doi:10.3969/j.issn.1001-893x.2015.05.003
引用格式:刘春国,李立忠. 基于 Gibbs 采样的 MIMO 信号检测改进算法[J]. 电讯技术,2015,55(5):479-483. [LIU Chunguo, LI Lizhong. An Improved MIMO Detection Algorithm Based on Gibbs Sampler[J]. Telecommunication Engineering, 2015, 55(5):479-483.]

基于 Gibbs 采样的 MIMO 信号检测改进算法*

刘春国**,李立忠

(盲信号处理重点实验室,成都 610041)

摘　要:针对传统 Gibbs 采样算法的"失控问题",提出了一种改进算法,在 Gibbs 迭代采样过程中加入对噪声方差的估计,消除了失控问题。设计了信号检测流程,将最大似然(ML)检测的搜索过程嵌入 Gibbs 迭代采样过程,减少了最大似然检测的计算步骤。仿真结果表明,所提算法能估计噪声方差,具有接近最大似然检测的性能。

关键词:MIMO 系统;信号检测;Gibbs 采样;"失控问题";最大似然检测;噪声方差

中图分类号:TN911　　**文献标志码**:A　　**文章编号**:1001-893X(2015)05-0479-05

An Improved MIMO Detection Algorithm Based on Gibbs Sampler

LIU Chunguo, LI Lizhong

(National Key Laboratory of Science and Technology on Blind Signal Processing, Chengdu 610041, China)

Abstract: For preventing the stalling problem of Gibbs sampler, an improved algorithm is proposed. Firstly, the estimates of the noise variance is obtained from the Gibbs sampler, the stalling problem is eliminated. Then, by combining with Maximum Likelihood (ML) detection in the process of iteration of the Gibbs sampler, the complexity of signal detection is reduced. Simulation results show that the noise variance can be obtained with the proposed method, and the improved algorithm achieves the performance approaching the maximum likelihood detection.

Key words: MIMO system; signal detection; Gibbs sampler; stalling problem; Maximum Likelihood detection; noise variance

1　引　言

过去十几年,对无线通信系统性能的挖掘从传统的频域、时域、码域转移到了空域。自从 1996 年 Foschini[1] 提出利用多天线收发的 BLAST(Bell Labs Layered Space-Time)通信架构以传输高速数据以来,多输入多输出(Multiple-Input Multiple-Output, MIMO)通信系统就以其极高的频谱利用率获得了众多学者的关注。

由于需要从同频混叠信号中检测分离出发送的信息符号,接收处理的复杂度大大增加,MIMO 信号检测成为 MIMO 信号接收处理的关键技术。传统的最优接收机是联合检测的最大似然(Maximum Likelihood, ML)接收机,但是其计算复杂度高,天线数目较多时难以实现。针对 2×2 的系统,文献[2]提出一种改进的 ML 算法,降低了计算复杂度,但是更多天线数目时复杂度高的问题仍未解决。低复杂度的线性检测器性能差,易受噪声影响,而非线性检测器如球译码(Sphere Decoding, SD)等算法的检测性能有所提升,但是仍然具有较高的复杂度[3]。

* **收稿日期**:2014-12-25;**修回日期**:2015-03-31　　Received date: 2014-12-25; Revised date: 2015-03-31
基金项目:国家高技术研究发展计划(863 计划)项目
Foundation Item: The National High-tech R&D Program of China (863 Program)
** **通讯作者**:schg_liu@126.com　　**Corresponding author**: schg_liu@126.com

近年来,基于马尔科夫链蒙特卡洛(Markov chain Monte Carlo,MCMC)的统计方法被应用于 MIMO 信号检测中[4-6]。MCMC 算法从联合概率分布中多次采样来统计仿真,通常采用 Gibbs 采样来降低复杂度[7]。然而,Gibbs 采样存在"失控问题"(stalling problem)[4],使得在信噪比较高时算法失效,限制了该方法的应用。文献[4]提出在 Gibbs 采样时采用较高的噪声方差代替准确的噪声方差,避免失控问题的发生,然而,噪声方差应该设定为多大,准确的噪声方差如何获得,这在实际应用中还是问题。本文改变传统 Gibbs 采样过程,通过迭代采样对系统的噪声方差进行估计,在噪声方差逐渐收敛的同时消除了传统算法中存在的"失控问题"。在 Gibbs 采样实现的推导过程中,我们发现其中存在与最大似然检测算法相同的计算步骤,据此设计了相应的检测流程,在完成 Gibbs 采样的同时获得了样本集中的最大似然估计。

2 信号模型

考虑发射端有 N_T 根天线,接收端有 $N_R(N_R \geqslant N_T)$ 根天线的 MIMO 系统。在发射端,数据经过编码、交织和 QAM(Quadrature Amplitude Modulation)映射后分为 N_T 个数据流,并通过不同的发射天线发送出去。

实际系统中,MIMO 通常与 OFDM(Orthogonal Frequency Division Multiplexing)结合使用(如 IEEE 802.16e、LTE 等),OFDM 系统可以将频率选择性信道转变为多个并行的平坦衰落信道。因此,为了简化后续分析,主要考虑平坦衰落的 MIMO 信道。从而,接收端的信号可以表示为

$$\boldsymbol{y}=\boldsymbol{Hx}+\boldsymbol{n}。\tag{1}$$

式中,$\boldsymbol{y}=[y_1,y_2,\cdots,y_{N_R}]$ 为 $N_R\times 1$ 维接收端信号向量;$\boldsymbol{H}$ 为 $N_R\times N_T$ 维信道响应矩阵;$\boldsymbol{x}=[x_1,x_2,\cdots,x_{N_T}]$ 为 M-QAM 星座映射的 $N_T\times 1$ 维发送符号,由发送比特 $\boldsymbol{b}^{(n)}=\{b_1^{(n)},b_2^{(n)},\cdots,b_K^{(n)},K=N_T\cdot \mathrm{lb}M\}$ 映射而成;$\boldsymbol{n}$ 表示加性高斯白噪声,且 $E[\boldsymbol{nn}^{\mathrm{H}}]=\sigma^2\boldsymbol{I}$。

3 基于 Gibbs 采样的检测算法

3.1 Gibbs 采样算法步骤

在接收到信号 $\boldsymbol{y}$ 对发送信息进行估计时,第 k 个信息比特 $b_k=+1$ 的后验概率为

$$P(b_k=+1\mid\boldsymbol{y},\sigma^2)=\sum_{\boldsymbol{b}_{-k}}P(b_k=+1,\boldsymbol{b}_{-k}\mid\boldsymbol{y},\sigma^2)=\sum_{\boldsymbol{b}_{-k}}P(b_k=+1\mid\boldsymbol{y},\sigma^2,\boldsymbol{b}_{-k})\times P(\boldsymbol{b}_{-k}\mid\boldsymbol{y},\sigma^2)。\tag{2}$$

式中,$\boldsymbol{b}_{-k}=[b_1,b_2,\cdots,b_{k-1},b_{k+1},\cdots,b_K]^{\mathrm{T}}$。

在传统的 Gibbs 采样方法中,一般将噪声方差作为已知的统计量[4-6],在应用之前需要进行估计。由于噪声方差服从特定的分布[8-9],我们将噪声方差估计嵌入 Gibbs 采样过程,从联合概率分布 $P(\boldsymbol{b}\mid\boldsymbol{y},\sigma^2)$ 中产生 $\boldsymbol{b}$ 和 σ^2 的采样,以同时获得 $\boldsymbol{b}$ 和 σ^2 的估计。具体的 Gibbs 采样步骤如下:

(1)初始化 σ^2 及采样比特 $\boldsymbol{b}^{(n)}=\{b_1^{(n)},b_2^{(n)},\cdots,b_K^{(n)}\}$,其中 K 为发送比特数目;

(2)for $n=1$ to N_s

for $k=1$ to K

从条件概率分布 $P(b_k\mid b_1^{(n)},b_2^{(n)},\cdots,b_{k-1}^{(n)},b_{k+1}^{(n-1)},\cdots,b_K^{(n-1)},\boldsymbol{y},\sigma^{2(n-1)})$ 抽取样值 $b_k^{(n)}$;

end

从条件概率分布 $p(\sigma^2\mid\boldsymbol{b}^{(n)},\boldsymbol{y})$ 抽取样值 $\sigma^{2(n)}$;

存储序列 $\boldsymbol{b}^{(n)}=\{b_1^{(n)},b_2^{(n)},\cdots,b_K^{(n)}\}$ 及 $\sigma^{2(n)}$。

end

比特级的 Gibbs 采样中,样值 $b_k^{(n)}$ 由概率分布 $P(b_k=+1\mid\boldsymbol{b}_{-k}^{(n)},\boldsymbol{y})$ 采样而得,其中 $\boldsymbol{b}_{-k}=[b_1,b_2,\cdots,b_{k-1},b_{k+1},\cdots,b_K]^{\mathrm{T}}$。

3.2 Gibbs 采样的实现

Gibbs 采样需要计算相应的概率分布,根据概率分布获得采样。下面分析各个概率分布的计算方法。

定义对数似然比

$$\lambda^{(n)}(b_k)=\ln\frac{P(b_k=+1\mid\boldsymbol{b}_{-k}^{(n)},\boldsymbol{y})}{P(b_k=-1\mid\boldsymbol{b}_{-k}^{(n)},\boldsymbol{y})}。\tag{3}$$

由 Bayes 公式得

$$P(b_k=+1\mid\boldsymbol{b}_{-k}^{(n)},\boldsymbol{y})=\frac{P(\boldsymbol{y}\mid\boldsymbol{b}_{-k}^{(n)},b_k=+1)\times P(\boldsymbol{b}_{-k}^{(n)},b_k=+1)}{P(\boldsymbol{y},\boldsymbol{b}_{-k}^{(n)})}。\tag{4}$$

因此

$$\lambda^{(n)}(b_k)=\ln\frac{P(\boldsymbol{y}\mid\boldsymbol{b}_{-k}^{(n)},b_k=+1)P(\boldsymbol{b}_{-k}^{(n)},b_k=+1)}{P(\boldsymbol{y}\mid\boldsymbol{b}_{-k}^{(n)},b_k=-1)P(\boldsymbol{b}_{-k}^{(n)},b_k=-1)}=\ln\frac{P(\boldsymbol{y}\mid\boldsymbol{b}_{-k}^{(n)},b_k=+1)}{P(\boldsymbol{y}\mid\boldsymbol{b}_{-k}^{(n)},b_k=-1)}+\ln\frac{P(\boldsymbol{b}_{-k}^{(n)},b_k=+1)}{P(\boldsymbol{b}_{-k}^{(n)},b_k=-1)}。\tag{5}$$

因为 $P(\boldsymbol{y}\mid\boldsymbol{x})=\frac{1}{(\pi\sigma^2)^N}\exp(-|\boldsymbol{y}-\boldsymbol{Hx}|^2/\sigma^2)$,得

$$\lambda^{(n)}(b_k)=\frac{1}{\sigma^2}(-|\boldsymbol{y}-\boldsymbol{Hx}_{k+}^{(n)}|^2+|\boldsymbol{y}-\boldsymbol{Hx}_{k-}^{(n)}|^2)+$$

$$\ln\frac{P(b_k=+1)P(\boldsymbol{b}_{-k}^{(n)})}{P(b_k=-1)P(\boldsymbol{b}_{-k}^{(n)})}。\tag{6}$$

式中,$\boldsymbol{x}_{k+}^{(n)}$ 表示当 $b_k=+1$ 时 $[b_1^{(n)},\cdots,b_{k-1}^{(n)},+1,b_{k+1}^{(n-1)},\cdots,b_K^{(n-1)}]$ 映射为 M-QAM 星座的向量,$\boldsymbol{x}_{k-}^{(n)}$ 表示当 $b_k=-1$ 时 $[b_1^{(n)},\cdots,b_{k-1}^{(n)},-1,b_{k+1}^{(n-1)},\cdots,b_K^{(n-1)}]$ 映射为 M-QAM 星座的向量。

当发射信息比特先验等概时,先验信息 $\ln\frac{P(b_k=+1)P(\boldsymbol{b}_{-k}^{(n)})}{P(b_k=-1)P(\boldsymbol{b}_{-k}^{(n)})}=0$,由式(6)可计算得到

$$\lambda^{(n)}(b_k)=\frac{1}{\sigma^2}(-|\boldsymbol{y}-\boldsymbol{H}\boldsymbol{x}_{k+}^{(n)}|^2+|\boldsymbol{y}-\boldsymbol{H}\boldsymbol{x}_{k-}^{(n)}|^2)。\tag{7}$$

因为 $P(b_k=+1|\boldsymbol{b}_{-k}^{(n)},\boldsymbol{y})+P(b_k=-1|\boldsymbol{b}_{-k}^{(n)},\boldsymbol{y})=1$,由式(3)可得概率分布

$$P(b_k=+1|\boldsymbol{b}_{-k}^{(n)},\boldsymbol{y})=\frac{e^{\lambda^{(n)}(b_k)}}{1+e^{\lambda^{(n)}(b_k)}}=\frac{1}{1+e^{-\lambda^{(n)}(b_k)}}。\tag{8}$$

产生一个(0,1)区间均匀分布随机变量 U,利用条件概率分布抽取样值 $b_k^{(n)}$:

$$b_k^{(n)}=\begin{cases}+1, & P(b_k=+1|\boldsymbol{b}_{-k}^{(n)},\boldsymbol{y})>U\\ -1, & \text{else}\end{cases}。\tag{9}$$

在高斯白噪声条件下,文献[8-9]中指出噪声方差 σ^2 服从逆卡方分布(inverse chi-square):

$$p(\sigma^2)=\frac{(\nu_0\lambda_0)^{\nu_0}}{\Gamma(\nu_0)}\left(\frac{1}{\sigma^2}\right)^{\nu_0+1}\exp\left(-\frac{\nu_0\lambda_0}{\sigma^2}\right)\sim\chi^{-2}(2\nu_0,\lambda_0)。\tag{10}$$

推导噪声方差分布如下:

$$\begin{aligned}p(\sigma^2|\boldsymbol{b},\boldsymbol{y})&=\frac{p(\sigma^2,\boldsymbol{b}|\boldsymbol{y})}{\underbrace{p(\boldsymbol{b}|\boldsymbol{y})}_{\text{not a function of }\sigma^2}}\propto p(\sigma^2,\boldsymbol{b}|\boldsymbol{y})=\frac{p(\sigma^2,\boldsymbol{b},\boldsymbol{y})}{p(\boldsymbol{y})}\propto\\&p(\boldsymbol{y}|\boldsymbol{b},\sigma^2)\cdot p(\sigma^2)=\\&\frac{1}{(\pi\sigma^2)^N}\exp(-|\boldsymbol{y}-\boldsymbol{H}\boldsymbol{x}|^2/\sigma^2)\cdot\\&\frac{(\nu_0\lambda_0)^{\nu_0}}{\Gamma(\nu_0)}\left(\frac{1}{\sigma^2}\right)^{\nu_0+1}\exp\left(-\frac{\nu_0\lambda_0}{\sigma^2}\right)\propto\\&\left(\frac{1}{\sigma^2}\right)^{(N+\nu_0+1)}\exp\left(-\frac{|\boldsymbol{y}-\boldsymbol{H}\boldsymbol{x}|^2+\nu_0\lambda_0}{\sigma^2}\right)。\end{aligned}\tag{11}$$

由式(11)可知噪声方差服从如下分布:

$$p(\sigma^2|\boldsymbol{b},\boldsymbol{y})\propto\chi^{-2}\left(2(N+\nu_0),\frac{|\boldsymbol{y}-\boldsymbol{H}\boldsymbol{x}|^2+\nu_0\lambda_0}{2(N+\nu_0)}\right)。\tag{12}$$

从该分布中采样得到噪声方差的估计。

3.3　结合最大似然的检测方法(Gibbs-ML)及算法流程

在利用比特级 Gibbs 采样得到 N_s 个样点的集合后,可以根据传统的蒙特卡洛积分计算每个发送比特的后验概率,获取比特判决信息,然而计算后验概率仍然是一个复杂的过程。考虑到 MIMO 信号检测中最优的最大似然检测算法为

$$\hat{x}=\underset{x\in C^{N_T}}{\operatorname{argmin}}\|\boldsymbol{y}-\boldsymbol{H}\boldsymbol{x}\|^2\tag{13}$$

式中,C^{N_T}为发送符号的整个空间集合,此集合将随着调制阶数和发送天线数目增加指数增长。Gibbs 采样迭代过程会逐步收敛,我们考虑利用 Gibbs 采样获得的集合作为待搜索的发送符号空间。由于采样点集是按照概率分布进行采样获得的,列表 L 里包含发射向量的可能性高,具有较高的可信度。

$$\hat{x}=\underset{x\in L}{\operatorname{argmin}}\|\boldsymbol{y}-\boldsymbol{H}\boldsymbol{x}\|^2。\tag{14}$$

式中,L 表示由 Gibbs 采样获得的发送符号列表。

观察式(12)可知,在对噪声方差进行 Gibbs 采样计算中,需要计算 $\|\boldsymbol{y}-\boldsymbol{H}\boldsymbol{x}\|^2$,因此在 ML 检测过程中不必重复计算。我们设计了 Gibbs-ML 检测流程,如图 1 所示,将 ML 检测嵌入了 Gibbs 采样过程,通过比较搜索样本点中距离最小时的采样信息,在完成 Gibbs 迭代采样后即可得到相应的检测结果,避免获取样本列表后再重复搜索。

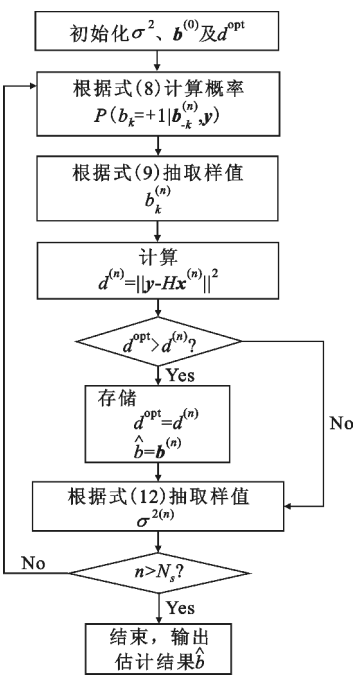


图 1　检测流程图

Fig. 1 Detection flow chart

传统 Gibbs 采样算法的计算复杂度与采样次数成正比关系,在采样数确定时具有确定的复杂度[7]。本文所提 Gibbs-ML 算法比传统 Gibbs 采样增加了噪声方差采样估计步骤,在采样数确定的条件下其复杂度仍然是确定的。相比之下,ML 算法

要遍历发射向量的所有可能值,计算复杂度随着天线数目和调制阶数的增加呈指数增长。因此,Gibbs-ML 算法在天线数较多或高阶调制时可以极大地降低运算量。

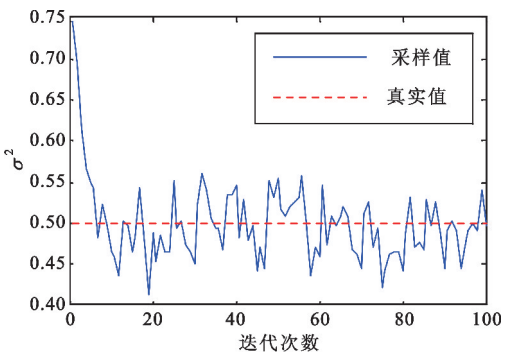
4 仿真实验及分析

本节我们通过计算机仿真实验对所提算法的检测性能进行分析。仿真条件设置:发射、接收天线数目分别为 $N_T=4$、$N_R=4$,每个发射天线功率进行了归一化。信道响应矩阵的各个元素服从复高斯分布 $N(0,1)$,加性复高斯白噪声服从分布 $N(0,\sigma^2)$。

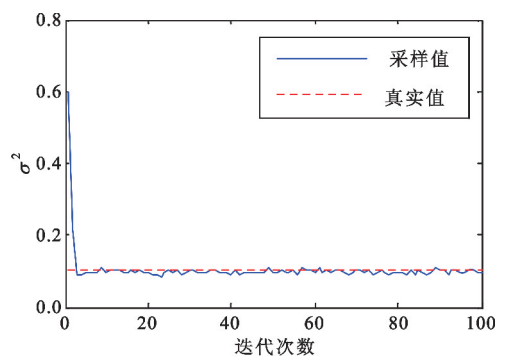
在高斯噪声情况下,仿真中噪声方差的先验分布参考文献[8-9]设置为

$$p(\sigma^{2(0)}) \sim \chi^{-2}(1,0.1)。$$

采用了 100 次的 Gibbs 迭代。图 2 给出了信噪比分别为3 dB、10 dB时噪声方差在 100 次采样中的数值。由图可见,Gibbs 采样具有较快的收敛速度,在 20 次迭代以内即可收敛。在信噪比较低时,由于符号估计存在较大误差,因此噪声方差的采样有较大波动;而信噪比较高时,收敛后的噪声方差估计能够很好地逼近真实值。



(a) SNR = 3 dB 时的收敛曲线



(b) SNR = 10 dB 时的收敛曲线

图 2 噪声方差估计

Fig. 2 Estimates of the noise variance

所提 Gibbs-ML 算法与 ML 算法、传统 Gibbs 算法的误码率性能如图 3 所示,仿真考虑了 QPSK、16QAM 和 64QAM 调制。由图可见,传统 Gibbs 算法在信噪比较低时能够正常工作,而随着信噪比增加,其检测性能难以提升。所提 Gibbs-ML 算法检测性能得到改善,接近最大似然检测性能,其中,在采用 64QAM 调制时,其信噪比高端的误码率性能稍差,原因在于 64QAM 调制正确解调所需信噪比高,此时对噪声方差 σ^2 的采样估计也将较快收敛到一个很小的值,从式(7)可知,当噪声方差 $\sigma^2 \ll 0$,若 Gibbs 采样进入某些状态时,将使得对数似然比 $|\lambda^{(n)}(b_k)| \gg 0$,从而导致 $P(b_k=+1 \mid \boldsymbol{b}_{-k}^{(n)},\boldsymbol{y}) \approx 1$ 或 $P(b_k=+1 \mid \boldsymbol{b}_{-k}^{(n)},\boldsymbol{y}) \approx 0$,此时难以发生状态转移,Gibbs 采样获得的采样点将长期保持在某个特定状态,需要更多次数的 Gibbs 迭代才能搜索到最优点。

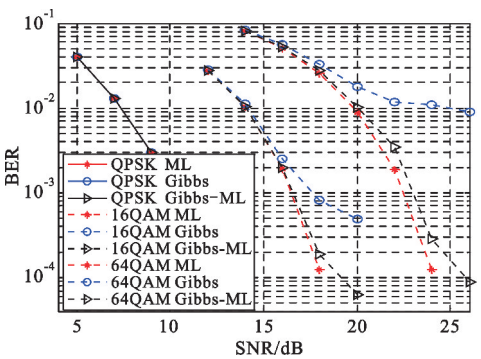


图 3 算法的误码率性能

Fig. 3 BER of the detector

5 结束语

本文提出的 Gibbs-ML 算法通过在迭代采样过程中加入对噪声方差的采样估计,在获得估计值的同时,在噪声方差从大到小逐渐收敛的过程中消除了传统 Gibbs 算法的“失控问题”。根据实现过程的推导分析,设计了简洁的算法流程,在 Gibbs 迭代采样过程中同时完成了样本集中最大似然估计的搜索,直接获得发送信息比特的估计。对算法性能的仿真实验分析结果表明,所提出的算法在较高性噪比下能够准确估计噪声方差,具有接近最大似然检测的性能。

实际应用中,还可以采用线性检测算法结合 Gibbs 采样的方法,通过简单的线性检测算法初步获得 MIMO 信号检测结果,将其作为初值,以加速 Gibbs 迭代采样的收敛过程,一定程度上也能缓解传统 Gibbs 算法的“失控问题”。

参考文献:

[1] Foschini G J. Layered Space-Time Architecture for Wireless Communication in a Fading Environment When Using Multi-Element Antennas[J]. Bell Labs Technical Journal,1996,1(2):41-59.

[2] 赵新雪,李琼,肖维杰,等. 低复杂度最大似然 MIMO 信号检测算法[J]. 计算机工程与设计,2014,35(1):144-147.
ZHAO Xinxue,LI Qiong,XIAO Weijie,et al. Low-complexity ML signal detection algorithm for MIMO system [J]. Computer Engineering and Design,2014,35(1):144-147.(in Chinese)

[3] Jalden J,Ottersten B. On the complexity of sphere decoding in digital communications[J]. IEEE Transactions on Signal Processing,2005,53(4):1474-1484.

[4] Behrouz F B,Zhu H D,Shi Z N. Markov Chain Monte Carlo Algorithms for CDMA and MIMO Communication Systems[J]. IEEE Transactions on Signal Processing,2006,54(5):1896-1908.

[5] Stephen A L,Behrouz F B. Implementation of a Markov Chain Monte Carlo Based Multiuser/MIMO Detector[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems,2009,56(1):246-255.

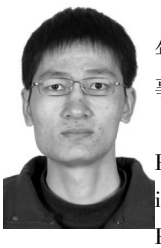
[6] Chen R R,Peng R H,Ashikhmin A,et al. Approaching MIMO Capacity Using Bitwise Markov Chain Monte Carlo Detection[J]. IEEE Transactions on Communications,2010,58(2):423-428.

[7] Robert C P,Casella G. Monte Carlo Statistical Methods [M]. New York:Springer-Verlag,1999.

[8] Wang X D,Chen R. Blind turbo equalization in Gaussian and impulsive noise[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology,2001,50(7):1092-1105.

[9] Wang X,Chen R. Adaptive Bayesian multiuser detection for synchronous CDMA in Gaussian and impulsive noise [J]. IEEE Transactions on Signal Processing,2000,48(7):2013-2028.

作者简介:



刘春国(1982—),男,云南丽江人,2007 年获工学硕士学位,现为博士研究生,主要从事无线通信系统、信号处理方面的研究工作;

LIU Chunguo was born in Lijiang,Yunnan Province,in 1982. He received the M. S. degree in 2007. He is currently working toward the Ph. D. degree. His research concerns wireless communication system and signal processing.

Email:schg_liu@126.com

李立忠(1967—),男,四川成都人,2000 年于电子科技大学获博士学位,现为高级工程师,主要从事通信系统、信号处理方面的研究工作。

LI Lizhong was born in Chengdu,Sichuan Province,in 1967. He received the Ph. D. degree from University of Electronic Science and Technology of China in 2000. He is now a senior engineer. His research concerns communication system and signal processing.