doi:10.3969/j.issn.1001-893x.2014.09.021
引用格式:贺筱军,李为民,黄仁全.基于攻击策略的复杂网络拓扑结构优化模型[J].电讯技术,2014,54(9):1286-1291.[HE Xiao-jun,LI Wei-min,HUANG Ren-quan. An Optimization Topological Structure Model for Complex Network Based on Attack Strategy[J]. Telecommunication Engineering,2014,54(9):1286-1291.]

基于攻击策略的复杂网络拓扑结构优化模型*

贺筱军[1,2,**],李为民[3],黄仁全[4]

(1. 空军工程大学 理学院,西安 710051;2. 空军工程大学 防空反导学院,西安 710051;
3. 空军工程大学 训练部,西安 710051;4. 解放军 93942 部队,陕西 咸阳 712000)

摘　要:针对不考虑攻击策略时以自然连通度作为复杂网络抗毁性测度存在的缺陷,用节点的改进总连通度作为目标函数建立了基于按度攻击策略的复杂网络拓扑结构优化模型,并运用收敛速度较快的自适应局部增强微分进化算法(ADMPDE)对复杂网络的拓扑结构优化进行仿真分析。仿真结果验证了该模型的合理性和算法的适用性,优化后的复杂网络的度大节点比例提高了 32%,其抗毁性得到明显改进,并得到一些有意义的结论。相关内容可为该领域的进一步研究提供有价值的参考。

关键词:复杂网络;攻击策略;拓扑结构优化;抗毁性;自然连通度
中图分类号:TN918;TP393.02　　**文献标志码**:A　　**文章编号**:1001-893X(2014)09-1286-06

An Optimization Topological Structure Model for Complex Network Based on Attack Strategy

HE Xiao-jun[1,2],LI Wei-min[3],HUANG Ren-quan[4]

(1. Science College,Air Force Engineering University,Xi'an 710051,China;2. Air and Missile Defense College,
Air Force Engineering University,Xi'an 710051,China;3. Department of Training,Air Force Engineering University,
Xi'an 710051,China;4. Unit 93942 of PLA,Xianyang 712000,China)

Abstract: Without consideration of attack strategy, the natural connectivity is known as the invulnerability measurement of complex network. In this paper, a topological structure optimization model for complex network is established based on attack strategy in accordance with the node-degree by using the total sum of improved natural connectivity as the objective function. The optimization of topological structure is simulated by applying the Modified Differential Evolution Algorithm with Adaptive and Local Enhanced Operator (ADMPDE) with good performance. The results prove rationality of the model and feasibility of the algorithm. The ratio of nodes with the higher node-degree is increased by 32% and the invulnerability of the complex network is improved significantly. Some useful conclusions are drawn through the analysis of simulation result. This exploration can provide some valuable reference for further research in this field.

Key words: complex network; attack strategy; topological structure optimization; invulnerability; natural connectivity

1 引　言

在军用和民用领域,存在着大量的诸如指挥控制、交通、电力、通信和互联网等网络。这些网络规模越来越大、结构也越来越复杂,其应用的广泛性使

* **收稿日期**:2014-03-26;**修回日期**:2014-06-06　　Received date:2014-03-26;Revised date:2014-06-06
基金项目:国家自然科学基金资助项目(61003148)
Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China(No. 61003148)
** **通讯作者**:heyvxin@126.com　　**Corresponding author**: heyvxin@126.com

复杂网络的研究价值日益突出。文献[1-2]为复杂网络抗毁性度量提供了有意义的探索,为复杂网络抗毁性度量的进一步研究提供了重要依据。文献[2]从如何度量抗毁性、怎样才算是好的复杂网络以及如何得到等几个方面着手,指明了设计和构建具有更强抗毁伤能力的拓扑结构是其重要研究内容之一。文献[3]提出了基于自然联通度的抗毁性测度,并对比分析了与其他抗毁性测度指标(如连通度、坚韧度、完整度、离散度、网络效率等)的优点。文献[4]提出了基于自然连通度抗毁性测度的复杂网络拓扑结构优化方法,其仿真分析表明,在不考虑攻击策略的条件下,网络抗毁性增强;但若考虑攻击策略(如按度去点攻击)时,其抗毁伤性却不如优化前。故在复杂网络的研究领域,考虑攻击策略的结构优化模型的构建和求解具有积极意义。

2　复杂网络抗毁性测度与攻击策略模型

2.1　自然连通度抗毁性测度

所谓的网络抗毁性,是指其节点失效时网络能保持其功用的能力。而在实际应用中,这种“保持其功能的能力”主要体现在“拓扑结构保持连通的能力”上[3]。因此,根据图论学知识我们知道,网络节点间连通的冗余性是其抗毁性的主要来源。

在数学领域,复杂网络可以表述成一个图,记作 $\boldsymbol{G}=(\boldsymbol{V},\boldsymbol{E})$,其中 $\boldsymbol{V}=\{v_1,v_2,v_3,\cdots,v_N\}$ 是节点的集合,$\boldsymbol{E}=\{e_1,e_2,e_3,\cdots,e_W\}\in\boldsymbol{V}\times\boldsymbol{V}$ 为边的集合,记 $N=|\boldsymbol{V}|$ 为节点的数量,$W=|\boldsymbol{E}|$ 表示边的数量,记 $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{G})=(a_{ij})_{N\times N}$ 为图 $\boldsymbol{G}$ 的邻接矩阵。文献[3]通过仿真分析得出网络的抗毁性与 $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{G})$ 的特征根 λ_i 之间具有密切联系的结论。在此,记

$$\bar{\lambda}=\ln\left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\mathrm{e}^{\lambda_i}\right) \tag{1}$$

则称 $\bar{\lambda}$ 为图 $\boldsymbol{G}$ 的自然连通度。网络的自然连通度、路径的冗余度与其抗毁性呈现出正相关的趋势。若对边进行增添或去除操作,而自然连通度具有严格单调的特点,故能用自然连通度较好地刻画复杂网络的抗毁特性。

2.2　不完全信息攻击策略模型

信息获取的程度对打击效果具有重要影响,并根据获取信息的完整性不同可将攻击策略分为随机攻击、恶意攻击和条件攻击 3 个策略[5]。实际上随机攻击和恶意攻击是条件攻击的两个不同特例,其区别仅在于对信息掌握程度的不同。当然,根据前述,若要破坏网络的连通度,也可以采用去节点优先或去边优先两种不同策略。为进一步完善复杂网络的数学描述,特引入下述记号和概念。

记 I_i 为网络 $\boldsymbol{G}$ 中节点 v_i 的重要程度,该重要程度按节点或相应的边的数量来度量,并记 r_i 为 v_i 依据 I_i 的值对所有节点进行排序所得的序号。令 ∇_i 为 v_i 的信息获取标记变量,当 v_i 的重要度已知时 ∇_i 取值为 1,反之 $\nabla_i=0$。称集合 $\boldsymbol{\Omega}=\{v_i\mid\nabla_i=1,v_i\in\boldsymbol{V}\}$ 为“已知区域”,$\bar{\boldsymbol{\Omega}}=\{v_i\mid\nabla_i=0,v_i\in\boldsymbol{V}\}$ 为“未知区域”。显然,$\boldsymbol{\Omega}$ 是所有已被获取信息的 v_i 的集合,而 $\bar{\boldsymbol{\Omega}}$ 则是 $\boldsymbol{\Omega}$ 的补集。当 $\boldsymbol{\Omega}=\varnothing$ 时表示随机攻击,而 $\boldsymbol{\Omega}=\boldsymbol{V}$ 表示恶意攻击[6]。

所谓信息广度指已知区域 $\boldsymbol{\Omega}$ 中包含节点 v_i(或边)的个数,而信息精度指已知区域 $\boldsymbol{\Omega}$ 中包含哪些具体元素,并把 $\boldsymbol{\Omega}$ 的确定转化为“不等概率抽样问题”。总体对应节点(边)集合记作 $\boldsymbol{V}$,总体容量记为 N,样本已知区域为 $\boldsymbol{\Omega}$,样本容量为 $n=\alpha N$,$\alpha\in[0,1]$,其中 α 为攻击信息广度参数,α 越大则获取信息越多[2]。

记

$$\boldsymbol{\pi}_i=r_i^{-\frac{\delta}{1-\delta}} \tag{2}$$

为节点 v_i 的辅助变量,其中 $\delta\in[0,1)$ 为攻击信息精度参数,则单次抽样($n=1$)节点 v_i 的概率为

$$\nabla_i=\boldsymbol{\pi}_i/\sum_{j=1}^{N}\boldsymbol{\pi}_j \tag{3}$$

故 δ 越大,越可能获得重要节点(边)的信息。当 $\delta=0$ 时,$\nabla_i=\frac{1}{N}$;当 δ 无限趋于 1 时,假设 $r_{i^*}=1$,则

$$\nabla_i=\begin{cases}1, & i=i^*\\ 0, & i\neq i^*\end{cases} \tag{4}$$

在此,本文重点探讨按节点度的不完全信息攻击策略,按上述方法所谓的度的值越大的节点越是被优先选取。

3　基于攻击策略的拓扑结构优化模型及其求解

3.1　拓扑结构优化模型

大多数复杂网络拓扑结构的研究现阶段仅考虑到拓扑结构和抗毁性之间的关系,而对不同攻击策略下的抗毁性的研究还比较欠缺,其优化后拓扑结构必存在一定的缺陷。例如在文献[4]中,其优化后网络在按度进行点攻击时,网络的抗毁性下降速度居然比优化前还要快,表明优化后仅提高了网络

的“连通能力”,而其抗毁性却变弱了。因此,对攻击策略下的网络拓扑结构的研究,进一步建立其结构优化模型,对增强复杂网络的抗毁能力具有重要意义。

为此,笔者在充分分析网络的内部结构的基础上,选用自然连通度作复杂网络的抗毁性测度,研究攻击策略下复杂网络的拓扑结构优化问题。在前述的符号约定和给定概念条件下,对复杂网络图 $\boldsymbol{G}$ 作以下基本假设:

(1) 假设图 $\boldsymbol{G}$ 是无权图,即当 $(v_i,v_i)\in\boldsymbol{E}$ 时 $a_{ij}=0$,而 $(v_i,v_i)\notin\boldsymbol{E}$ 时 $a_{ij}=1$;

(2)假设图 $\boldsymbol{G}$ 是无向简单图,即当 $i=j$ 时 $a_{ij}=0$,当 $i\neq j$ 时 $a_{ij}=a_{ji}$;

(3)假设图 $\boldsymbol{G}$ 是连通图,若记 μ_{N-1} 为 $\boldsymbol{G}$ 的 Laplace 矩阵 $\boldsymbol{L}(\boldsymbol{G})$ 的次小特征根,则 $\mu_{N-1}>0$。在此 μ_{N-1} 即为代数连通度,$\boldsymbol{L}(\boldsymbol{G})=\hat{\boldsymbol{D}}(\boldsymbol{G})-\boldsymbol{A}(\boldsymbol{G})$,$\hat{\boldsymbol{D}}(\boldsymbol{G})=\mathrm{diag}\{d_i\}$,$d_i$ 为 v_i 的度。

在此对图 $\boldsymbol{G}$ 采用式(1)所表述的自然连通度 $\bar{\lambda}$ 作为其抗毁性测度,若按度攻击策略对 $\boldsymbol{G}$ 的 k 节点进行攻击后,则记其自然连通度为 $\bar{\lambda}_k$。文献[4]中选取 $\max\bar{\lambda}_k$ 为目标函数,并不能保证模型求解结果是全局最优要求下的解,其结果很有可能仅是局部最优或可行解。选取 $\max\bar{\lambda}_k$ 作为目标函数显然不很理想,为此需要进一步探求恰当的目标函数。

图 $\boldsymbol{G}$ 的自然连通度 $\bar{\lambda}_k$ 变化趋势如图 1 所示。

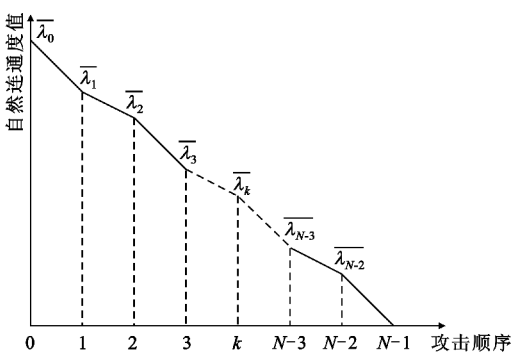

图 1 攻击策略下抗毁性示意图

Fig. 1 Sketch map of invulnerability under attack strategy

图 $\boldsymbol{G}$ 在面对策略攻击时的抗毁性可由图中面积来近似度量,即图中面积越大,其在面临攻击时的抗毁能力越强,即图 $\boldsymbol{G}$ 的抗毁性 λ' 为

$$\lambda'=\frac{1}{2}[(\bar{\lambda}_0+\bar{\lambda}_1)+(\bar{\lambda}_1+\bar{\lambda}_2)+\cdots(\bar{\lambda}_{N-2}+\bar{\lambda}_{N-1})]=\frac{\bar{\lambda}_0+\bar{\lambda}_{N-1}}{2}+\bar{\lambda}_1+\bar{\lambda}_2+\cdots+\bar{\lambda}_{N-2} \tag{5}$$

在此注意到当 N 比较大时 $\lambda'\approx\lambda=\sum_{k=0}^{N-1}\bar{\lambda}_k$,并考虑到给定 $\boldsymbol{G}$ 的节点或边数量一定的条件下,结合前述分析,最优的拓扑结构即是使 λ 最大的方案,故选取 $\lambda=\sum_{k=0}^{N-1}\bar{\lambda}_k$ 作为优化模型的目标函数。

记 a_{ij} 邻接矩阵 $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{G})$ 的元素,由假设知 $a_{ij}=0,1$(当 $i=j$ 时 $a_{ii}=0$,且当 $(v_i,v_i)\in\boldsymbol{E}$ 时,$a_{ij}=0$),且有 $a_{ij}=a_{ji}$,即 $\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{G})=\boldsymbol{A}(\boldsymbol{G})$,故对 a_{ij} 只考虑 $j<i$ 的情形。

根据上述分析和约定,建立如下优化模型:

$$\begin{aligned}&\max\lambda=\sum_{k=0}^{N-1}\bar{\lambda}_k\\&\text{s. t. }\sum_{i=2}^{N}\sum_{N-1}a_{ij}=W\\&a_{ij}=0\text{ 或 }1,\quad j<i\\&\mu_{N-1}>0\end{aligned} \tag{6}$$

3.2 模型求解

不难看出模型(6)是一混合整数规划模型,且 a_{ij} 只能取 0 或者 1,现有的优化软件和整数规划算法都难以直接对其求解,而微分进化算法在求解此类问题时具有一定的优越性[7-8]。

基本微分进化(DE)算法虽具有较强的收敛性,但其交叉概率和交叉因子取固定值会影响其求解效率。文献[9]尝试在自适应性和局部增强两个方面进行改进,取得了有意义的结论,得到 ADMPDE 算法(自适应局部增强微分进化算法),其基本流程如图 2 所示[9]。

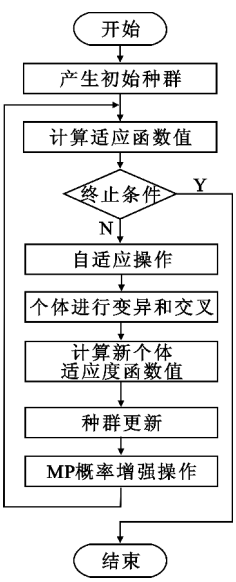

图 2 ADMPDE 算法流程

Fig. 2 Flow chart of ADMPDE

利用 ADMPDE 算法求解模型(6)的基本流程如图 3 所示。

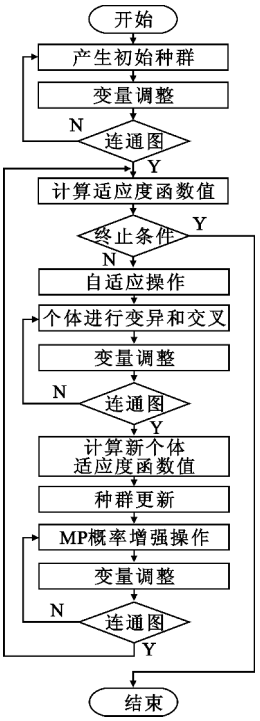

图 3　基于 ADMPDE 算法的模型求解流程

Fig. 3 Model solver flow chart based on ADMPDE

由于只考虑主对角线下方的元素(当然也可以只考虑上方的元素),为便于求解,将该邻接矩阵下方的元素重新排序,排成向量 $\boldsymbol{X}$,用 $\boldsymbol{X}$ 的分量代表排好序的 a_{ij}。

在求解模型(6)时,算法因其自身的局限性,需将 0-1 整型变量映射到[0,1]区间上进行处理,以适用于 ADMPDE 算法。此外,在 ADMPDE 算法个体交叉变异、局部增强过程中,会出现边数与实际不符的情况,因此需要人工干预,用随机生成的符合条件的变量进行部分替换。

4　仿真分析

为对比起见,利用 ADMPDE 算法求解模型(6)时选取文献[4]所给的参数,即节点数为 100,边数取 297,边连接概率取 0.06,生成后的 ER 网络(随机网络)拓扑结构及其度分布如图 4 和图 5 所示。

在利用 ADMPDE 算法求解时,主要参数的取值为:变量个数取4 950,种群规模取 90,扰动因子取 0.05,增强因子取 0.01,交叉概率分别取0.8和0.5,交叉因子分别取 0.09 和 0.04,终止代差数取 30。

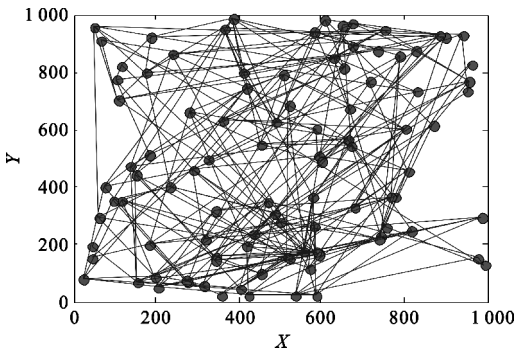

图 4　ER 网络拓扑结构

Fig. 4 The topology of ER network

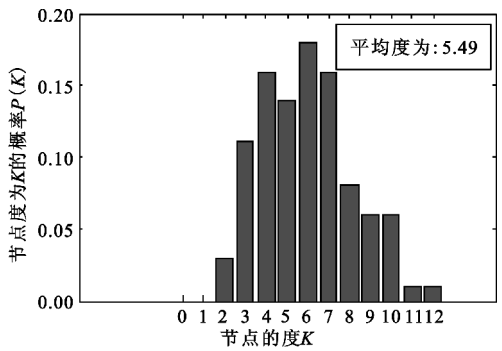

图 5　ER 网络度分布

Fig. 5 The degree distribution of ER network

在考虑到按度攻击策略情况下,对图 4 优化后的拓扑结构和度分布如图 6 和图 7 所示。通过 ADMPDE 算法优化分析,在第 78 代取得最优值。在优化过程中进化代数与适应度函数、度关联系数的关系如图 8 和图 9 所示。利用本文提出的模型(6)对复杂网络进行优化,相比文献[4]所给的方法,在面临去点攻击时的效果如图 10 和图 11 所示。

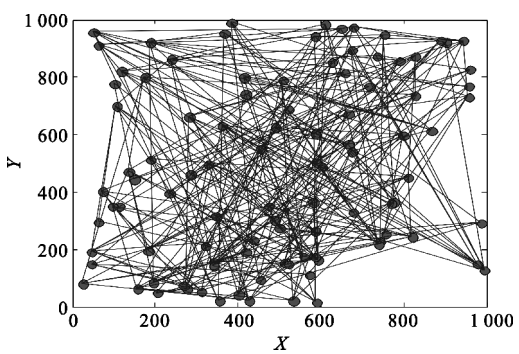

图 6　优化后拓扑结构

Fig. 6 The optimized network topology

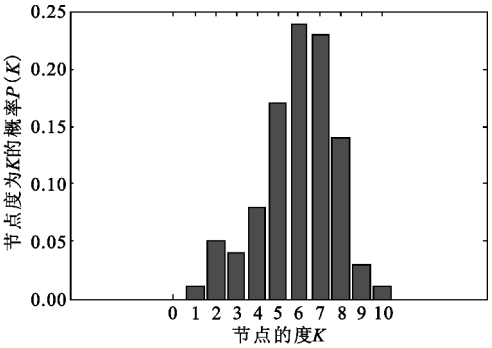

图 7 优化后网络度分布

Fig. 7 The optimized network degree distribution

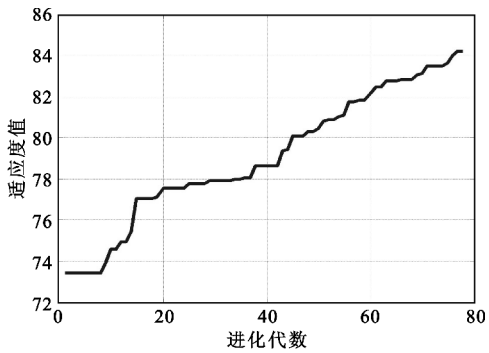

图 8 进化代数与适应度值

Fig. 8 The generation and the adapt value

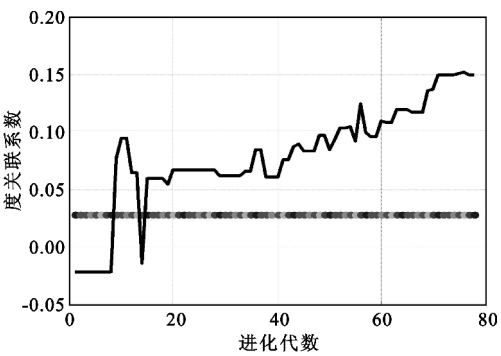

图 9 进化代数与度关联系数

Fig. 9 The generation and the degree generation associate coefficient

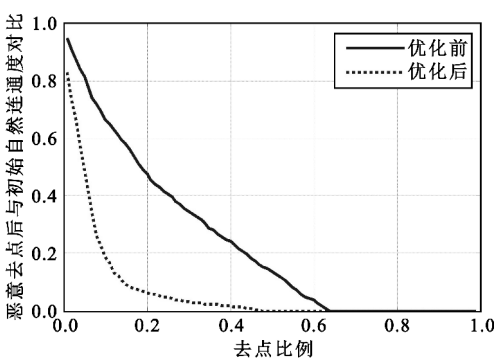

图 10 文献[4]中优化前后攻击效果对比

Fig. 10 Attack effect comparison before and after optimization in Reference[4]

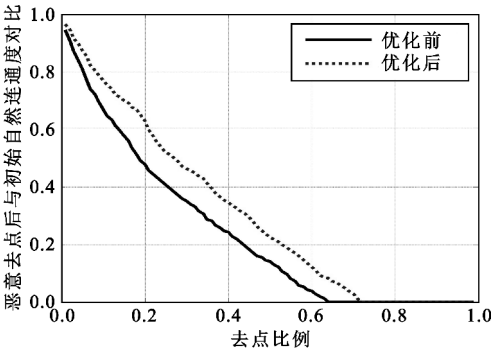

图 11 本文优化前后攻击效果对比

Fig. 11 Attack effect comparison before and after optimization

通过上述工作,在基于攻击策略情况下,通过对复杂网络拓扑结构优化的仿真分析,可得到以下基本结论:

(1)在考虑攻击策略情况下,对于给定的点或给定边的复杂网络,模型(6)适用于对复杂网络拓扑结构的优化。随着仿真代数的增加,拓扑结构不断优化,适应度函数值不断增加;

(2) 优化后节点的最大度有所减小,最大度由优化前的 12 降为 10;

(3)从优化前后节点度分布情况分析,优化前节点度小于平均度5.49节点比例为 56%(大于平均度比例为 44%),而优化后节点度小于平均度 5.49 节点比例为 42%(大于平均度比例为 58%),优化前后度大节点比例大幅增加,说明"度大节点趋向于和度大节点相连";

(4)从进化的代数和度关联系数分析,随着拓扑结构的优化,度关联系数呈现"振荡上升"趋势。根据度关联系数与拓扑结构的规律,当度关联系数大于 0 时,度大的节点倾向于和度大的节点相连,因此同样验证了"度大节点趋向于和度大节点相连";

(5)文献[4]对拓扑结构的优化未考虑到攻击策略,是对网络拓扑结构的静态优化,因此在面临去点攻击时优化后抗毁伤能力反而下降;本文考虑了攻击策略,属于对网络拓扑结构的动态优化,优化后网络在面临去点攻击时的抗毁伤能力有所增强。

5 结束语

本文建立了基于攻击策略条件下复杂网络拓扑结构改进的优化模型,并依据 ADMPDE 算法,通过仿真分析验证了模型和求解方法的科学性和有效性。相比文献[4]中模型,本文所构建的优化模型更具实用性,验证了度大节点趋向于和度大节点相连等规律。文中研究仅为复杂网络研究领域冰山之

一角,期望能起到抛砖引玉的作用。尚有许多需要进一步完善之处,例如有向网络、加权网络等的拓扑结构优化等,将在日后的研究工作中逐步加强和深入。

参考文献:

[1] 彭浩,陆松年,赵丹丹. 复杂网络理论在对等网络特性分析中的应用[J]. 电讯技术,2012,52(4):571-575.
PENG Hao,LU Song-nian,ZHAO Dan-dan. Application of the Complex Network Theory in Characteristics Analysis of Peer to Peer Networks [J]. Telecommunication Engineering,2012,52(4):571-575. (in Chinese)

[2] 谭跃进,吴俊,邓宏钟. 复杂网络抗毁性研究进展[J]. 上海理工大学学报,2011,33(6):653-668.
TAN Yue-jin,WU Jun,DENG Hong-zhong. Progress in Invulnerability of Complex Networks[J]. Journal of University of Shanghai for Science and Technology,2011,33(6):653-668. (in Chinese)

[3] 吴俊. 复杂网络拓扑结构抗毁性研究[D]. 长沙:国防科学技术大学,2008.
WU Jun. Study on Invulnerability of Complex Network Topologies [D]. Changsha:National University of Defense Technology,2008. (in Chinese)

[4] 黄仁全,李为民,董雯,等. 基于复杂网络抗毁性与 ADMPDE 算法的网络拓扑结构优化[J]. 空军工程大学学报(自然科学版):2012,13(5):60-65.
HUANG Ren-quan,LI Wei-min,DONG Wen,et al. Research on the Topology Structure Optimization of the Complex Network Based on the Invulnerability and the ADMPDE Algorithm [J]. Journal of Air Force Engineering University(Natural Science Edition),2012,13(5):60-65. (in Chinese)

[5] Albert R,Jeong H,Barabási A-L. Attack and error tolerance of complex networks [J]. Nature, 2000, 406(6794):378-382.

[6] 黄仁全,李为民,董雯,等. 不同攻击策略下作战体系网络抗毁性研究[J]. 复杂系统与复杂性科学,2012,9(3):62-69.
HUANG Ren-quan,LI Wei-min,DONG Wen,et al. Research on the Invulnerability of Combat SoS Based on Different Attack Strategies[J]. Journal of Complex System and Complexity Science,2012,9(3):62-69. (in Chinese)

[7] Fan Hui-yuan,Lampinen J. A Trigonometric Mutation Operation to Differential Evolution [J]. Journal of Global Optimization,2003(27):105-129.

[8] 黄仁全,李为民,周晓光,等. 基于微分进化算法的防空导弹火力分配研究[J]. 空军工程大学学报(自然科学版),2009,10(5):41-44.
HUANG Ren-quan,LI Wei-min,ZHOU Xiao-guang,et al. Research on Firepower Distribution Model of Surface to Air MissileBased on Differential Evolution Algorithm [J]. Journal of Air Force Engineering University(Natural Science Edition),2009,10(5):41-44. (in Chinese)

[9] 黄仁全,靳聪,贺筱军,等. 自适应局部增强微分进化改进算法[J]. 空军工程大学学报(自然科学版),2011,12(3):84-89.
HUANG Ren-quan,JIN Cong,HE Xiao-jun,et al. A Modified Differential Evolution Algorithm with Adaptive and Local Enhanced Operator [J]. Journal of Air Force Engineering University(Natural Science Edition),2011,12(3):84-89. (in Chinese)

作者简介:

贺筱军(1972—),男,陕西渭南人,讲师,博士研究生,主要研究方向为防空作战优化理论与方法;

HE Xiao-jun was born in Weinan,Shaanxi Province,in 1972. He is now a lecturer and currently working toward the Ph. D. degree. His research concerns optimization theory and method on air defense.

Email:heyvxin@126.com

李为民(1964—),男,甘肃民勤人,博士,教授、博士生导师,主要从事防空反导作战运筹分析;

LI Wei-min was born in Minqin,Gansu Province,in 1964. He is now a professor with the Ph. D. degree, and also the Ph. D. supervisor. His research concerns operational research analysis on air and missile defense.

黄仁全(1983—),男,湖南郴州人,博士,主要研究方向为防空作战建模与仿真。

HUANG Ren-quan was born in Chenzhou,Hunan Province,in 1983. He is with Ph. D. degree. His research concerns modeling and simulation on air defense.