

doi:10.3969/j.issn.1001-893x.2015.07.012

引用格式:栾俊宝,邓兵.短时分数阶傅里叶变换对调频信号的时频分辨能力[J].电讯技术,2015,55(7):773-778. [LUAN Junbao,DENG Bing. Time-Frequency Resolving Ability of Short-time Fractional Fourier Transform to FM Signals[J]. Telecommunication Engineering,2015,55(7):773-778.]

短时分数阶傅里叶变换对调频信号的时频分辨能力*

栾俊宝¹, 邓 兵^{2,**}

(1. 海军航空工程学院 研究生管理大队, 山东 烟台 264001; 2. 海军航空工程学院 电子信息工程系, 山东 烟台 264001)

摘 要:调频信号的检测和参数估计一直是信号处理领域的研究热点之一。为深入挖掘短时分数阶傅里叶变换对调频信号的时频分析优势,从短时分数阶傅里叶变换的定义出发,推导了其时频分辨能力与信号参数的关系,并与短时傅里叶变换进行了对比分析。结论表明,短时傅里叶变换时频分辨能力与信号频率变化率有关,而短时分数阶傅里叶变换几乎不受调频率变化率影响。最后,通过对比仿真实验证明,对于频率变化率较小的信号,两者时频分辨效果差别不明显,对于频率变化率较大的信号,短时分数阶傅里叶变换的时频分辨效果更好。

关键词:调频信号检测;参数估计;短时傅里叶变换;短时分数阶傅里叶变换;时频分析

中图分类号:TN911 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-893X(2015)07-0773-06

Time-Frequency Resolving Ability of Short-time Fractional Fourier Transform to FM Signals

LUAN Junbao¹, DENG Bing²

(1. Graduate Students' Brigade, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China;
2. Department of Electronic and Information Engineering, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China)

Abstract: Detection and parameter estimation of frequency modulation (FM) signal is always one of the research focuses in the field of signal processing. In order to find out the advantage of short-time fractional Fourier transform (STFRFT) in processing the FM signals, this paper analyzes the relationship between the time-frequency resolving ability and the parameter of the measured signals through STFRFT's definition, and compares with short-time Fourier transform (STFT). As a conclusion, the time-frequency resolving ability of STFT is related to the signal's frequency fluctuation rate, however, the time-frequency resolving ability of STFRFT has nearly no relationship with the signal's frequency fluctuation rate. The simulation verifies that for the signals with low frequency fluctuation rate, STFT and STFRFT almost have the same time-frequency resolution, but for the signals with high frequency fluctuation rate, STFRFT has the better time-frequency resolution.

Key words: frequency modulation signal detection; parameter estimation; short-time Fourier transform; short-time fractional Fourier transform; time-frequency analysis

1 引 言

随着电子技术的发展,信号处理的研究对象已

经由平稳信号逐渐发展为非平稳信号,对非平稳信号的检测和参数估计一直是信号处理领域被广泛关

* 收稿日期:2014-12-05;修回日期:2015-04-02 Received date:2014-12-05;Revised date:2015-04-02

基金项目:国家自然科学基金资助项目(60902054,61032001,61570122);中国博士后科学基金项目(201003758,20090460114)

Foundation Item:The National Natural Science Foundation of China(No. 60902054,61032001,61570122);China Postdoctoral Science Foundation (No. 201003758,20090460114)

** 通讯作者:navy_dbing@tom.com Corresponding author:navy_dbing@tom.com

• 773 •

注的问题。针对此类信号的分析,国内外学者先后提出了多种时频分析工具,例如 WVD、Gabor 变换、小波变换、分数阶傅里叶变换、短时傅里叶变换、短时分数阶傅里叶变换等^[1]。其中,短时傅里叶变换(Short-Time Fourier Transform,STFT)和短时分数阶傅里叶变换(Short-Time Fractional Fourier Transform,STFRFT)作为两种常用的时频分析工具,既不存在交叉项干扰,又能够通过短时窗分析信号局部的频率变化特征,因此受到研究学者的广泛青睐。文献[2]将短时傅里叶变换应用在线性调频信号的滤波中,实现了对线性调频信号(Linear Frequency Modulation,LFM)信号的滤波。文献[3]提出了利用短时傅里叶变换进行微小运动目标检测的方法,能够有效分离噪声,实现对运动目标检测。文献[4]将短时分数阶傅里叶变换用于多分量 LFM 信号检测与参数估计之中,取得了很好的分析效果。文献[5]用短时分数阶傅里叶变换对多个多项式相位信号进行检测,实现了多线性调频分量的检测与分离。

与短时傅里叶变换一样,短时分数阶傅里叶变换在时频分析上也存在着时频分辨率不够高等缺点^[6-7]。因此,本文从其时频分辨能力入手,以短时傅里叶变换作对比,研究短时分数阶傅里叶变换的时频分辨能力与信号参数的关系。

2 STFT 与 STFRFT

短时傅里叶变换最早在 1946 年由 Gabor 提出^[8],其主要思想是利用滑动的短时窗对待测信号进行分段截取,并对所截取的信号利用傅里叶变换进行时频分析。其建立起来的时频分析谱图是一种直观的时频分布图,能够反映出信号在局部时间上的频域特性,对于很多常见信号都具有良好的分析性能。给定一个时间宽度很短的窗函数 $Y(t)$,令窗函数在时间轴 t 上滑动,则可以得到信号 $s(t)$ 的 STFT:

$$\text{STFT}(t,f) = \int s(\tau) Y(\tau - t) \exp(-j2\pi f\tau) d\tau \tag{1}$$

STFT 所得到的是信号在分析时间 t 附近通过傅里叶变换得到的局部频谱,因此 $\text{STFT}(t,f)$ 既是时间 t 的函数,也是频率 f 的函数。

在信号处理中,传统的傅里叶变换已经成为一种成熟而应用广泛的数学工具。若将其看作是一种将信号由时间轴逆时针旋转 $\pi/2$ 变换到频率轴的

线性算子,则可以定义一种可以旋转任意角度 α 的新算子,即分数阶傅里叶变换(Fractional Fourier Transform,FRFT),其定义式为^[9]

$$\text{FRFT}_\alpha(u) = \int s(t) K_\alpha(t,u) dt \tag{2}$$

式中, α 为变换角度, $K_\alpha(t,u)$ 为变换核,

$$K_\alpha(t,u) = \begin{cases} A_\alpha e^{j\pi(t^2\cot\alpha+u^2\cot\alpha-2ut\csc\alpha)}, & \alpha \neq n\pi \\ \delta(t-u), & \alpha = 2n\pi \\ \delta(t+u), & \alpha = 2n\pi \pm \pi \end{cases} \tag{3}$$

式中, $A_\alpha = \sqrt{1-j\cot\alpha}$ 。相比傅里叶变换,FRFT 由于多了一个自由度 α ,可以同时反映信号在时域和频域的信息,在信号处理上具有很大的灵活性,尤其是利用 FRFT 处理线性调频信号时,匹配阶次下的线性调频信号能够获得很高的能量聚集,因此,FRFT 十分适合处理线性调频信号^[10]。

FRFT 在传统傅里叶变换的基础之上,增加了其特有的优势,因此可以认为 FRFT 为传统傅里叶变换的一种广义形式。利用分数阶傅里叶的这一特点,对短时傅里叶变换进行广义化,可以得到短时分数阶傅里叶变换,其定义式为^[11]

$$\text{STFRFT}_\alpha(t,u) = \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau) \cdot Y(\tau - t) \cdot K_\alpha(\tau,u) d\tau \tag{4}$$

根据测不准原理,STFT 存在着时间分辨率和频率分辨率矛盾的问题。如果用 Δt 和 Δf 分别表示 STFT 的时间分辨率和频率分辨率,则它们的乘积满足

$$\Delta t \cdot \Delta f \geq 1/2 \tag{5}$$

令 $u=f \cdot \sin\alpha$,当 α 为分数阶傅里叶变换角度变量时,得到分数阶傅里叶变换的测不准原理,即

$$\Delta t \cdot \Delta u \geq \sin\alpha/2 \tag{6}$$

根据测不准原理,从文献[12]可以知道,为获得最佳时频分辨效果,窗函数应采用高斯型窗,因此,本文所采用的窗函数均为高斯窗。

3 对线性调频信号的分辨能力

3.1 理论分析

设线性调频信号 $s(t) = \exp\left(j2\pi\left(f_0t + \frac{1}{2}\mu t^2\right)\right)$,高斯型窗函数 $Y(t) = \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right)$,其中 σ 为高斯窗的标准差,利用上节中的定义式可以得到信号的

STFT 表达式为

$$\begin{aligned} \text{STFT}(t,f) &= \int \exp\left(j2\pi\left(f_0 + \frac{1}{2}\mu t^2\right)\right) \cdot \\ &\exp\left(-\frac{(\tau-t)^2}{2\sigma^2}\right) \exp(-j2\pi f\tau) \, d\tau = \\ &\int \exp\left(j2\pi f_0\tau + j\pi\mu\tau^2 - j2\pi f\tau - \frac{(\tau-t)^2}{2\sigma^2}\right) \, d\tau = \\ &\exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right) \cdot \\ &\int \exp\left(\left(j\pi\mu - \frac{1}{2\sigma^2}\right)\tau^2 + \left(j2\pi(f_0-f) + \frac{t}{\sigma^2}\right)\tau\right) \, d\tau. \end{aligned} \tag{7}$$

由高斯积分 $\int \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) \, dz = \sqrt{2\pi}$ [13], 可得

$$\begin{aligned} \text{STFT}(t,f) &= \sqrt{\frac{2\pi}{1/\sigma^2 - j2\pi\mu}} \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right) \cdot \\ &\int \exp\left(\frac{(j2\pi(f_0-f) + t/\sigma^2)^2}{2/\sigma^2 - j4\pi\mu}\right) \, d\tau = \\ &\sqrt{\frac{2\pi(1/\sigma^2 + j2\pi\mu)}{1/\sigma^4 + 4\pi^2\mu^2}} \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right) \cdot \\ &\int \exp\left(\frac{(j2\pi(f_0-f) + t/\sigma^2)^2 (2/\sigma^2 + j4\pi\mu)}{4(1/\sigma^4 + 4\pi^2\mu^2)}\right) \, d\tau. \end{aligned} \tag{8}$$

信号的 STFRFT 表达式为

$$\begin{aligned} \text{STFRFT}_\alpha(t,u) &= A_\alpha \int s(\tau) Y(\tau-t) \cdot \\ &\exp(j\pi(\tau^2 \cot\alpha + u^2 \cot\alpha - 2u\tau \csc\alpha)) \, d\tau. \end{aligned} \tag{9}$$

由分数阶傅里叶域性质 [10], 可令 $u=f \cdot \cos\alpha$, 代入式 (9), 得到

$$\begin{aligned} \text{STFRFT}_\alpha(t,f) &= \\ &A_\alpha \int \exp\left(j2\pi f_0\tau + j\pi\mu\tau^2 - j2\pi f\tau - \frac{(\tau-t)^2}{2\sigma^2} + \right. \\ &\left. j\pi(\tau^2 \cot\alpha + f^2 \sin\alpha \cos\alpha)\right) \, d\tau = \\ &A_\alpha \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2} + j\pi f^2 \sin\alpha \cos\alpha\right) \cdot \\ &\int \exp\left(\left(j\pi(\mu + \cot\alpha) - \frac{1}{2\sigma^2}\right)\tau^2 + \left(j2\pi(f_0-f) + \frac{t}{\sigma^2}\right)\tau\right) \, d\tau. \end{aligned} \tag{10}$$

当达到 FRFT 最佳匹配时, 存在 $\mu = -\cot\alpha$, 上式化简为

$$\begin{aligned} \text{STFRFT}_\alpha(t,f) &= \sqrt{\frac{2\pi}{1/\sigma^2}} \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2} + j\pi f^2 \sin\alpha \cos\alpha\right) A_\alpha \cdot \\ &\int \exp\left(\frac{(j2\pi(f_0-f) + t/\sigma^2)^2}{2/\sigma^2}\right) \, d\tau = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\sqrt{\frac{2\pi(1/\sigma^2)}{1/\sigma^4}} \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2} + j\pi f^2 \sin\alpha \cos\alpha\right) A_\alpha \cdot \\ &\int \exp\left(\frac{(j2\pi(f_0-f) + t/\sigma^2)^2 (2/\sigma^2)}{4/\sigma^4}\right) \, d\tau. \end{aligned} \tag{11}$$

分别对式 (8) 与式 (11) 求模平方即可得到相应的能量谱 [14], 其表达式如下:

$$\begin{aligned} |\text{STFT}(t,f)|^2 &= \frac{2\pi}{\sqrt{1/\sigma^4 + 4\pi^2\mu^2}} \exp\left(-\frac{t^2}{\sigma^2}\right) \cdot \\ &\exp\left(\frac{-\frac{8\pi^2}{\sigma^2}(f_0-f)^2 + \frac{2t^2}{\sigma^6} - \frac{16\pi^2\mu t}{\sigma^2}(f_0-f)}{2/\sigma^4 + 8\pi^2\mu^2}\right) = \\ &\frac{2\pi}{\sqrt{1/\sigma^4 + 4\pi^2\mu^2}} \exp\left(-\frac{t^2}{\sigma^2}\right) \cdot \\ &\exp\left(\frac{-\left(\frac{2\sqrt{2}\pi}{\sigma}(f_0-f) + \frac{2\sqrt{2}\pi\mu t}{\sigma}\right)^2 + \frac{2t^2}{\sigma^6} + \frac{8\pi^2\mu^2 t^2}{\sigma^2}}{2(1/\sigma^4 + 4\pi^2\mu^2)}\right) = \\ &c_{\text{STFT}} \cdot G_{\text{STFT}}. \end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned} \text{式中, } G_{\text{STFT}} &= \exp\left(\frac{-\left(\frac{2\sqrt{2}\pi}{\sigma}(f_0-f) + \frac{2\sqrt{2}\pi\mu t}{\sigma}\right)^2}{2(1/\sigma^4 + 4\pi^2\mu^2)}\right), \\ c_{\text{STFT}} &= \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{\sigma^4} + 4\pi^2\mu^2}} \exp\left(-\frac{t^2}{\sigma^2}\right) \exp\left(\frac{\frac{2t^2}{\sigma^6} + \frac{8\pi^2\mu^2 t^2}{\sigma^2}}{2\left(\frac{1}{\sigma^4} + 4\pi^2\mu^2\right)}\right). \end{aligned}$$

类似可得到

$$\begin{aligned} |\text{STFRFT}_\alpha(t,f)|^2 &= \frac{2\pi(1+\cot^2\alpha)}{\sqrt{1/\sigma^4}} \exp\left(-\frac{t^2}{\sigma^2}\right) \cdot \\ &\exp\left(\frac{-\frac{8\pi^2}{\sigma^2}(f_0-f)^2 + \frac{2t^2}{\sigma^6}}{2/\sigma^4}\right) = \\ &c_{\text{STFRFT}} \cdot G_{\text{STFRFT}}. \end{aligned} \tag{13}$$

式中, $G_{\text{STFRFT}} = \exp(-4\pi^2\sigma^2(f_0-f)^2)$,

$$c_{\text{STFRFT}} = \frac{2\pi(1+\cot^2\alpha)}{\sqrt{1/\sigma^4}}.$$

不难发现, 式 (12) 和式 (13) 都是高斯型函数, 即在任意时刻 t , 信号的 STFT 与 STFRFT 在频域的能量均满足高斯分布, 其峰值大小取决于系数项 c_{STFT} 和 c_{STFRFT} , 而能量在频域的展宽 (即频域分辨率) 取决于高斯型函数的方差。

不失一般性, 不妨令 $f_0=0$, 则有

$$\begin{cases} G_{\text{STFT}} = \exp\left(\frac{-4\pi^2\sigma^2}{(1+4\pi^2\sigma^4\mu^2)}(\mu t-f)^2\right) \\ G_{\text{STFRFT}} = \exp(-4\pi^2\sigma^2 f^2) \end{cases}. \tag{14}$$

既然有 $\frac{4\pi^2\sigma^2}{1+4\pi^2\sigma^4\mu^2}\leq 4\pi^2\sigma^2$, 且只在 $\mu=0$ 时取等号, 那么从式(14)可以发现: 相同窗函数及窗长(时域分辨率)的情况下, STFRFT 的频域分辨能力不低于 STFT; 两者在分辨能力上的差异主要是由 STFT 中的 $4\pi^2\sigma^4\mu^2$ 项引起, 且随着信号参数 μ 的增大, STFT 对于能量的聚集性减弱, 频率分辨效果变差, 而 STFRFT 的频域分辨能力则不受调频率 μ 的约束。

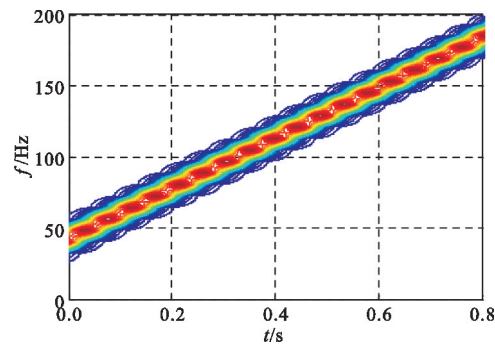
3.2 仿真

为考察 STFRFT 对线性调频信号的分辨效果, 采用两种调频率不同的信号进行仿真实验。

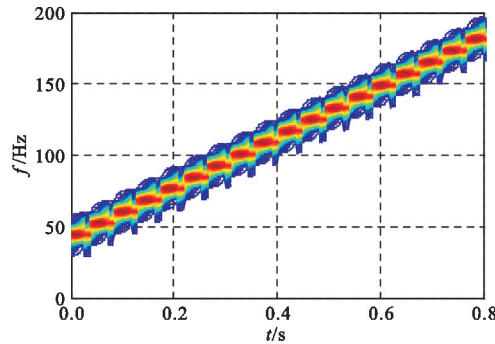
(1) 设线性调频信号为

$$S(t)=\exp(j2\pi(f_0t+100t^2)),$$

信号的初始频率 $f_0=30\text{ Hz}$, 采样时间为 1 s , 采样频率为 1024 Hz , 窗函数采用高斯窗, 窗长为 128 点, 滑动步长为 1 点, 分别对信号进行 STFT 和 STFRFT, 仿真结果如图 1 所示。



(a) STFT



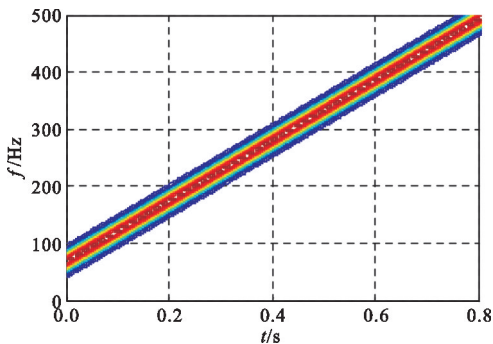
(b) STFRFT

图 1 $\mu=200$ 时 STFT 与 STFRFT 时频分辨能力对比
Fig. 1 Comparison of the time-frequency resolving ability between STFT and STFRFT when $\mu=200$

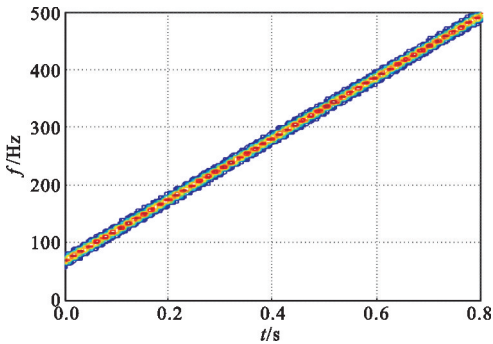
(2) 线性调频信号改为

$$S(t)=\exp(j2\pi(f_0t+300t^2)),$$

其余参数保持不变, 分别对信号进行 STFT 和 STFRFT, 仿真结果如图 2 所示。



(a) STFT



(b) STFRFT

图 2 $\mu=600$ 时 STFT 与 STFRFT 时频分辨能力对比
Fig. 2 Comparison of the time-frequency resolving ability between STFT and STFRFT about when $\mu=600$

从仿真结果可以发现, 对于线性调频信号, STFT 与 STFRFT 同样具有很好的时频分辨能力, 但随着信号调频率的增大, STFRFT 仍能够保持很好的能量聚集性, 获得很好的时频分辨能力, 相比之下, STFT 出现了波束展宽, 时频分辨能力变差, 仿真结果与分析所得结论一致。

4 对非线性调频信号的分辨能力

上节主要分析了 STFRFT 在对线性调频信号进行时频分析时的时频分辨能力, 对于频率随时间非线性变化的非线性调频信号, 其在短时窗内的频率成分更为复杂。在对信号进行分析时, 可在短时窗内将非线性调频信号近似看作线性调频信号, 将其短时的频率变化率作为线性调频率, 那么利用上节中的结论, 可以假设, 在频率变化率较小的时段内, 采用 STFT 和 STFRFT 仍能够保持很高的时频分辨,

当在频率变化率较大的时段内,STFT 的时频分辨能力降低,而频率变化率对 STFRFT 没有影响。

接下来,采用三次相位信号进行仿真实验,令 $S(t)=\exp(j2\pi(f_0t+170t^3-100t^2))$,信号的初始频率 $f_0=30\text{ Hz}$,采样时间、采样频率、窗函数及滑动步长与上节仿真参数一致,分别对信号进行 STFT 和 STFRFT,仿真结果如图 3 所示。

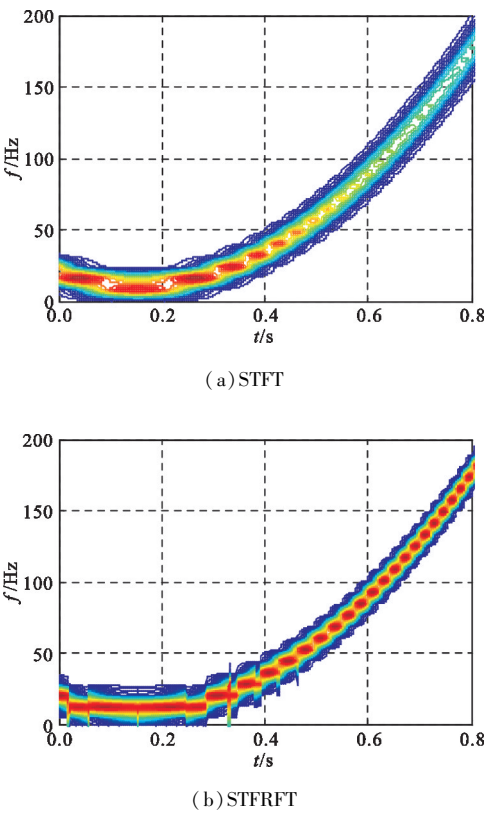


图 3 STFT 与 STFRFT 对非线性调频信号时频分辨能力对比
Fig. 3 Comparison of the time-frequency resolving ability between STFT and STFRFT when nonlinear frequency modulation signal is processed

从 STFT 和 STFRFT 的仿真图像分析对比可以看出,在调频率较低时,短时傅里叶变换与短时分数阶傅里叶变换都有比较不错的分辨效果,但随着调频率的增大,短时分数阶傅里叶变换仍然能够保证良好的时频分辨能力,而短时傅里叶变换能量相对分散,在相应的采样时刻峰值高度不够,因此时频分辨能力下降明显。因此,针对频率较剧烈的非线性调频信号,短时分数阶傅里叶变换比短时傅里叶变换具有更好的时频分析能力。

表 1 所示为利用上述仿真对信号进行瞬时频率估计^[15-16]的结果。根据表中的数据也可以证明所得出的结论。

表 1 STFT 与 STFRFT 对非线性调频信号的瞬时频率估计精度对比

Table 1 The accuracy comparison between STFT and STFRFT for estimating the instantaneous frequency of nonlinear frequency modulation signal

采样时刻 /s	频率瞬时值 /Hz	估计值/Hz		误差/(%)	
		STFT	STFRFT	STFT	STFRFT
0.2	10.4	8.060	11.9	22.50	14.00
0.5	57.3	40.315	52.5	30.00	8.40
0.8	196.1	209.600	197.6	6.80	0.70

5 结束语

本文从 STFRFT 的定义出发,利用 STFT 作对比,讨论了在高斯窗下 STFRFT 在处理调频信号时的时频分辨率高低,通过推导得出 STFRFT 与 STFT 的时频分辨率高低与信号的频率变化率大小有密切关系。结论表明,在相同窗函数及窗长的情况下,STFT 的频率分辨率随着信号频率变化率的增大而逐渐减小,相比之下 STFRFT 几乎不受信号频率变化率的影响,最后通过仿真验证了结论的正确性。对于频率变化率较大的信号,使用 STFRFT 能获得比 STFT 更高的时频分辨率,而对于频率变化率较小的信号,两者时频分辨效果差别不明显,但由于 STFRFT 在进行 FRFT 运算时涉及到二维搜索的问题,因此在运算量上存在一定的劣势。

参考文献:

[1] Cohen L. 时-频分析:理论与应用[M]. 白居宪,译. 西安:西安交通大学出版社,1998:68-75.
Cohen L. Time-Frequency Analysis; Theory and applications[M]. Translated by BAI Juxian. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press, 1998:68-75. (in Chinese)

[2] 迟华山,王红星,郭奇,等. 短时傅里叶变换在线性调频信号时频滤波中的应用[J]. 电讯技术,2012,52(2):155-158.
CHI Huashan, WANG Hongxing, GUO Qi, et al. Application of STFT in Time-Frequency Filtering of LFM Signals[J]. Telecommunication Engineering, 2012, 52(2):155-158. (in Chinese)

[3] 李正周,田蕾,郑微,等. 基于时频分析的成像小弱运动目标检测方法[J]. 强激光与粒子束,2011,23(9):2292-2296.
LI Zhengzhou, TIAN Lei, ZHENG Wei, et al. Dim moving target detection method based on time-frequency analysis[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2011, 23(9):2292-2296. (in Chinese)

- [4] 李家强,金荣洪,耿军平,等. 基于高斯短时分数阶傅里叶变换的多分量 LFM 信号检测与参数估计[J]. 电子信息学报,2007,29(3):570-573.
LI Jiaqiang, JIN Ronghong, GENG Junping, et al. Detection and Estimation of Multi-Component LFM Signals based on Gauss Short-time Fractional Fourier Transform [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2007, 29(3):570-573. (in Chinese)
- [5] 李英祥,肖先赐. 基于短时分数阶傅里叶变换域滤波的多项式相位信号时频检测[J]. 声学学报,2003,28(6):545-549.
LI Yingxiang, XIAO Xianci. The Use of Short Time Fractional Fourier Transform Domain Filtering Method for Multi-polynomial Phase Signals Detection in Low SNR Condition[J]. Acta Acoustica, 2003, 28(6):545-549. (in Chinese)
- [6] 庞存锁,刘磊,单涛. 基于短时分数阶傅里叶变换的时频分析方法研究[J]. 电子学报,2014,42(2):347-352.
PANG Cunsuo, LIU Lei, SHAN Tao. Time-Frequency Analysis Method Based on Short-Time Fractional Fourier Transform [J]. Acta Electronica Sinica, 2014, 42(2):347-352. (in Chinese)
- [7] 向强,秦开宇. 基于线性正则变换与短时傅里叶变换联合的时频分析方法[J]. 电子学报,2011,39(7):1508-1513.
XIANG Qiang, QIN Kaiyu. A Time-Frequency Analysis Method Based on Linear Canonical Transform and Short-time Fourier Transform [J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(7):1508-1513. (in Chinese)
- [8] Gabor D. Theory of communication[J]. Electrical Engineers, 1946, 93(26):429-441.
- [9] 张贤达,保铮. 非平稳信号分析与处理[M]. 北京:国防工业出版社,1998.
ZHANG Xianda, BAO Zheng. Analysis and Processing of Nonstationary Signal [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1998. (in Chinese)
- [10] 陶然,邓兵,王越. 分数阶傅里叶变换理论及应用[M]. 北京:清华大学出版社,2009.
TAO Ran, DENG Bing, WANG Yue. Fractional Fourier transform and its applications[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2009. (in Chinese)
- [11] Stankovic L, Alieva T, Bastiaans M J. Time Frequency Signal Analysis Based on the Windowed Fractional Fourier Transform[J]. Signal Processing, 2003, 83(11):2459-2468.
- [12] Tao R, Li Y L. Short-Time Fractional Fourier Transform and Its Applications[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(5):2568-2680.
- [13] Capus C, Brown K. Fractional Fourier transform of the Gaussian and fractional domain signal support[J]. IEE Proceedings-Vision Image and Signal Processing, 2003, 150(2):99-106.
- [14] 周云松. 基于 LFM 信号检测的高斯窗短时傅里叶变换的窗参数选择[J]. 重庆邮电学院学报(自然科学版), 2005, 17(5):557-561.
ZHOU Yunsong. On Window Parameter Slection of Short-time Fourier Transform with Gaussian Window in Detection of LFM Signals [J]. Journal of Chongqing University of Posts and Telecommunications (Natural Science), 2005, 17(5):557-561. (in Chinese)
- [15] 杜放辉,骆海涛,艾东生,等. 基于全极点滑动窗离散短时傅里叶变换的解调[J]. 探测与控制学报,2013,35(5):61-64.
DU Fanghui, LUO Haitao, AI Dongsheng, et al. All-pole Moving-windows DSTFT-based PCM/FM Demodulation Method [J]. Journal of Detection & Control, 2013, 35(5):61-64. (in Chinese)
- [16] Qi L, Tao R, Zhou S Y. Detection and parameter estimation of multi-component LFM signals based on the fractional Fourier transform [J]. Science in China (Ser. F, Information Science), 2004, 47(2):184-198.

作者简介:



栾俊宝(1989—),男,山东烟台人,硕士研究生,主要研究方向为雷达目标检测与识别;

LUAN Junbao was born in Yantai, Shandong Province, in 1989. He is now a graduate student. His research concerns detection and identification of radar target.

邓兵(1975—),男,湖南衡阳人,副教授、硕士生导师、IEEE 会员、电子学会高级会员,主要研究方向为非平稳信号处理及其应用。

DENG Bing was born in Hengyang, Hunan Province, in 1975. He is now an associate professor and also the instructor of graduate students. He is an IEEE member and also a senior member of Chinese Institute of Electronics. His research concerns nonstationary signal processing and its applications.

Email: navy_dbing@tom.com