航天器飞行轨迹的跟踪测量,保证航天器入轨根数计算精度,天-地测控系统

* 收稿日期:2015-03-17;修回日期:2015-05-29 Received date:2015-03-17;Revised date:2015-05-29
** 通讯作者:MYX8282@tom.com Corresponding author:MYX8282@tom.com

具备多种测量手段, 可以获取多种不同源的测轨数据, 包括: 对运载火箭的外弹道测量数据——地平坐标系下的脉冲雷达 $A_{ml}、h_{ml}、\rho_{ml}$ 三元素测量数据, 下标 ml 表示脉冲雷达外测数据; 对运载火箭的遥测弹道数据——DX-2 坐标系下的火箭平台秒节点弹道数据 $r_{pt}、\dot{r}_{pt}$ 和惯组秒节点弹道数据 $r_{gz}、\dot{r}_{gz}$; 箭载卫导弹道数据——WGS-84 坐标系下的箭载卫星导航定位数据 $r_{wd}、\dot{r}_{wd}$; 对航天器的外弹道测量数据——统一 S 频段 (USB) 系统或统一 C 频段 (UCB) 系统对 S 频段卫星或 C 频段卫星的四元素测量数据。本文以 S 频段卫星任务为例, 则可获取地平坐标系下的 $A_{usb}、h_{usb}、\rho_{usb}、\dot{\rho}_{usb}$ 四元素测量数据。这些不同类型的测轨数据既起到了互为备份的作用, 也为充分发挥高精度数据的作用而进行融合定轨奠定了基础。然而, 这些不同类测量数据测量机理不同、测元形式不同、测量精度不同, 以往任务中, 我们都是使用单源数据进行定轨, 但定轨结果往往存在较大差异^[4], 因而报轨时轨道优选困难, 只能凭借以往任务的经验选择其中一组作为最终定轨结果上报任务中心, 往往会出现报轨结果并不是最优结果的情况^[5]。

在获取的多源测轨数据中, 某源测轨数据也不是各测量元素都是高精度的或低精度的, 例如, 从精度指标看, 在脉冲雷达三元素测量数据中, 测距数据的精度是比较高的, 它比目前使用的箭载卫导的位置精度还要高, 而测角数据的精度就相对较低; 在箭载卫导弹道数据中, 位置矢量的精度要比速度矢量高^[5]。然而, 在实际航天发射任务中, 各类测量数据的精度不是固定不变的。有时因使用的箭载设备性能较好, 火箭惯组秒节点遥测弹道精度也比较高; 有时箭载卫导自定位数据受参与定位的卫星数量以及其他因素的影响, 其定位精度也不是很高; 有时雷达外测数据中的测距数据, 受卫星、地面设备零值测量不准确、实时测量时多普勒急剧变化等因素影响, 其测量精度也会下降。因此, 究竟哪一种测量数据、同一种测量数据中的哪一种测元精度较高, 在任务前以及实战任务中都是难以确定的。融合定轨的目的就是让所有测量数据都参与定轨, 在定轨过程中通过加权处理, 以充分发挥分布于不同数据源中的高精度测元的作用, 从而提高入轨段初轨确定精度。当然, 在不考虑稳定可靠这个航天任务非常注重的因素时, 只要使用精度指标较高的卫导自定位数据和雷达测距数据即可, 其融合定轨精度一定是最高的, 如果加入其他低精度数据, 对定轨精度会有一定的影响, 但由于采用加权处理的迭代求解方法, 低精度数据的权重远小于高精度数据, 因此其影响是有

限的, 并且有时各低精度测量数据或测元同时参与定轨时, 相互间的系统误差往往还可以得到一定程度的抵消, 有时对提高定轨精度也有一定的帮助; 而分布于不同数据源中的高精度测元数据被赋予较大的权重后, 对定轨精度的提高能发挥更大的作用。

那么, 如何将这些测量机理不同、来源于不同的测量设备、测元的表示形式不同、测量精度不一的多源数据放在一起, 进行融合定轨, 实现提高定轨精度的目标, 是本文研究的主要内容。

2 多源测轨数据融合定轨的混合型条件方程组构造方法^[6]

为提高初轨计算模型精度并兼顾实时性要求, 采用微分轨道改进的基本思想推导动力学条件方程组^[7-8], 确定求解变量为状态矢量 $r_0、\dot{r}_0$ 的改正量 $\Delta r_0、\Delta \dot{r}_0$, 通过对 $r_0、\dot{r}_0$ 的改进, 得到精确的定轨结果。

为此, 在有摄动力学关系式基础上进行动力学条件方程组的推导^[9]。有摄动力学关系式为

$$\begin{cases} f\dot{r}_0 + g\dot{r}_0 + wW_0 = r \\ f'r_0 + g'\dot{r}_0 + w'W_0 = \dot{r} \end{cases}, \tag{1}$$

其矢量斜分解系数为

$$\begin{cases} f = F_0 \cdot r, g = G_0 \cdot r, w = W_0 \cdot r \\ f' = F_0 \cdot \dot{r}, g' = G_0 \cdot \dot{r}, w' = W_0 \cdot \dot{r} \end{cases} \tag{2}$$

式中,

$$\begin{cases} F_0 = -\frac{W_0 \times \dot{r}_0}{|r_0 \times \dot{r}_0|} \\ G_0 = -\frac{W_0 \times r_0}{|r_0 \times \dot{r}_0|} \\ W_0 = -\frac{r_0 \times \dot{r}_0}{|r_0 \times \dot{r}_0|} \end{cases} \tag{3}$$

根据微分轨道改进的基本思想, 对公式 (1) 两边关于状态矢量 $S_0 = \begin{pmatrix} r_0 \\ \dot{r}_0 \end{pmatrix} = (x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0)^T$ 求微分, 可得微分表达式:

$$\begin{cases} d\dot{r} = \delta\dot{r} + \Delta\dot{r} \\ d\dot{r} = \delta\dot{r} + \Delta\dot{r} \end{cases} \tag{4}$$

式中,

$$\begin{cases} \delta\dot{r} = \left[\left(\frac{\partial f}{\partial S_0} \right) \cdot dS_0 \right] \cdot r_0 + \left[\left(\frac{\partial g}{\partial S_0} \right) \cdot dS_0 \right] \cdot \dot{r}_0 + \left[\left(\frac{\partial w}{\partial S_0} \right) \cdot dS_0 \right] \cdot W_0 \\ \delta\dot{r} = \left[\left(\frac{\partial f'}{\partial S_0} \right) \cdot dS_0 \right] \cdot r_0 + \left[\left(\frac{\partial g'}{\partial S_0} \right) \cdot dS_0 \right] \cdot \dot{r}_0 + \left[\left(\frac{\partial w'}{\partial S_0} \right) \cdot dS_0 \right] \cdot W_0 \end{cases}, \tag{5}$$

$$\begin{cases} \Delta \mathbf{r} = \mathbf{f} \cdot d\mathbf{r}_0 + \mathbf{g} \cdot d\dot{\mathbf{r}}_0 + \mathbf{w} \cdot \left[\left(\frac{\partial \mathbf{W}_0}{\partial \mathbf{S}_0} \right) \cdot d\mathbf{S}_0 \right] \\ \Delta \dot{\mathbf{r}} = \mathbf{f}' \cdot d\mathbf{r}_0 + \mathbf{g}' \cdot d\dot{\mathbf{r}}_0 + \mathbf{w}' \cdot \left[\left(\frac{\partial \mathbf{W}_0}{\partial \mathbf{S}_0} \right) \cdot d\mathbf{S}_0 \right] \end{cases} \quad (6)$$

因入轨段参与定轨的数据弧段很短,测量数据采样时刻 t 与轨道历元时刻 t_0 (一般取数据段中点) 的跨度小于 40 s, $|t-t_0|$ 为小量,则 $\delta \mathbf{r}, \delta \dot{\mathbf{r}}$ 与 $\Delta \mathbf{r}, \Delta \dot{\mathbf{r}}$ 相比为小量,即 $\delta \mathbf{r}, \delta \dot{\mathbf{r}}$ 为上述微分表达式的次要项,而 $\Delta \mathbf{r}, \Delta \dot{\mathbf{r}}$ 为主要项,与测轨数据精度及入轨段初轨计算精度要求相匹配,可仅保留主要项,则可得近似关系式 $d\mathbf{r} \approx \Delta \mathbf{r}, d\dot{\mathbf{r}} \approx \Delta \dot{\mathbf{r}}$, 因 $|t-t_0|$ 较小,完全可以仅使用主项,即可以使用如下的关系式:

$$\begin{cases} \Delta \mathbf{r} = \mathbf{f} \cdot \Delta \mathbf{r}_0 + \mathbf{g} \cdot \Delta \dot{\mathbf{r}}_0 + \mathbf{w} \cdot \left[\left(\frac{\partial \mathbf{W}_0}{\partial \mathbf{S}_0} \right) \cdot \Delta \mathbf{S}_0 \right] \\ \Delta \dot{\mathbf{r}} = \mathbf{f}' \cdot \Delta \mathbf{r}_0 + \mathbf{g}' \cdot \Delta \dot{\mathbf{r}}_0 + \mathbf{w}' \cdot \left[\left(\frac{\partial \mathbf{W}_0}{\partial \mathbf{S}_0} \right) \cdot \Delta \mathbf{S}_0 \right] \end{cases} \quad (7)$$

记

$$[\tilde{\mathbf{J}}] = \begin{pmatrix} \mathbf{f} \cdot \mathbf{E} & \mathbf{g} \cdot \mathbf{E} \\ \mathbf{f}' \cdot \mathbf{E} & \mathbf{g}' \cdot \mathbf{E} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{w} \cdot \text{Grad}(\mathbf{W}_0) \\ \mathbf{w}' \cdot \text{Grad}(\mathbf{W}_0) \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{M}_r \\ \mathbf{M}_{\dot{r}} \end{pmatrix}, \quad (8)$$

则

$$\Delta \mathbf{S} = [\tilde{\mathbf{J}}] \cdot \Delta \mathbf{S}_0. \quad (9)$$

式中,

$$\text{Grad}(\mathbf{W}_0) = \left(\frac{\partial \mathbf{W}_0}{\partial x_0} \quad \frac{\partial \mathbf{W}_0}{\partial y_0} \quad \frac{\partial \mathbf{W}_0}{\partial z_0} \quad \frac{\partial \mathbf{W}_0}{\partial \dot{x}_0} \quad \frac{\partial \mathbf{W}_0}{\partial \dot{y}_0} \quad \frac{\partial \mathbf{W}_0}{\partial \dot{z}_0} \right), \quad (10)$$

$$\Delta \mathbf{S} = \begin{pmatrix} \mathbf{r} \\ \dot{\mathbf{r}} \end{pmatrix} = (\Delta x \quad \Delta y \quad \Delta z \quad \Delta \dot{x} \quad \Delta \dot{y} \quad \Delta \dot{z})^T. \quad (11)$$

上述推导表明,在 $|t-t_0|$ 为小量的情况下,使用近似状态转移矩阵 $[\tilde{\mathbf{J}}]$ 替代状态转移矩阵 $[\mathbf{J}]$ 仍有较好的计算精度,且计算时仅涉及到状态矢量 $\mathbf{S}$ 的计算,公式更加简单,计算速度快,有利于任务中的实时性要求。这样就很容易计算出观测量相对于初始状态梯度的近似值,从而构造出收敛性较好的算法^[10]。

对于不同类的观测数据,可分别构造相应的动力学条件方程组。

(1) 火箭三元素外测数据、卫星四元素外测数据的动力学条件方程组

通常入轨段外测数据有两种,一是对火箭的脉冲雷达 $A_{\text{ml}}, h_{\text{ml}}, \rho_{\text{ml}}$ 三元素外测数据,二是对卫星的 USB(或 UCB,这里以 USB 为例) $A_{\text{usb}}, h_{\text{usb}}, \rho_{\text{usb}}, \dot{\rho}_{\text{usb}}$ 四元素外测数据,它们都是地平坐标系的外测数据,可以使用以下统一的动力学条件方程组(只是对于脉

冲雷达三元素测量数据时,舍去方程组中的第四个方程):

$$\begin{cases} \left[\left(\frac{\partial A_{\text{ml/usb}}}{\partial \mathbf{r}} \right)^T \cdot \mathbf{M}_r \right] \cdot \Delta \mathbf{S}_0 = \varepsilon_{A_{\text{ml/usb}}} \\ \left[\left(\frac{\partial h_{\text{ml/usb}}}{\partial \mathbf{r}} \right)^T \cdot \mathbf{M}_r \right] \cdot \Delta \mathbf{S}_0 = \varepsilon_{h_{\text{ml/usb}}} \\ \left[\left(\frac{\partial \rho_{\text{ml/usb}}}{\partial \mathbf{r}} \right)^T \cdot \mathbf{M}_r \right] \cdot \Delta \mathbf{S}_0 = \varepsilon_{\rho_{\text{ml/usb}}} \\ \left[\left(\frac{\partial \dot{\rho}_{\text{usb}}}{\partial \mathbf{s}} \right)^T \cdot \tilde{\mathbf{J}} \right] \cdot \Delta \mathbf{S}_0 = \varepsilon_{\dot{\rho}_{\text{usb}}} \end{cases} \quad (12)$$

式中, $\varepsilon_{A_{\text{ml/usb}}}, \varepsilon_{h_{\text{ml/usb}}}, \varepsilon_{\rho_{\text{ml/usb}}}, \varepsilon_{\dot{\rho}_{\text{usb}}}$ 为 $A_{\text{ml/usb}}, h_{\text{ml/usb}}, \rho_{\text{ml/usb}}, \dot{\rho}_{\text{usb}}$ 的残差(下标 ml/usb 表示脉冲雷达或 USB,下同); $\Delta \mathbf{S}_0 = \begin{pmatrix} \Delta \mathbf{r}_0 \\ \Delta \dot{\mathbf{r}}_0 \end{pmatrix}$ 为当前状态矢量的改正量,也是条件方程组的求解变量; $\left(\frac{\partial A_{\text{ml/usb}}}{\partial \mathbf{r}} \right)^T, \left(\frac{\partial h_{\text{ml/usb}}}{\partial \mathbf{r}} \right)^T, \left(\frac{\partial \rho_{\text{ml/usb}}}{\partial \mathbf{r}} \right)^T, \left(\frac{\partial \dot{\rho}_{\text{usb}}}{\partial \mathbf{s}} \right)^T$ 为测量数据 $A_{\text{ml/usb}}, h_{\text{ml/usb}}, \rho_{\text{ml/usb}}, \dot{\rho}_{\text{usb}}$ 的观测矩阵; $\mathbf{M}_r$ 为关于位置矢量的状态转移矩阵(其定义和计算方法见公式(8)及其相关公式),下同。

(2) 箭遥平台/惯组秒节点弹道数据、箭载卫导弹道数据的动力学条件方程组

将 DX-2 坐标系下的箭遥平台秒节点弹道、箭遥惯组秒节点弹道转换和 WGS-84 坐标系下的箭载卫导弹道数据转换至 J2000 地心惯性坐标系后,使用以下统一的动力学条件方程组:

$$\begin{cases} \mathbf{M}_r \cdot \Delta \mathbf{s}_0 = \begin{pmatrix} \varepsilon_{x(\text{pt/gz/wd})} \\ \varepsilon_{y(\text{pt/gz/wd})} \\ \varepsilon_{z(\text{pt/gz/wd})} \end{pmatrix} \\ \mathbf{M}_{\dot{r}} \cdot \Delta \mathbf{s}_0 = \begin{pmatrix} \varepsilon_{\dot{x}(\text{pt/gz/wd})} \\ \varepsilon_{\dot{y}(\text{pt/gz/wd})} \\ \varepsilon_{\dot{z}(\text{pt/gz/wd})} \end{pmatrix} \end{cases} \quad (13)$$

式中, $\varepsilon_{x(\text{pt/gz/wd})}, \varepsilon_{y(\text{pt/gz/wd})}, \varepsilon_{z(\text{pt/gz/wd})}, \varepsilon_{\dot{x}(\text{pt/gz/wd})}, \varepsilon_{\dot{y}(\text{pt/gz/wd})}, \varepsilon_{\dot{z}(\text{pt/gz/wd})}$ 为测量元素 $x_{\text{pt/gz/wd}}, y_{\text{pt/gz/wd}}, z_{\text{pt/gz/wd}}, \dot{x}_{\text{pt/gz/wd}}, \dot{y}_{\text{pt/gz/wd}}, \dot{z}_{\text{pt/gz/wd}}$ 的残差(下标 pt/gz/wd 表示箭遥平台秒节点或箭遥惯组秒节点或箭载卫导弹道数据,下同), $\mathbf{M}_{\dot{r}}$ 为关于速度矢量的状态转移矩阵(其定义和计算方法见公式(8)及其相关公式)。

上述 5 种动力学条件方程组具有相同的求解变量,模型精度一致,应用时可根据获取的测轨数据的具体情况任意组合,形成混合型条件方程组,通过加权最小二乘法迭代求解,实现多类测轨数据的融合

定轨。

3 权系数确定方法^[6]

从上述动力学条件方程组的表达形式可以看出,方程的右端都是测量元素的残差值,是由当前状态矢量计算得到的理论观测值与实际测量值之差,是实际测量数据包含的随机误差以及系统误差、当前状态矢量的不准确引起的理论观测数据偏差的综合体现;而后者通过定轨过程的不断迭代求解逐渐减小,直至迭代收敛其偏差达到最小,前者是实际测量数据固有的,不随迭代求解过程而改变。因此,各测量元素残差的大小实际上也直接反映了其测量精度的高低,从而可以说明依据由各测量元素的残差计算得到的均方差确定各动力学条件方程的权重系数是科学合理的。下面介绍具体计算方法。

脉冲雷达三元素测量数据的均方差为

$$\begin{cases} \sigma_{A_{ml}} = \sqrt{\frac{1}{n_1} \sum \varepsilon_{A_{ml}}^2} \\ \sigma_{h_{ml}} = \sqrt{\frac{1}{n_1} \sum \varepsilon_{h_{ml}}^2} \\ \sigma_{\rho_{ml}} = \sqrt{\frac{1}{n_1} \sum \varepsilon_{\rho_{ml}}^2} \end{cases} \quad (14)$$

式中, n_1 为脉冲雷达外测数据点数。

USB 四元素测量数据的均方差为

$$\begin{cases} \sigma_{A_{usb}} = \sqrt{\frac{1}{n_2} \sum \varepsilon_{A_{usb}}^2} \\ \sigma_{h_{usb}} = \sqrt{\frac{1}{n_2} \sum \varepsilon_{h_{usb}}^2} \\ \sigma_{\rho_{usb}} = \sqrt{\frac{1}{n_2} \sum \varepsilon_{\rho_{usb}}^2} \\ \sigma_{\dot{\rho}_{usb}} = \sqrt{\frac{1}{n_2} \sum \varepsilon_{\dot{\rho}_{usb}}^2} \end{cases} \quad (15)$$

式中, n_2 为 USB 外测数据的点数。

考虑到平台秒节点弹道数据、惯组秒节点弹道数据、箭载卫导弹道数据,它们的 3 个位置量和 3 个速度量都不是独立测量得到,因此,3 个位置量应该取同一权重,3 个速度量应该取同一权重。因此,平台秒节点弹道数据位置量和速度量的均方差为

$$\begin{cases} \sigma_{r_{pt}} = \sqrt{\frac{1}{3n_3} \sum (\varepsilon_{x_{pt}}^2 + \varepsilon_{y_{pt}}^2 + \varepsilon_{z_{pt}}^2)} \\ \sigma_{\dot{r}_{pt}} = \sqrt{\frac{1}{3n_3} \sum (\varepsilon_{\dot{x}_{pt}}^2 + \varepsilon_{\dot{y}_{pt}}^2 + \varepsilon_{\dot{z}_{pt}}^2)} \end{cases} \quad (16)$$

式中,下标 r 表示 3 个位置量, n_3 为平台秒节点弹道

数据的点数。

同样,惯组秒节点弹道数据和箭载卫导弹道数据的位置量和速度量的均方差为

$$\begin{cases} \sigma_{r_{gz}} = \sqrt{\frac{1}{3n_4} \sum (\varepsilon_{x_{gz}}^2 + \varepsilon_{y_{gz}}^2 + \varepsilon_{z_{gz}}^2)} \\ \sigma_{\dot{r}_{gz}} = \sqrt{\frac{1}{3n_4} \sum (\varepsilon_{\dot{x}_{gz}}^2 + \varepsilon_{\dot{y}_{gz}}^2 + \varepsilon_{\dot{z}_{gz}}^2)} \end{cases} \quad (17)$$

$$\begin{cases} \sigma_{r_{wd}} = \sqrt{\frac{1}{3n_5} \sum (\varepsilon_{x_{wd}}^2 + \varepsilon_{y_{wd}}^2 + \varepsilon_{z_{wd}}^2)} \\ \sigma_{\dot{r}_{wd}} = \sqrt{\frac{1}{3n_5} \sum (\varepsilon_{\dot{x}_{wd}}^2 + \varepsilon_{\dot{y}_{wd}}^2 + \varepsilon_{\dot{z}_{wd}}^2)} \end{cases} \quad (18)$$

令

$$U = \frac{1}{\sigma_{A_{ml}}} + \frac{1}{\sigma_{h_{ml}}} + \frac{1}{\sigma_{\rho_{ml}}} + \frac{1}{\sigma_{A_{usb}}} + \frac{1}{\sigma_{h_{usb}}} + \frac{1}{\sigma_{\rho_{usb}}} + \frac{1}{\sigma_{\dot{\rho}_{usb}}} + \frac{3}{\sigma_{r_{pt}}} + \frac{3}{\sigma_{\dot{r}_{pt}}} + \frac{3}{\sigma_{r_{gz}}} + \frac{3}{\sigma_{\dot{r}_{gz}}} + \frac{3}{\sigma_{r_{wd}}} + \frac{3}{\sigma_{\dot{r}_{wd}}}$$

则归一化后的各测量元素对应的动力学条件方程的权系数为

$$\begin{aligned} w_{A_{ml}} &= \frac{1/\sigma_{A_{ml}}}{U}, w_{h_{ml}} = \frac{1/\sigma_{h_{ml}}}{U}, w_{\rho_{ml}} = \frac{1/\sigma_{\rho_{ml}}}{U}, \\ w_{A_{usb}} &= \frac{1/\sigma_{A_{usb}}}{U}, w_{h_{usb}} = \frac{1/\sigma_{h_{usb}}}{U}, w_{\rho_{usb}} = \frac{1/\sigma_{\rho_{usb}}}{U}, \\ w_{\dot{\rho}_{usb}} &= \frac{1/\sigma_{\dot{\rho}_{usb}}}{U}, w_{r_{pt}} = w_{x_{pt}} = w_{y_{pt}} = w_{z_{pt}} = \frac{1/\sigma_{r_{pt}}}{U}, \\ w_{\dot{r}_{pt}} &= w_{\dot{x}_{pt}} = w_{\dot{y}_{pt}} = w_{\dot{z}_{pt}} = \frac{1/\sigma_{\dot{r}_{pt}}}{U}, \\ w_{r_{gz}} &= w_{x_{gz}} = w_{y_{gz}} = w_{z_{gz}} = \frac{1/\sigma_{r_{gz}}}{U}, \\ w_{\dot{r}_{gz}} &= w_{\dot{x}_{gz}} = w_{\dot{y}_{gz}} = w_{\dot{z}_{gz}} = \frac{1/\sigma_{\dot{r}_{gz}}}{U}, \\ w_{r_{wd}} &= w_{x_{wd}} = w_{y_{wd}} = w_{z_{wd}} = \frac{1/\sigma_{r_{wd}}}{U}, \\ w_{\dot{r}_{wd}} &= w_{\dot{x}_{wd}} = w_{\dot{y}_{wd}} = w_{\dot{z}_{wd}} = \frac{1/\sigma_{\dot{r}_{wd}}}{U} \end{aligned}$$

4 混合型条件方程组的求解方法

以上方法计算得到的各测量元素权系数的大小体现了其测量精度的高低,将它乘到对应的动力学条件方程的两端,在采用最小二乘法统一求解由各测量元素组成的动力学条件方程组时,权重大的测量元素对应的动力学条件方程发挥的作用将比权重小的测量元素对应的动力学条件方程要大很多(这是加权最小二乘法的基本原理),从而在迭代求解过程中可以充分发挥高精度测量数据的作用,达到

提高定轨精度的目的,真正实现多源数据的融合定轨。特别是当高精度的测量元素分布在不同类的测量数据中时,可以充分发挥高精度测量元素(例如外测数据中的测距数据 ρ_{ml} 、卫导自定位数据中的位置矢量 $\boldsymbol{r}_{\text{wd}}$)的作用,这是其他只使用同一类测轨数据(例如只使用卫导自定位数据或只使用外测数据)进行定轨的方法无法做到的。

分别将各测量元素的权重系数乘到对应的动力学条件方程两端后,采用加权最小二乘法迭代求解该混合型动力学条件方程组,并对当前状态矢量进行改正,直至满足收敛条件为止。

令权矩阵 $\boldsymbol{W}$ 是由各测量元素的权系数 $w_{A_{\text{ml}}}$ 、 $w_{h_{\text{ml}}}$ 、 $w_{\rho_{\text{ml}}}$ 、 $w_{A_{\text{usb}}}$ 、 $w_{h_{\text{usb}}}$ 、 $w_{\rho_{\text{usb}}}$ 、 $w_{\dot{\rho}_{\text{usb}}}$ 、 $w_{x_{\text{pt}}}$ 、 $w_{y_{\text{pt}}}$ 、 $w_{z_{\text{pt}}}$ 、 $w_{\dot{x}_{\text{pt}}}$ 、 $w_{\dot{y}_{\text{pt}}}$ 、 $w_{\dot{z}_{\text{pt}}}$ 、 $w_{x_{\text{gz}}}$ 、 $w_{y_{\text{gz}}}$ 、 $w_{z_{\text{gz}}}$ 、 $w_{\dot{x}_{\text{gz}}}$ 、 $w_{\dot{y}_{\text{gz}}}$ 、 $w_{\dot{z}_{\text{gz}}}$ 、 $w_{x_{\text{wd}}}$ 、 $w_{y_{\text{wd}}}$ 、 $w_{z_{\text{wd}}}$ 、 $w_{\dot{x}_{\text{wd}}}$ 、 $w_{\dot{y}_{\text{wd}}}$ 、 $w_{\dot{z}_{\text{wd}}}$ 组成的对角矩阵,条件方程组右端各测量元素的残差组成的向量为右向量 $\boldsymbol{L}$,动力学条件方程组中求解变量 $\Delta\boldsymbol{S}_0$ 前面的系数组成的系数矩阵为 $\boldsymbol{B}$,求解变量 $\Delta\boldsymbol{S}_0$ 的矩阵表示形式为 $\boldsymbol{X}$,加权后的右向量为 $\boldsymbol{WL}$,加权后的系数矩阵为 $\boldsymbol{WB}$,则

$$\boldsymbol{X} = ((\boldsymbol{WB})^T(\boldsymbol{WB}))^{-1}(\boldsymbol{WB})^T(\boldsymbol{WL})。 \quad (19)$$

使用求解结果 $\boldsymbol{X}$ (即状态矢量的改正量 $\Delta\boldsymbol{S}_0$)对本次迭代过程中使用的状态矢量(上次迭代结束后改正的状态矢量 $\boldsymbol{S}_0^{(k-1)}$)进行改正,得到本次迭代求解得到的新的状态矢量,即

$$\boldsymbol{S}_0^{(k)} = \boldsymbol{S}_0^{(k-1)} + \Delta\boldsymbol{S}_0。 \quad (20)$$

当满足某设定的迭代收敛条件时,迭代求解结束,利用最后的状态矢量计算相应的轨道根数。

上述加权最小二乘估计是无偏估计,迭代收敛后的融合定轨结果是稳定的。当然,对混合型条件方程组的求解,除了本文采用的加权最小二乘估计方法以外,也可以使用其他估计方法^[11-12]。

5 算 例

5.1 仿真算例

我们分别使用一组大偏心率轨道和一组近地近圆轨道的理论根数(见表 1 和表 2),在不考虑星箭分离速度增量、不考虑火箭调姿对轨道的影响、不考虑各类数据系统误差的情况下,分别模拟仿真星箭分离前 15 s 的箭遥平台秒节点弹道、惯组秒节点弹道、箭载卫导弹道和脉冲雷达外测数据,并分别叠加 300 组符合正态分布的随机误差(见表 3),得到了 300 组各类模拟弹道,仿真定轨结果见表 4 和表 5。表中 a 、 e 、 i 、 Ω 、 ω 、 M 为 6 个开普勒轨道根数,其中, a 为轨道半长轴, e 为轨道偏心率, i 为轨道倾角, Ω 为轨道升交点赤经, ω 为轨道近地点幅角, M 为轨道平近点角;对于近圆轨道,一般采用无奇点根数系统 a 、 i 、 Ω 、 ξ 、 η 、 λ ,其中, $\xi = e\cos\omega$, $\eta = -e\sin\omega$, $\lambda = M + \omega$ 。

表 1 仿真用轨道根数(大偏心率)
Table 1 Orbital elements for simulation(large eccentricity orbit)

a/km	e	$i/(\text{^\circ})$	$\Omega/(\text{^\circ})$	$\omega/(\text{^\circ})$	$M/(\text{^\circ})$
24 291. 712	0. 728 569	24. 172	95. 609	180. 605	1. 011

表 2 仿真用轨道根数(近地近圆)
Table 2 Orbital elements for simulation(low eccentricity LEO)

a/km	$i/(\text{^\circ})$	$\Omega/(\text{^\circ})$	ξ	η	$\lambda/(\text{^\circ})$
6642. 708	42. 364	194. 062	0. 009 9	-0. 004 1	124. 288

表 3 叠加的符合正态分布的随机误差
Table 3 Random error in accordance with normal distribution

数据来源	X/m	Y/m	Z/m	$V_x/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	$V_y/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	$V_z/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	方位角 $A/(\text{''})$	俯仰角 $E/(\text{''})$	斜距 ρ/m
箭载卫导	14. 5	14. 5	14. 5	0. 15	0. 15	0. 15			
惯组秒节点	30. 0	30. 0	30. 0	0. 20	0. 20	0. 20			
平台秒节点	40. 0	40. 0	40. 0	0. 25	0. 25	0. 25			
雷达外测							36	36	10

表 4 仿真结果 1(大偏心率轨道,Δ=定轨结果-仿真根数)

Table 4 Result of Simulation 1(large eccentricity orbit,the delta equals orbital elements difference of orbit determination result and simulation)

数据来源	$\Delta a/\text{km}$	Δe	$\Delta i/(\text{^\circ})$	$\Delta \Omega/(\text{^\circ})$	$\Delta \omega/(\text{^\circ})$	$\Delta M/(\text{^\circ})$
平台秒节点	2.560	0.000 028	0.000 000 7	0.000 069	0.000 51	-0.000 22
惯组秒节点	-5.262	-0.000 059	0.000 074 7	0.000 315	-0.001 03	0.000 43
箭载卫导	2.558	0.000 028	-0.000 091 0	-0.000 059	-0.000 00	-0.000 16
雷达外测	44.747	0.000 232	0.001 183 0	0.000 343	0.022 08	0.001 04
卫导+外测融合	0.844	0.000 007	0.000 022 7	0.000 053	0.000 16	0.000 05
平台+惯组+卫导+外测融合	0.545	0.000 005	0.000 021 3	0.000 018	0.000 13	0.000 05

表 5 仿真结果 2(近地近园轨道,Δ=定轨结果-仿真根数)

Table 5 Result of Simulation 2(low eccentricity LEO,the delta equals orbital elements difference of orbit determination result and simulation)

数据来源	$\Delta a/\text{km}$	$\Delta i/(\text{^\circ})$	$\Delta \Omega/(\text{^\circ})$	$\Delta \xi$	$\Delta \eta$	$\Delta \lambda/(\text{^\circ})$
平台秒节点	0.241	-0.000 288	0.000 794	-0.000 023	-0.000 024	-0.002 034
惯组秒节点	0.200	-0.000 419	0.000 746	-0.000 042	-0.000 002	0.001 224
箭载卫导	0.147	0.000 104	-0.000 251	-0.000 029	-0.000 003	0.000 643
雷达外测	10.243	0.011 141	0.062 224	0.000 611	0.001 096	0.078 397
卫导+外测融合	0.055	0.000 052	0.000 088	0.000 024	0.000 017	0.000 311
平台+惯组+卫导+外测融合	0.003	0.000 013	0.000 020	0.000 014	0.000 017	0.000 109

5.2 任务数据算例

我们使用多次航天发射任务的入轨段实测数据进行验算,结果表明,融合定轨结果精度稳定,同步转移轨道(偏心率为 0.75 左右)入轨段初轨确定精度(半长轴 a 误差)稳定在2 km以内。表 6 给出了

其中某型号任务实测数据的定轨结果(为避免火箭大调姿对轨道的影响,取用星箭分离前15 s的保姿态飞行段数据定轨),表 7 给出了 4 类数据融合定轨各测元的权重系数。

表 6 某型号任务实测数据定轨结果(大偏心率轨道,Δ=定轨结果-精轨根数)

Table 6 The result of measured data in a task(large eccentricity orbit,the delta equals orbital elements difference of orbit determination result and precise orbit)

数据来源	$\Delta a/(\text{km})$	Δe	$\Delta i/(\text{^\circ})$	$\Delta \Omega/(\text{^\circ})$	$\Delta \omega/(\text{^\circ})$	$\Delta M/(\text{^\circ})$
平台秒节点	-61.860 1	-0.000 730	-0.070 64	0.094 75	-0.119 07	0.009 77
惯组秒节点	20.046 7	0.000 175	-0.018 79	-0.181 32	0.159 84	0.002 78
箭载卫导	1.271 6	-0.000 023	-0.041 97	-0.012 99	0.023 17	0.002 88
雷达外测	33.770 3	0.000 215	-0.001 34	0.009 69	-0.004 83	-0.011 14
卫导+外测融合	0.271 6	-0.000 023	-0.041 97	-0.012 99	0.023 17	0.002 88
平台+惯组+卫导+外测融合	0.266 2	-0.000 023	-0.041 96	-0.012 99	0.023 15	0.002 89

表 7 平台+惯组+卫导+外测融合定轨各测元的归一化权重系数

Table 7 Weight of measurement data for fusion orbit determination using telemetry data, exterior measurment data,on-board GPS/GNSS real-time position data together

数据来源	测距	方位角	俯仰角	位置矢量(取同权)			速度矢量(取同权)		
				x	y	z	V_x	V_y	V_z
外测数据	0.201	0.009	0.013						
平台秒节点弹道				0.010	0.010	0.010	0.016	0.016	0.016
惯组秒节点弹道				0.011	0.011	0.011	0.019	0.019	0.019
卫导自定位数据				0.172	0.172	0.172	0.031	0.031	0.031

6 结束语

从迭代求解过程中的权值分配可以看出,测量精度最高的雷达测距数据权重最大,箭载卫导位置量数据的权重接近于雷达测距数据权重,其他各测元的权重均小一个数量级以上,因此,高精度的雷达测距数据和箭载卫导位置量数据在融合定轨中起了决定性作用。从融合定轨的结果看,对于同步转移轨道(偏心率 0.75 左右)入轨段 4 类测轨数据,其融合定轨精度(半长轴 a 误差)稳定在 2 km 以内(表 6 的结果达到了 0.26 km),说明本文提供的融合定轨方法特别是加权方法对提高入轨段初轨确定精度是很有效的。

参考文献:

- [1] Kovalevsky J. 天体力学引论[M]. 易照华,译. 北京:科学出版社,1978.
Kovalevsky J. Methods of Celestial Mechanics[M]. Translated by YI Zhao-hua. Beijing: Science Press, 1978. (in Chinese)
- [2] 茅永兴. 航天器轨道确定的单位矢量法[M]. 北京:国防工业出版社,2007.
MAO Yongxing. Unit Vector Method of Spacecraft Orbit Determination[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2007. (in Chinese)
- [3] 茅永兴,马静远,掌静,等. 一种可实现星箭分离前后测轨数据联合定轨的初轨确定方法[J]. 宇航学报, 2014, 35(12): 1359–1366.
MAO Yongxing, MA Jingyuan, ZHANG Jing, et al. An Orbit Determination Method Using Data Before and After Satellite–Rocket Separation[J]. Journal of Astronautics, 2014, 35(12): 1359–1366. (in Chinese)
- [4] 茅永兴,倪晓秋,张忠华,等. 航天发射任务星箭分离前调姿段测轨数据定初轨精度分析[J]. 飞行器测控学报, 2010, 29(2): 44–49.
MAO Yongxing, NI Xiaoqiu, ZHANG Zhonghua, et al. Analysis of Orbit Determination Precision with Data in Attitude Adjusting Segment before Separation of Satellite–rockets in Space Launch Mission[J]. Journal of Spacecraft TT&C Technology, 2010, 29(2): 44–49. (in Chinese)
- [5] 茅永兴,朱伟康,倪晓秋,等. 航天器入轨段测轨数据误差特性及定轨结果分析[J]. 航天控制, 2010, 28(6): 93–96.
MAO Yongxing, ZHU Weikang, NI Xiaoqiu, et al. The Analysis of Error Characteristics of Orbit–Measurement Data and Orbit–Determination Result in the Spacecraft Injection Phase[J]. Aerospace Control, 2010, 28(6): 93–96. (in Chinese)
- [6] 茅永兴,马静远,陈务深,等. 航天发射任务入轨段遥外测数据融合定轨方法: 中国, ZL 201010049413.0 [P]. 2013.

- MAO Yongxing, MA Jingyuan, CHEN Wushen, et al. Telemetry and Tracking Data Fusion Orbiting Method of Injection Phase in Aerospace Launch Task: China, ZL 201010049413.0 [P]. 2013. (in Chinese)
- [7] 刘林. 航天器轨道理论[M]. 北京:国防工业出版社,2000.
LIU Lin. Spacecraft Orbit Theory[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2000. (in Chinese)
- [8] 李济生. 人造卫星精密轨道确定[M]. 北京:解放军出版社,1995.
LI Jisheng. Determination of Precise Orbit for Man-made Satellite[M]. Beijing: PLA Press, 1995. (in Chinese)
- [9] 陆本魁,李剑峰,马静远,等. 一种有摄初轨计算的单位矢量法[J]. 宇航学报, 1999, 20(1): 14–20.
LU Benkui, LI Jianfeng, MA Jingyuan, et al. A Method of Perturbed Initial Orbit Determination[J]. Journal of Astronautics, 1999, 20(1): 14–20. (in Chinese)
- [10] 陈务深,马静远,掌静,等. 基于矢量斜分解系数的近似状态转移矩阵及在轨道确定中的应用[J]. 中国科学 G 辑, 2009, 39(11): 1664–1670.
CHEN Wushen, MA Jingyuan, ZHANG Jing, et al. The approximate state transition matrix based on non-orthogonal decomposition and its application in orbit determination[J]. Science China, Physics, Mechanics & Astronomy, 2009, 39(11): 1664–1670. (in Chinese)
- [11] 马丙浩,田林亚,张勇. Helmert 方差分量估计在 GPS/GLONASS 组合定位中的应用[J]. 测绘与空间地理信息, 2013, 36(4): 103–105.
MA Binghao, TIAN Linya, ZHANG Yong. Application of Helmert Variance Component Estimation in GPS/GLO-NASS Combined Positioning[J]. Geomatics & Spatial Information Technology, 2013, 36(4): 103–105. (in Chinese)
- [12] 陈俊平,王解先. 附加 Helmert 变换参数的低轨卫星约化动力学精密定轨[J]. 测绘学报, 2008, 37(3): 394–399.
CHEN Junping, WANG Jiexian. Reduced-dynamic Precise Orbit Determination of Low Earth Orbiter Using Helmert Transformation Model[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2008, 37(3): 394–399. (in Chinese)

作者简介:



茅永兴(1966—),男,江苏南通人,2005 年获硕士学位,现为研究员,主要从事航天测控技术以及轨道确定方法研究。

MAO Yongxing was born in Nantong, Jiangsu Province, in 1966. He received the M. S. degree in 2005. He is now a senior engineer of professor. His research concerns aerospace TT&C

and orbit determination.

Email: MYX8282@tom.com