doi:10.3969/j.issn.1001-893x.2014.01.011

引用格式:赵立权,徐俪月.改进的参考独立分量分析算法[J].电讯技术,2014,54(1):58-62.[ZHAO Li-quan, XU Li-yue. Improved Independent Component Analysis with Reference Algorithms[J]. Telecommunication Engineering,2014,54(1):58-62.]

改进的参考独立分量分析算法*

赵立权**,徐俪月

(东北电力大学信息工程学院,吉林132012)

摘 要:针对参考独立分量分析收敛速度较慢的问题,提出了两种基于改进的快速收敛牛顿迭代方 法的参考独立分量分析方法。该方法首先对观测信号进行白化预处理,避免观测信号矩阵求逆运 算,减少了算法的计算量;然后采用修正的具有三阶收敛速度的牛顿迭代方法对参考独立分量分析 的代价函数进行优化,推导出快速收敛的参考独立分量分析算法。仿真实验结果表明,改进后的算 法是有效的,算法收敛速度相对原算法提高了1.7倍,相对现有算法提高了1倍,而且误差更小。 关键词:盲源分离;参考独立分量分析;牛顿迭代;代价函数;收敛速度

中图分类号:TN911.7 文献标志码:A 文章编号:1001-893X(2014)01-0058-05

Improved Independent Component Analysis with Reference Algorithms

ZHAO Li-quan, XU Li-yue

(College of Information Engineering, Northeast Dianli University, Jilin 132012, China)

Abstract: To overcome the problem that independent component analysis with reference(ICA-R) has slower convergence speed, two improved independent component analysis with reference algorithms with faster convergence speed are proposed. The new algorithms use the method of pre-whitening to process the observed signals to avoid inverse operation of the matrix, and decrease computational time. Secondly, two modified Newton iterative methods with third order convergence are adopted to optimize the cost function of independent component analysis with reference, and deduce the improved independent component analysis with reference. Simulation results prove the efficiency of this new algorithm, and compared with the original algorithm and the other improved algorithm, the convergence speed of the proposed algorithms raises by 1.7 times and 1 time respectively with smaller error.

Key words: blind source separation; independent component analysis with reference; Newton iterative method; cost function; convergence speed

1 引 言

独立分量分析(Independent Component Analysis,ICA)是近年来发展并成熟起来的一种新的盲源 分离技术。它是指在信源信号、信道参数未知的情 况下,仅利用源信号之间相互统计独立的性质来恢 复出信源信号的各个相互独立成分^[1]。传统的独 立分量分析通常先分离出所有的信源信号,然后根 据实际需要人工选择出感兴趣的期望信号,随着信 源信号数量的增加,人工选择信号的工作量也大幅 度增加。在实际的盲源分离问题中,真正感兴趣的 源信号相对很少,因此可以充分利用感兴趣源信号 的某些先验信息来提取感兴趣的源信号,提高感兴

基金项目:吉林省科技发展计划项目(201101110);吉林市科技发展项目(2013625009)

^{*} 收稿日期:2013-10-10;修回日期:2013-12-19 Received date:2013-10-10;Revised date:2013-12-19

Foundation Item: The Scientific Research Fundation of the Education Department of Jilin Province (No. 201101110); The Scientific Research Fundation of the Education Department of Jilin City (No. 2013635009)

^{**} 通讯作者:zhao_liquan@163.com Corresponding author:zhao_liquan@163.com

趣信号提取的效率。参考独立分量分析(ICA with reference,ICA-R)正是在这样的背景下提出的,它通过利用期望信号的先验信息来提取所需要的独立分量,是经典独立分量分析方法的一个扩展和发展方向^[2-8]。目前,ICA-R已广泛应用于医学图像和模式识别等领域^[9-11]。ICA-R采用牛顿迭代方法对代价函数进行优化,算法的收敛速度受牛顿迭代方法影响加大,为此,本文从优化方法入手,采用具有三阶收敛速度的改进牛顿迭代方法优化代价函数,进而提高算法的收敛速度。

2 参考独立分量分析

2.1 传统 ICA 算法

设 $x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t))^T$ 为 N 维观 测信号, $s(t) = (s_1(t), s_2(t), \dots, s_M(t))^T$ 为 M 维未 知的信源信号, A 为 N×M 阶满秩混合矩阵(N≥ M),则 ICA 线性混合模型可表示如下^[3]:

$$x(t) = As(t) \tag{1}$$

传统 ICA 的目的就是寻求一个 M×N 维解混矩 阵 W,使得输出的 M 维矢量的各分量尽可能相互统 计独立,即

$$y(t) = Wx(t) = WAs(t) = PDs(t)$$
 (2)

式中, $y(t) = (y_1(t), y_2(t), \dots, y_M(t))^T$ 为源信号s(t)的估计信号,解混矩阵 W 为混合矩阵 A的逆矩,P 为 $M \times M$ 的置换矩阵,D 为 $M \times M$ 的对角线矩阵。

2.2 ICA-R 算法

ICA-R 算法的原理框图如图 1 所示^[4]。图中, $x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t)$ 为 N 个输入的混合信号; $y_1(t), y_2(t), \dots, y_L(t)$ 为 L(L < N) 个期望源信号的估 计输出信号; $r_1(t), r_2(t), \dots, r_L(t)$ 为 L 个带有 L 个 期望源信号的部分先验信息却又不同于各源信号的 参考信号, $\varepsilon(y,r)$ 是输出信号与参考信号的相似度 度量函数。



ICA-R 将先验信息作为约束条件融入到 FastI-CA 算法中,其代价函数为^[2]

$$\max : J(y) \approx \rho [E \{ G(y) \} - E \{ G(v) \}]^2$$

s.t. :g(w) \le 0, h(w) = E(y^2) - 1 = 0 (3)

式中, $y=w^{T}x$, J(y) 为传统 ICA 的负熵代价函数, ρ 为一个正的常数,G() 为非线性函数,v 为零均值单 位方差的高斯随机变量,等式约束 h(w)=0 用来约 束代价函数 J(y) 及权向量 w 有界,不等式约束 $g(w)=\varepsilon(y,r)-\xi \le 0$,阈值 ξ 用来区别期望信号与 其他信源信号。通常 $\varepsilon(y,r)$ 接近性度量可选: $\varepsilon(y,r)=E\{(y-r)^{2}\}$ 为均方误差度量或 $\varepsilon(y,r)=$ $-E\{yr\}$ 为瞬时相关度量。

通过引人松弛因子 z 可以将不等式约束 $g(w) \leq 0$ 转化为等式 $g(w) + z^2 = 0$ 。利用拉格朗日 乘子法求解式(3)可得

$$L(w, z, \mu, \lambda) = J(y) - \mu [g(w) + z^{2}] - \frac{1}{2} \gamma || g(w) + z^{2} ||^{2} - \lambda h(w) - \frac{1}{2} \gamma || h(w) ||^{2} = J(y) - \frac{1}{2\gamma} [\max^{2} \{\mu + \gamma g(w), 0\} - \mu^{2}] - \lambda h(w) - \frac{1}{2} \gamma || h(w) ||^{2}$$
(4)

式中, μ 和 λ 是用来约束 g(w) 和 h(w) 的拉格朗日 乘子, γ 是一个惩罚因子, $\|\cdot\|$ 为欧式范数, $\frac{1}{2}\gamma\|\cdot\|^2$ 为二次惩罚项。采用牛顿迭代方法对上 式进行优化可得

$$w_{k+1} = w_k - \eta \boldsymbol{R}_{XX}^{-1} L'_{w_k} / \delta(w_k)$$
⁽⁵⁾

式中,k 为当前迭代次数, η 是学习速率, R_{xx} 是观测 信号 X 的协方差矩阵, L'_{w_k} 是 L(w) 的一阶导数, $\delta(w_k)$ 是 L(w)的二阶导数,其具体表达式如下:

 $L'_{w_{k}} = \rho E \{ x G'_{y}(y) \} - 0.5 \mu E \{ x g'_{y}(w_{k}) \} - \lambda E \{ x y \}$

$$\delta(w_k) = \rho E \{ G''_{y^2}(y) \} - 0.5 \mu E \{ g''_{y^2}(w_k) \} - \lambda$$
(7)

式中, $\rho = \text{sign}(E \{ G(y) \} - E \{ G(v) \}), G'_{y}(y) \setminus G''_{y^{2}}(y) \bigcup g'_{y}(w_{k}) \setminus g''_{y^{2}}(w_{k}) \mathcal{G}) \mathcal{H} \mathcal{B} (y) \mathcal{H} g(w) \mathcal{H}$ 一阶导和二阶导;拉格朗日乘子 μ 和 λ 可通过梯度 上升学习算法得到:

$$\boldsymbol{\mu}_{k+1} = \max\left\{0, \boldsymbol{\mu}_k + \gamma g(\boldsymbol{w}_k)\right\}$$
(8)

 $\lambda_{k+1} = \lambda_k + \gamma h(w_k) \tag{9}$

3 改进的 ICA-R 算法

由公式(5)可知,ICA-R 算法迭代过程中始终需 要计算相关矩阵的逆运算,增加了算法的计算量,为 此本文首先采用文献[4]的方法,先将输入的混合信号白化预处理,避免相关矩阵求逆运算,在每次迭代过程中通过对解混相量归一化处理,使得估计信号满足 h(w)=E(y²)-1=0,进而消除式(3)中对解混相量的约束。则修正后的拉格朗日函数表达式为

$$L(w,z,\mu) = J(y) - \mu [g(w) + z^{2}] - \frac{1}{2}\gamma ||g(w) + z^{2}||^{2} = J(y) - \frac{1}{2\gamma} [\max^{2} \{\mu + \gamma g(w), 0\} - \mu^{2}]$$
(10)

为了提高算法的收敛速度,采用修正后的牛顿 迭代方法对式(10)进行优化。修正的牛顿迭代方 法的具体表达式如下^[12]:

$$x_{n+1}^{*} = x_{n} - \frac{f(x_{n})}{2f'(x_{n})}$$
$$x_{n+1} = x_{n} - \frac{f(x_{n})}{f'(x_{n+1}^{*})}$$
(11)

采用式(11)对式(10)进行优化求解可得改进的 ICA-R 算法 I:

$$w_{k}^{*} = w_{k} - \frac{E[\rho x G'_{y}(y) - 0.5 \mu x g'_{y}(w_{k})]}{E[2\rho G''_{y^{2}}(y) - \mu g''_{y^{2}}(w_{k})]} \quad (12)$$

$$w_{k+1} = w_k - \frac{E[\rho x G'_y(y) - 0.5\mu x g'_y(w_k)]}{E[\rho G''_{y^2}(\bar{y}) - 0.5\mu g''_{y^2}(w_k^*)]}$$
(13)

其中, ρ =sign(E{G(y)}-E{G(v)}),y= $w_k^T x$,

$$\bar{o} = \operatorname{sign}(E \{ G(\bar{y}) \} - E \{ G(\bar{v}) \}), \bar{y} = w_k^{* \mathrm{T}} x_{\circ}$$

x 为预处理后的混合信号, \bar{v} 为与 \bar{y} 有相同协方差矩 阵的高斯随机变量。

若将
$$\frac{f'(x_n)+f'(x)}{2}(x-x_n)$$
替代 $f'(\xi)(x-x_n)$,便

可得到另一修正的牛顿迭代算法[13]:

$$x_{n+1}^{*} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$
$$x_{n+1} = x_n - \frac{2f(x_n)}{f'(x_n) + f'(x_{n+1}^{*})}$$
(14)

采用式(14)求解式(10)可得改进的 ICA-R 算法II:

$$w_{k}^{*} = w_{k} - \frac{E[\rho x G'_{y}(y) - 0.5 \mu x g'_{y}(w_{k})]}{E[\rho G''_{y^{2}}(y) - 0.5 \mu g''_{y^{2}}(w_{k})]}$$
(15)

$$w_{k+1} = w_k - \frac{2E[\rho_x G'_y(y) - 0.5\mu_x g'_y(w_k)]}{E[f]}$$
(16)

$$\begin{split} & [\ddagger \psi, \rho = \operatorname{sign}(E \{ G(y) \} - E \{ G(v) \}), y = w_k^{\mathrm{T}} x, \\ & f = \bar{\rho} G''_{\bar{y}^2}(\bar{y}) + \rho G''_{y^2}(y) - 0.5 \mu \{ g''_{y^2}(w_k) + g''_{\bar{y}^2}(w_k^*) \}, \\ & \bar{y} = w_k^{*\mathrm{T}} x, \bar{\rho} = \operatorname{sign}(E \{ G(\bar{y}) \} - E \{ G(\bar{v}) \})_{\circ} \end{split}$$

改进的 ICA-R 算法迭代步骤如下:

(1)采用预处理方法对观测信号进行白化处理;

(2)设置分离向量以及拉格朗日乘子的初始值;

(3)根据公式(12)、(13)或者公式(15)、(16) 更新分离向量;

(4)根据公式(8)更新拉格朗日乘子;

(5)归一化分离向量;

(6)迭代直到分离向量变化量小于阈值或者最 大迭代次数,否则返回步骤3继续迭代。

4 仿真实验

电讯技术

为了验证本文所提出算法的有效性,选取5个 信号作为信源信号,信源信号的波形图如图2所示。



Fig. 2 Waveform of source signals

图中,s1 为频率是50 Hz的工频信号,s2 为频率 是150 Hz的三次谐波信号,s3 为频率是250 Hz的五 次谐波信号,s4、s5 分别为两路随机信号模拟不同噪 声源产生的噪声。为了客观分析算法的有效性,随 机产生了混合矩阵 A:

	0.403 0	0.701 2	0.429 9	0.5100	0.153 2	
	0.3993	0.285 4	0.5160	0.705 4	0.3108	
A =	0.785 7	0.9866	0.046 9	0.624 9	0.649 3	
	0.505 9	0.224 3	0.964 7	0.227 5	0.835 6	
	0.5624	0.501 0	0.065 8	0.6307	0.0177	
	启酒信日	広汁泪ム	~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~	、但 云山 百万 万	财务 习团 测试 启	5

信源信号经过混合矩阵混合得到的5路观测信 号如图3所示。



图 3 混合信号的波形图 Fig. 3 Waveform of mixed signals

· 60 ·

本文通过 ICA-R 算法和两种改进的 ICA-R 算法进行实验比较,验证了本文算法的可行性及正确性。对于 ICA-R 算法,选取一个合适的参考信号尤为重要,本文算法的参考信号取为对期望信号 s1 进行符号运算后得到的序列^[6]。将 ICA-R 算法及改进的两种 ICA-R 算法分别利用参考信号对其相应的期望信号 s1 进行提取,输出结果分别如图 4、图 5 及图 6 所示。从输出波形可以看出,期望的基波信号和相应的分离信号波形基本相同,验证了本文算法的有效性。



图 4 ICA-R 原算法参考信号、期望信号和分离信号波形图 Fig. 4 Waveform of reference signal, desired signal and estimated signal of the original ICA-R algorithm



图 5 改进的 ICA-R 算法 I 参考信号、 期望信号和分离信号波形图





图 6 改进的 ICA-R 算法 II 参考信号、 期望信号和分离信号波形图

Fig. 5 Waveform of reference signal, desired signal and estimated signal of the improved ICA-R II algorithm

为了定量比较算法的性能,选取两个量化指标 来评价算法的分离性能。

(1) IPI (Individual Performance Index)

$$IPI = \sum_{j=1}^{m} |p_j| / \max_k |p_k| - 1, \ k = 1, 2, \dots, m$$

其中, p_j 表示全局向量 $p = w^T A$ 的第j个元素。该指标越接近于0,说明算法的分离性能越好。

(2) 信噪比(SNR)

 $SNR(dB) = 10lg(\sigma^2/m)$

其中,σ² 表示期望信号的方差,m 表示期望源信号 与估计信号之间的均方误差。该指标值越大,说明 算法的分离性能越好,分离精度越高。

运行 ICA-R 算法及两种改进的 ICA-R 算法提 取基波信号,得到的平均 IPI 值和平均 SNR 值及平 均运行时间如表 1 所示。从表 1 可以看出,本文所 提出的两种改进算法可以正确提取出基波信号,较 低的 IPI 值和较高的 SNR 值说明了本文的改进算法 要比原有的 ICA-R 算法和文献[4]算法的分离性能 更理想,并且改进的算法 I 相比改进的算法 II 要稍 好些;另外,由于改进的 ICA-R 算法是三阶收敛的, 从而降低了迭代次数,增加了收敛速度,减少了运行 时间。因此可以证明,改进后的 ICA-R 算法误差更 小,收敛速度更快。

表 1 平均 IPI 值、平均 SNR 值及平均运行时间 Table 1 Average of IPI, SNR and run time

算法	IPI	<i>SNR/</i> dB	运行时间 /s
ICA-R 原算法	0.029 0	33.031 1	0.042 4
文献[4]算法	0.027 3	33.192 8	0.031 2
改进的 ICA-R 算法 I	0.022 7	33.5914	0.015 6
改进的 ICA-R 算法 Ⅱ	0.025 1	33.3937	0.015 6

5 结 论

本文针对 ICA-R 算法二阶收敛的特点,提出了 两种改进的 ICA-R 算法,使其满足三阶收敛,并且 在相同的条件下,改进算法 I 稍好于改进算法 II,两 种改进算法相对原 ICA-R 算法,收敛时所需时间更 短,收敛速度更快,误差更小。参考信号的选取直接 影响算法的分离性能,因此如何利用信源先验信息 构建合适的参考信号是下一步研究的方向。

参考文献:

 Hyvarinen A. Independent component analysis: recent advances [J]. Philosophical Transactions of the Royal Society, A: Mathematical Physical and Engineering Sciences, 2013, 371(1984): 1–19.

- [2] Lu W, Rajapakse J C. ICA with reference [C]//Proceedings of the 3rd International Conference on Independent Component Analysis and Blind Source Separation. San Diego, California; IEEE, 2001;120–125.
- [3] Lu W, Rajapakse J C. ICA with reference [J]. Neuro-Computing, 2006, 69(16-18):2244-2257.
- [4] Lin Qiu-hua, Zheng Yong-rui, Yin Fu-liang, et al. A fast algorithm for one-unit ICA-R[J]. Information Sciences, 2007,177(5):1265-1275.
- [5] Li Changli, Li Guisheng, Yuli S. An improved method for independent component analysis with reference [J]. Digital Signal Processing, 2010,20(2):575-580.
- [6] Zhang Zhi-Lin. Morphologically constrained ICA for extracting weak temporally correlated signals [J]. Neuro-Computing, 2008, 71(6):1669-1679.
- [7] 霍政权,李宏.参考独立分量分析固定点算法[J].计 算机应用研究,2011,28(1):134-136
 HUO Zheng-quan, LI Hong. Fixed-point algorithm for independent component analysis with reference [J]. Application Research of Computers, 2011, 28(1): 134-136. (in Chinese)
- [8] 张守成,刘永凯. 一种基于峭度的一单元 ICA-R 固定 点算法 [J]. 计算机工程与应用,2012,48(2): 130-134.
 ZHANG Shou-cheng, LIU Yong-kai. Fxied-point algo-

rithm based on kurtosis for one-unit ICA-R[J]. Computer Engineering and Applications, 2012, 48 (2): 130–134. (in Chinese)

[9] Li S, Lu H C, Ruan X, et al. Human body segmentation based on independent component analysis with reference at two-scale superpixel [J]. Image Processing, 2012,6 (6): 770-777.

- [10] Breuer L, Axer M, Dammers J. A new constrained ICA approach for optimal signal decomposition in polarized light imaging [J]. Journal of Neuroscience Methods, 2013,220(1):30-38.
- [11] Sun Zhanli, Lam Kin-Man. Depth Estimation of Face Images Based on the Constrained ICA Model[J]. Information Forensics and Security, 2011, 6(2):360-370.

[12] 张荣,薛国民. 修正的三次收敛的牛顿迭代法[J]. 大学数学,2005,21(1):80-82.
ZHANG Rong, XUE Guo-min. Variants of Newton's iteration method with third-order convergence[J]. College Mathematics, 2005, 21(1):80-82. (in Chinese)

作者简介:



赵立权(1982—),男,黑龙江哈尔滨人, 2005年于哈尔滨理工大学获工学学士学位, 2009年于哈尔滨工程大学获工学博士学位, 现为副教授、硕士生导师,主要研究方向为独 立分量分析;

ZHAO Li-quan was born in Harbin, Hei-

longjiang Province, in 1982. He received the B. S. degree from Harbin University of Science and Technology and the Ph. D. degree from Harbin Engineering University in 2005 and 2009, respectively. He is now an associate professor and also the instructor of graduate students. His research concerns independent component analysis.

Email: zhao_liquan@163.com

徐俪月(1986—),女,吉林省吉林市人,2009年于北华 大学获工学学士学位,现为东北电力大学硕士研究生,主要 研究方向为参考独立分量分析。

XU Li-yue was born in Jilin, Jilin Province, in 1986. She received the B. S. degree from Beihua University in 2009. She is now a graduate student. Her research concerns independent component analysis with reference.

本刊加入"万方数据-数字化期刊群" 等数据库的声明

为了适应我国信息化建设的需要,扩大作者学术交流渠道,实现科技期刊编辑、出版发行工作的电子化, 推进科技信息交流的网络化进程,本刊现已加入"万方数据-数字化期刊群"、"中国学术期刊(光盘版)"、 "中国期刊全文数据库"、"中文科技期刊数据库"等本刊封底所列数据库以及"中国期刊网"、"中国学术期 刊网"、"中国科技论文在线"、"蜘蛛网"等网站,本刊录用发表的论文,将由编辑部统一纳入上述数据库和网 站,进入因特网或光盘提供信息服务。本刊所付稿酬已包含著作权使用费和刊物内容上网服务报酬,不再另 付。凡有不同意者,请事先声明,本刊将作适当处理。