

doi:10.3969/j.issn.1001-893x.2013.06.025

移相器幅相误差对 FFT 法校准误差的影响^{*}

杨顺平^{**}

(中国西南电子技术研究所,成都 610036)

摘 要:考虑了快速傅里叶变换(FFT)校准方法在各种配相状态的相关性情况,分析了移相器幅相误差对 FFT 法校准误差的影响,得到了校准后的幅度误差和相位误差公式。给出了仿真结果,对比仿真结果和理论分析,两者非常吻合。由该公式得出了影响该项误差的因素除了和移相器幅相误差、校准网络的传输系数有关外,还和被校准通道的位置编号有关系。解释了在大动态条件下,校准精度恶化的原因,并给出了解决该问题的方法。

关键词:相控阵;FFT;幅相校准;幅相误差

中图分类号:TN821 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-893X(2013)06-0795-05

Impact of Phase Shift Amplitude/Phase Errors on FFT-based Calibrations

YANG Shun-ping

(Southwest China Institute of Electronic Technology, Chengdu 610036, China)

Abstract: The impact of phase shifter amplitude/phase errors on the calibrations based on Fast Fourier Transform (FFT) is analyzed in consideration of the errors correlation. A formula to calculate the errors is given. The analysis and simulation are compared, and the result agrees well. It is shown from the formula that the errors relate to not only the amplitude/phase errors and calibration network's S-parameter, but also the serial number of the channel in the FFT method. The reason why the accuracy decreases under the condition of large dynamic range can be found. And a new method which can improve the calibration accuracy is proposed.

Key words: phased array; FFT; amplitude/phase calibration; amplitude/phase error

1 引 言

相控阵天线通过控制阵列中各个单元相位实现天线波束指向改变,由于移相器的误差、阻抗不匹配引起的反射、温度变化影响等使得馈线各单元通道之间幅相不一致,存在幅相误差。该误差对天线的波束指向、副瓣电平、波束宽度、增益等指标均有重要影响,为了保证相控阵天线的性能指标,必须使得该误差尽量小。相控阵天线研制中常常通过通道校准实现对该误差的改善。

相控阵天线的通道校准方法有多种^[1-4],其中

常用的为 FFT 校准法^[5]。通道校准的精度决定了最后阵列的口径幅相分布精度,为了提高 FFT 校准精度,国内外进行了大量的研究,如从算法上提高校准精度^[6]、从角度选择上来提高校准精度^[7],但目前在校准耦合信通传输性能大动态分布下的校准精度仍有待解决。FFT 校准法的误差主要受几个因素的影响:接收机幅相测试误差;馈线电缆 S 参数测试误差;各个通道移相器的幅相误差;校准耦合信通传输性能的动态范围等因素。文献[4]分析了接收机噪声对校准误差的影响。由于移相时各个移相状态下的幅度和相位与理想情况不一致,存在一定的误差,该项误差将导致校准结果产生校准误差,即各个通

^{*} 收稿日期:2012-11-09;修回日期:2013-04-10 Received date:2012-11-09;Revised date:2013-04-10
^{**} 通讯作者:blueysp@qq.com Corresponding author:blueysp@qq.com

道移相器的幅相误差对校准的影响。从目前大部分的移相器的精度来看,移相器幅度相位误差导致的校准误差在所有的误差中占主导作用,因此,本文将对该误差进行分析,尽量减小该误差的影响。文献[8]从西矩阵的角度出发,分析了通用情况下移相器误差对校准的影响;文献[9]应用矩阵摄动理论,分析了移相器量化误差、接收机噪声和通道随机误差对校准的影响。文献[8]和[9]主要是从通用的矩阵校准算法模型进行了误差分析,针对特定的 FFT 的校准算法的一些特性则没有考虑,本文将在考虑 FFT 校准时的各个配相状态的相关性的和校准耦合通道具有一定的动态分布的情况下,对校准误差的分析。

2 基本理论

已知在 FFT 校准方式下,通过调整各个通道 TR 组件的移相组合,可以得到 M 个线性不相关的方程,如式(1)所示:

$$A_k = \sum_{i=0}^{N-1} S_i \cdot a_i \cdot e^{-j\frac{2\pi \cdot i \cdot k}{N}} \quad (1)$$

式中, M 为方程组数目 ($M = 2^n \geqslant$ 天线单元数, n 为正整数); $A(k)$ 是第 k 次接收机测试得到的电压值,为包含了幅度和相位的复数; S_i 为行波馈电网络第 i 路端口的传输系数; a_i 为实际的天线馈电分布,包括幅度和相位信息。解以上方程得到

$$S_i \cdot a_i = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} A_k e^{j\frac{2\pi \cdot i \cdot k}{N}} \quad (2)$$

S_i 事先可以通过矢量网络分析仪等测量工具测试出来,为已知量。所以天线通道的相对幅度和相位分布 a_i 就可以由式(2)得到。通过与理论分布的对比,则可以测试出每个端口的幅度误差和相位误差。根据该误差,通过调节相应通道的相位和幅度值,就可以实现天线端口馈电的校准。式(1)、(2)为一对傅里叶变换,故式(2)的求取可以通过 FFT 实现。

3 有误差条件下的 FFT 校准

将式(1)代入式(2)可得

$$B_m = \frac{1}{S_m \cdot N} \sum_{k=0}^{N-1} \left(\sum_{i=0}^{N-1} S_i \cdot a_i e^{-j\frac{2\pi \cdot i \cdot k}{N}} \right) e^{j\frac{2\pi \cdot k \cdot m}{N}} \quad (3)$$

由于移相器为非理想器件,必然存在一定的幅度和相位误差,由于该误差的存在,使得校准结果偏离实际值,从而带来了校准误差,同时由于数字移相器存在量化误差,也会使实际移相值偏离理想值。

存在幅度相位误差时,式(1)变为

$$A'_k = \sum_{i=0}^{N-1} S_i \cdot (a_i + \Delta a(i, k) \cdot a_i) \cdot e^{-j(\frac{2\pi \cdot i \cdot k}{N} + \Delta \theta(i, k))} \quad (4)$$

$$\Delta \theta(i, k) = \Delta \phi(i, k) + \Delta \varphi(i) \quad (5)$$

式中, $\Delta a(i, k)$ 、 $\Delta \theta(i, k)$ 为第 k 通道、第 i 个移相状态时的幅度相位误差, $\Delta \phi(i, k)$ 为第 k 通道、移相状态为 i 时的移相误差, $\Delta \varphi(i)$ 为第 i 个移相状态下的量化误差。考虑一阶情况,可得

$$A'_k \approx \sum_{i=0}^{N-1} \{ (b_i \cdot e^{-j\frac{2\pi \cdot i \cdot k}{N}} - j \cdot \Delta \theta(i, k) \cdot b_i \cdot e^{-j\frac{2\pi \cdot i \cdot k}{N}} + \Delta a(i, k) \cdot b_i \cdot e^{-j\frac{2\pi \cdot i \cdot k}{N}}) \} \quad (6)$$

$$b_i = S_i \cdot a_i \quad (7)$$

式中, b_i 为信号源经过第 i 通道到接收机的传输系数。

将式(6)代入式(2),可得

$$B'_m = b_m \left(1 + \frac{1}{b_m \cdot N} \sum_{k=0}^{N-1} \left[\sum_{i=0}^{N-1} \Delta a_i \cdot b_i \cdot e^{-j\frac{2\pi \cdot i \cdot k}{N}} \right] \cdot e^{j\frac{2\pi \cdot m \cdot k}{N}} + \frac{1}{b_m \cdot N} \sum_{k=0}^{N-1} \left[\sum_{i=0}^{N-1} (-j \cdot \Delta \theta(i, k) \cdot b_i \cdot e^{-j\frac{2\pi \cdot i \cdot k}{N}}) \right] \cdot e^{j\frac{2\pi \cdot m \cdot k}{N}} \right) = b_m + \epsilon_{\Delta a, m} + \epsilon_{\Delta \varphi, m} \quad (8)$$

式中, $\epsilon_{\Delta a, m}$ 为幅度误差带来的 m 通道的校准误差项, $\epsilon_{\Delta \varphi, m}$ 为相位误差带来的 m 通道的校准误差项。

3.1 幅度误差项

$$\begin{aligned} \epsilon_{\Delta a} &= \frac{1}{S_m \cdot N} \sum_{k=0}^{N-1} \left[\sum_{i=0}^{N-1} b_i \cdot \Delta a_i e^{-j\frac{2\pi \cdot i \cdot k}{N}} \right] \cdot e^{j\frac{2\pi \cdot m \cdot k}{N}} = \\ &= \frac{1}{S_m \cdot N} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{i=0}^{N-1} b_i \cdot \Delta a_i(i, k) \cdot e^{-j(\frac{2\pi \cdot i \cdot k}{N} - \frac{2\pi \cdot m \cdot k}{N})} = \\ &= \frac{1}{S_m \cdot N} \sum_{p=1}^{N^2} b_p \cdot \Delta a_p \cdot e^{-j \cdot \theta_p} \end{aligned} \quad (9)$$

设式(9)各个状态独立:

$$D(\epsilon_{\Delta a, m}) = \frac{1}{S_m^2 \cdot N^2} \sum_{i=1}^{N^2} D(b_i \cdot \Delta a_p \cdot e^{-j \cdot \theta_p}) = \frac{\sigma_{\Delta a}^2}{S_m^2 \cdot N} \cdot \sum_{i=1}^N b_i^2 \quad (10)$$

式中, $\sigma_{\Delta a}$ 为移相器幅度误差的均方差。

由复变量的方差定义^[4],得到校准变换后的方差为

$$D[B'_{\Delta a}(m)] \approx [\sigma_{\Delta a, a}^2(m) + \sigma_{\Delta a, \theta}^2(m)] \cdot a_m^2 \quad (11)$$

式中, $\sigma_{\Delta a, a}(m)$ 为幅度均方差, $\sigma_{\Delta a, \theta}(m)$ 为相位均方差。

令 $\sigma_{\Delta a, a}(m) = \sigma_{\Delta a, \theta}(m)$, 则有

$$\sigma_{\Delta a,a}(m)^2 = \sigma_{\Delta a,\theta}(m)^2 = \frac{\sigma^2}{2N \cdot b_m^2} \cdot \sum_{i=1}^N b_i^2$$

(12)

3.2 相位误差项

仿照幅度误差项的分析,可以得到相位误差项的方差为

$$D(\epsilon_{\Delta\theta,m}) = \frac{1}{S_m^2 \cdot N^2} \cdot \sum_{p=1}^{N^2} b_p \cdot \Delta\theta_p^2 =$$
$$\frac{1}{S_m^2 \cdot N^2} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} b_i^2 \cdot \sigma_\theta^2 =$$
$$\frac{\sigma_\theta^2}{S_m^2 \cdot N} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} b_i^2$$

(13)

同幅度误差项一样,可以得到

$$\sigma_{\Delta\theta,a}(m)^2 = \sigma_{\Delta\theta,\theta}(m)^2 = \frac{\sigma_\theta^2}{2N \cdot a_m^2} \cdot \sum_{i=1}^N a_i^2$$

(14)

其中, σ_θ 为各个通道在不同的移相状态下的相位均方差。由式(5)可得

$$\sigma_\theta^2 = \sigma_{\Delta\phi}^2 + \sigma_{\Delta\varphi}^2$$

(15)

数字式移相器采用离散的数字信号进行控制,其误差设为均匀分布,方差为

$$\sigma_{\Delta\varphi}^2 = (\frac{2\pi}{3 \cdot 2^N})^2$$

(16)

3.3 总误差

校准后的总的误差由通道各移相状态下的幅度误差引起的校准误差和各移相状态下的相位误差引起的校准误差构成。因此,可得

$$\sigma_a(m)^2 = \sigma_{\Delta a,a}(m)^2 + \sigma_{\Delta a,\theta}(m)^2$$

(17)

$$\sigma_\theta(m)^2 = \sigma_{\Delta\theta,a}(m)^2 + \sigma_{\Delta\theta,\theta}(m)^2$$

(18)

4 考虑相关性条件下的 FFT 校准

实际进行校准对式(1)进行配相时,由于相位存在周期性,所有可能的移相状态实际只有 $1/N$ 个状态。当 $N \leq 2^n$ (n 为移相器位数)时,配相状态数目少于移相器状态数目,这时式(15)的误差项可以不用考虑移相器的量化误差。

考虑 $N \leq 2^n$ 的情况下,所有的移相状态刚好等于 N 个,式(12)、(14)的合成项数为 N^2 个,由 FFT 知道,其中必然有部分相位状态为重复状态,由于移相器状态的重复误差可以认为很小,所以这些状态可以认为是相关项,其误差计算公式就不能直接采用式(10)和式(13),需要根据情况进行分别考虑。

决定校准过程的整个相位状态由式(1)决定,由于最终计算结果还要和式(2)共同起作用,由 DFT

性质可知,其中式(2)和式(1)合成后的相位组成的单位矢量,对应第 i 通道的相位为 0,对应其他通道的单位矢量之和为零。根据上述特点,在组合过程中,应分 3 种情况进行考虑:

(1)式(1)、(2)合成得到的通道 a_i 相对应的移相状态数目为 g_1 , a_i 相对应的项中没有相同的移相状态;

(2)式(1)、(2)合成得到的通道 a_i 相对应的移相状态数中有相等的状态数目为 $g_{2,h}$,且这些状态下合成矢量不等于 0;

(3)式(1)、(2)合成得到的通道 a_i 相对应的移相状态数中有相等的状态数目为 $g_{3,f}$,且这些状态下合成矢量等于 0。

根据上面 3 种情况,可以得到如下的修正系数:

$$d_i = g_i + \sum_h g_{2,h}^2 + 0 \cdot \sum_f g_{3,f}^2$$

(19)

$$\sigma'_{\Delta a,a}(m)^2 = \sigma'_{\Delta a,\theta}(m)^2 = \frac{\sigma^2}{2N^2 \cdot b_m^2} \cdot \sum_{i=1}^N d_i \cdot b_i^2$$

(20)

$$\sigma'_{\Delta\theta,a}(m)^2 = \sigma'_{\Delta\theta,\theta}(m)^2 = \frac{\sigma_\theta^2}{2N^2 \cdot b_m^2} \cdot \sum_{i=1}^N d_i \cdot b_i^2$$

(21)

当各个移相状态独立时, $d_i = N$, 式(20)、(21)和式(12)、(14)相同。因此,FFT 校准算法,由于移相器多种移相状态下的幅度和相位误差而导致的校准误差和三个方面因素有关系:第一个因素是移相器多种移相状态下的幅度和相位误差,第二个因素是各个耦合支路的耦合系数,第三个因素是被校准通道在 FFT 算法中的编号位置。

5 仿真验证

根据以上分析,考虑一个 8 元阵列天线,等幅度加权,TR 各种移相状态下的相位误差为 2.86° ,幅度误差为 0.42 dB,该误差与工程实际较接近。由式(19)可以得到修正系数如表 1 所示。

表 1 考虑相关性情况下 $n = 3$ 时的修正系数
Table 1 The calibration parameter when $n = 3$

端口号	d1	d2	d3	d4	d5	d6	d7	d8	$\sum d_i$
1	64	8	16	8	32	8	16	8	160
2	0	8	0	8	0	8	0	8	32
3	0	8	16	8	0	8	16	8	64
4	0	8	0	8	0	8	0	8	32
5	0	8	16	8	32	8	16	8	96
6	0	8	0	8	0	8	0	8	32
7	0	8	16	8	0	8	16	8	64
8	0	8	0	8	0	8	0	8	32

按照表 1 所列的修正系数代入式(20)、(21)进行计算可以得到在该条件下的理论校准误差,再用仿真的方法建立校准模型模拟校准过程和误差情况,得到仿真结果,计算 1 000 次并统计误差情况。理论结果和仿真结果见表 2,从表 2 可以看到仿真结果和理论结果吻合较好,说明该误差分析基本正确。由分析可以看到,FFT 方法用于校准时,天线单元在算法中的编号会影响其校准精度。因此,对于要求精度高的单元可以将其放在误差小的位置,要求较低的单元可以放置在误差相对较大的位置。同时由于移相状态下的误差对各个单元的校准是相互影响的,耦合通道的传输性能动态分布将对校准结果产生很大的影响。

表 2 $n = 3$ 时的理论计算误差与仿真误差对比情况

Table 2 The comparison between analysis and simulation results when $n = 3$

编号	理论幅度 误差/dB	幅度误差 /dB	理论相位 误差/(°)	相位误差 /(°)
1	0.66	0.69	4.53	4.56
2	0.30	0.31	2.03	2.02
3	0.42	0.42	2.86	2.83
4	0.30	0.30	2.03	2.06
5	0.52	0.51	3.51	3.45
6	0.30	0.31	2.03	2.06
7	0.42	0.42	2.86	2.85
8	0.30	0.30	2.03	2.12

由前面分析可以得到,当天线的幅度加权系数不同时,其误差情况也不一样。仿真了一个大动态幅度加权天线校准情况,其中移相器各种移相状态下的相位误差为 2.86°,幅度误差为 0.42 dB,第一个单元加权系数为 -20 dB,其他天线单元为等幅度加权。仿真得到第一个单元的幅度校准误差为 4.7 dB,相位误差为 42.8°。可以看出,在大的加权动态条件下,FFT 校准误差受移相器本身误差的影响,会产生很大的校准误差。在工程实际中,FFT 方法在应用大于 20 dB 的动态分布时,边缘单元其结果基本不收敛,与仿真结果一致。为了提高这种情况下校准精度,可以考虑采用两种方式进行改进。一种方法是采用支路平衡耦合馈电的方式,尽量使幅度分布均衡相等。另外一种方法是采用矢量平均校准方法^[10],减小移相器幅度相位误差对校准的影响,并且该方法对于各个被校准通道算法是一致的,不会产生 FFT 校准方法中编号不一样、误差大小不一样的情况。

通过仿真和分析可知,由于 FFT 各个移相状态下的相关性以及各个单元校准算法上的相互影响,导致了 FFT 校准精度受算法中的单元编号和耦合通道的传输性能动态分布影响,要提高校准精度,校准算法应避免各个单元的相互影响以减小耦合通道的传输性能动态分布的影响,同时各个单元的移相状态产生的误差应尽量随机而不相关,以减小由于相关在叠加时将误差放大。为了克服校准时以上的两个问题,仿照 FFT 的方式,但在配相时做到移相状态误差互不相关,各个单元移相误差互不影响,就可以得到一个新的校准算法——矢量平均校准算法^[10]。该算法移相器的移相状态误差对校准的影响就可以采用文献[11]中分析接收机噪声的类似方法。关于矢量平均校准算法的详细情况见文献[10]。

6 结 论

移相器的各个移相状态下的幅度和相位误差是影响 FFT 校准的一个重要误差来源,在考虑了各个状态的相关性的条件下,本文的分析和仿真表明,其误差可以较为准确地评估。从分析结论可以得到,由于 FFT 校准方法的特点,在大动态加权情况下(校准用的接收机发射的信号经过各个校准耦合回路回到接收机的接收端口的信号传输系数分布大于等于 20 dB),其校准误差将大到无法接受的程度。在此基础上提出的改进算法,即矢量平均算法,可以较好地减小以上误差,更适合工程上的应用。

参考文献:

[1] Kojima N, Shiramatsu K, Chiba I, et al. Measurement and evaluation techniques for an airborne active phased array antenna[C]//Proceedings of 1996 IEEE International Conference on Phased Array System and Technology. Boston, MA: IEEE, 1996: 231 - 236.

[2] Shnitkin H. Rapid fast fourier transform phase alignment of an electronically scanned antenna[C]//Proceedings of the 20th European Microwave Conference. Budapest, Hungary: IEEE, 1993: 247 - 251.

[3] 崔卫东, 钟华. 基于旋转矢量法的有源相控阵天线中场测量[J]. 现代电子技术, 2011, 34(15): 117 - 120.

CUI Wei-dong, ZHONG hua. Mid-field testing for active phased array antenna based on rotating-element electric-field vector[J]. Modern Electronics Technique, 2011, 34(15): 117 - 120. (in Chinese)

[4] 沈文亮, 杨忠, 陈建峰, 等. 一种新型相控阵天线校准技术[J]. 电子学报, 2011, 39(12): 2820 - 2823.

SHEN Wen-liang, YANG Zhong, CHEN Jian-feng, et al. A new calibration method of phased array antennas[J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(12): 2820 - 2823. (in Chinese)

- [5] 鲁加国,吴曼青,陈嗣乔,等. 基于 FFT 的相控阵雷达校准方法[J]. 电波科学学报,2000,15(2):221-224.
LU Jia-guo, WU Man-qing, CHEN Si-qiao, et al. A calibration method of phased array radar based on FFT[J]. Chinese Journal of Radio Science, 2000, 15(2): 221-224. (in Chinese)
- [6] 王玲玲, 方大纲. 运用遗传算法结合 FFT 进行多单元失效阵列校准[J]. 电波科学学报, 2005, 20(5): 561-565.
WANG Ling-ling, FANG Da-gang. Combination of genetic algorithm (GA) and fast Fourier transform (FFT) for array failure correction[J]. Chinese Journal of Radio Science, 2005, 20(5): 561-565. (in Chinese)
- [7] 邹永庆, 曹军, 李广忠. 基于 FFT 校正相控阵天线的角度选择[J]. 微波学报, 2003, 19(3): 10-13.
ZOU Yong-qing, CAO Jun, LI Guang-zhong. Angle selection based on FFT calibration for phased array antenna[J]. Journal of Microwave, 2003, 19(3): 10-13. (in Chinese)
- [8] 李磊, 汪伟, 冯文文. 酉矩阵在相控阵天线监测中的应用[J]. 雷达与对抗, 2009(4): 38-42.
LI Lei, WANG Wei, FENG Wen-wen. The application of unitary matrix in monitoring phased array antennas[J]. Radar and ECM, 2009(4): 38-42. (in Chinese)
- [9] 彭祥龙, 石星, 刘茁. 基于行波耦合馈线的相控阵幅相校正算法比较[M]//第十届全国雷达学术会议论文集. 北京: 国防工业出版社, 2008: 785-788.
PENG Xiang-long, SHI Xing, LIU Zhuo. Comparison of three algorithms used for phase and amplitude alignment based on traveling wave coupler line[M]//Proceedings of the 10th Radar Conference. Beijing: National Defense Industry Press, 2008: 785-788. (in Chinese)
- [10] 杨顺平. 基于矢量平均的相控阵天线校准方法[J]. 成都大学学报, 2013(1): 61-63.
YANG Shun-ping. A calibration method of phased array based on mean of vector[J]. Journal of Chengdu University, 2013(1): 61-63. (in Chinese)
- [11] 杨顺平, 张云, 温剑. 接收机噪声对行波馈电法校准误差影响分析[C]//2009 年全国天线年会. 成都: 中国电子学会, 2009: 778-780.
YANG Shun-ping, ZHANG Yun, WEN Jian. Phased array BIT error produced by receiver's noise [C]//Proceedings of 2009 Antenna Conference. Chengdu: Chinese Electronic Academy, 2009: 778-780. (in Chinese)

作者简介:



杨顺平(1976—),男,四川岳池人,1999 年于重庆大学获学士学位,2006 年于电子科技大学获硕士学位,主要研究方向为天线校准和天线测量技术。

YANG Shun-ping was born in Yuechi, Sichuan Province, in 1976. He received the B.S. degree from Chongqing University and the M. S. degree from University of Electronic Science and Technology of China in 1999 and 2006, respectively. He is now an engineer. His research concerns antenna measurement and calibration.

Email: blueysp@qq.com