doi:10.3969/j.issn.1001-893x.2013.01.009

均匀圆阵二维波达角估计的 Cramer-Rao 界*

苑小华**,郑 辉,余飞群

(盲信号处理重点实验室,成都 610041)

摘 要:均匀圆阵(UCA)是一种应用广泛的具有二位波达角估计能力的平面阵列。为了从理论上分析不同阵列参数下到达波方位角(AOA)、仰角估计精度,推导了均匀圆阵二维波达角估计的性能界,以此为基础分析了阵列孔径、阵元个数、快拍数以及来波仰角高低与到达角估计精度的关系,并通过对 UCA-MUSIC 算法计算机仿真验证了推导结果的正确性。研究结果为波达角估计类算法提供了可供参考的性能下界,圆阵设计时也不再需要大量的 Monte Carlo 仿真试验确定阵列参数,可直接从估计精度表达式中获得。

关键词:均匀圆阵;二维波达角估计;低仰角;Cramer-Rao 界

中图分类号:TN911 **文献标志码**:A **文章编号**:1001-893X(2013)01-0044-07

Cramer-Rao Bound for 2-D Angle Estimation with Uniform Circular Array(UCA)

YUAN Xiao-hua, ZHENG Hui, YU Fei-qun

(National Key Laboratory of Blind Signals Processing, Chengdu 610041, China)

Abstract: Uniform circular array(UCA) is a kind of widely used planar array which provides 2-D angle of arrival (AOA) estimation. In order to analyze the precision of this estimation under different array shape, the performance bound for 2-D angle estimation with uniform circular array is deduced and influence of array aperture, element number, snapshot and elevation angle on estimation accuracy is shown. Finally computer simulation of UCA-MUSIC algorithm is given to compare with the Cramer-Rao bound(CRB) derived. The conclusion provides a performance bound for AOA estimation algorithms and proposes a new method for UCA design instead of Monte Carlo simulations with large amount of calculation.

Key words: uniform circular array; 2-D angle of arrival estimation; low elevation angle; Cramer-Rao bound

1 引 言

均匀圆形阵列(Uniform Circular Array, UCA)是阵元均匀分布在一个圆周上的平面阵列,相比其他阵形具有很多优点,如无 180°方位模糊,分辨率与方向无关,可同时估计到达波的方位角和仰角等,因此均匀圆阵被广泛应用于各种测向系统中。当平面阵列的孔径受限时,均匀圆阵对到达波特别是低仰角到达波的仰角估计精度不足,因此大孔径均匀圆阵在仰角分辨能力上优势明显。

在阵列初始设计阶段,阵列孔径、阵元数、快拍数、信噪比等参数都会影响估计性能,通常的做法是通过 Monte Carlo 仿真取统计平均确定各参数的影响。当各参数的影响相互干扰时,需要大量的 Monte Carlo 仿真计算以确定最佳参数。而用到达角估计的性能下界代替计算机仿真可以大大简化计算量,

* 收稿日期:2012-08-17;修回日期:2012-10-23 Received date:2012-08-17;Revised date:2012-10-23
基金项目:国家自然科学基金资助项目(61001111)
Foundation Item:The National Natural Science Foundation of China(No. 61001111)
** 通讯作者:y_xiaohua@163.com **Corresponding author**:y_xiaohua@163.com

从而快速准确地实现阵列参数设计。

波达角估计算法的研究同样需要衡量算法性能优劣的统一参考标准。由于均匀圆阵的阵列流型不具有类似均匀线阵的 Vandermonde 阵列形式,使得许多基于均匀线阵的优良算法不能直接应用于均匀圆阵。Mathews[1]、Zoltowski[2]等将模式激励技术与高分辨算法相结合把圆阵的阵元空间变换到波束空间,使得许多均匀线阵的算法得以移植到圆阵上,如黄浩学等[3]基于模式空间变换提出仰角、方位角和多普勒频移的联合估计算法,张辉等[4]在模式空间变换的基础上提出通过矩阵束的广义特征值计算入射信号的方位角和俯仰角以减小了孔径损失并实现了自动配对。高书彦等[5]提出基于模式空间矩阵重构的空间谱估计算法比空间平滑类算法具有更好的性能。然而,Belloni 等[6]指出模式空间变换带来估计性能的损失,而上述大多数算法在性能仿真时并没有给出算法估计精度与估计下界的比较结果,无法横向比较各种算法的性能。

Stoicia 等[7]推导了基于阵列信号处理的一维方位角估计性能下界,即 Cramer-Rao 界(简记为 CRB)。Mathew 等[1]给出了基于无限长信号样本的二维波达角估计的 CRB 公式,但未给出详细的推导过程,也没有针对均匀圆阵得出相应结论。

本文借鉴文献[7]和文献[8]的证明思路,将其推广到均匀圆阵的二维波达角估计的 CRB,并分析了阵元孔径、阵元个数、信噪比、快拍数以及仰角高低与波达角估计精度的关系。最后通过计算机仿真将基于阵元空间 UCA-MUSIC 算法的波达角二维估计性能曲线与推导的 CRB 进行了比较,检验了其正确性。

符号说明:$\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}$ 为矩阵转置,$\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}$ 为矩阵共轭转置,$\boldsymbol{A}^{*}$ 为矩阵共轭,$\boldsymbol{A}^{-1}$ 为矩阵求逆,$\boldsymbol{A}\odot\boldsymbol{B}$ 为 Hardmard 积。

2 信号模型

如图 1 所示,设圆阵的 N 个阵元均匀分布在半径为 r 的圆周上,以圆周中心为原点如图建立球坐标系,阵元按逆时针方向排列,第 n 个阵元方向与 x 轴的夹角为 $\gamma_n=2\pi n/N$, $n=1,2,\cdots,N-1$。假设 D 个同信道窄带信号源 $s_i(t)(i=1,2,\cdots,D)$ 从远场入射,载波波长为 λ,第 i 个信号源的到达角为(ϕ_i,θ_i),$\phi\in[0,2\pi)$表示方向角,$\theta\in[0,\pi/2]$表示来波方向与 z 轴的夹角。定义到达波仰角 β 为到达波方向与在 xoy 平面投影的夹角,$\beta=\pi/2-\theta$。

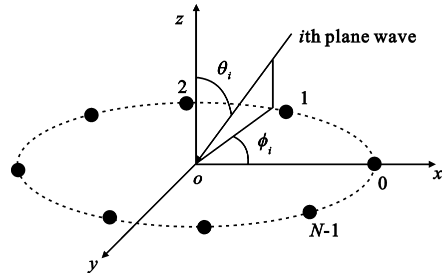


图 1 均匀圆阵的几何示意图

Fig.1 Geometry schematic diagram of UCA

阵列接收的数据矩阵可表示为[9]

$$\boldsymbol{x}(k)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{s}(k)+\boldsymbol{e}(k),k=1,2,\cdots,K$$

其中,K 为快拍数,$\boldsymbol{x}(k)=[x_1(k)\quad x_2(k)\quad\cdots\quad x_N(k)]^{\mathrm{T}}$ 为阵列输出矢量,$\boldsymbol{s}(k)=[s_1(k)\quad s_2(k)\quad\cdots\quad s_D(k)]^{\mathrm{T}}$ 为信号矢量,$\boldsymbol{e}(k)=[e_1(k)\quad e_2(k)\quad\cdots\quad e_N(k)]^{\mathrm{T}}$ 为加性高斯白噪声矢量,$\boldsymbol{A}=[\boldsymbol{a}_1\quad\boldsymbol{a}_2\quad\cdots\quad\boldsymbol{a}_D]$ 为阵列方向矩阵,其中

$$\boldsymbol{a}_i=\boldsymbol{a}(\xi_i,\phi_i)=\begin{bmatrix}e^{j\xi_i\cos(\phi_i-\gamma_0)}\\e^{j\xi_i\cos(\phi_i-\gamma_1)}\\\vdots\\e^{j\xi_i\cos(\phi_i-\gamma_{N-1})}\end{bmatrix}\tag{1}$$

$\xi_i=k_0r\sin(\theta_i)$,$\xi_i\in[0,k_0r]$,$k_0=2\pi/\lambda$。

二维波达角估计的过程就是从接收数据矩阵 $\boldsymbol{x}(k)$ 中估计出(ξ_i,ϕ_i)。

3 二维波达角估计的 Cramer-Rao 界

只考虑信号源是确定信号[8],且假设如下条件成立:阵元个数 N 大于信号个数 D;噪声为独立同分布的零均值复高斯白噪声,$E[e(t)e^{*}(t)]=\sigma I$ 且 $E[e(t)e^{\mathrm{T}}(t)]=0$。

参数 $\boldsymbol{\Theta}=[\Theta_1\quad\Theta_2\quad\cdots\quad\Theta_p]$ 的无偏估计量 $\hat{\boldsymbol{\Theta}}$ 的 Cramer-Rao 界由下式确定[10]:

$$\mathrm{var}(\hat{\boldsymbol{\Theta}}_i)\geqslant CRB(\boldsymbol{\Theta}_i)=[\boldsymbol{I}^{-1}(\boldsymbol{\Theta})]_{ii}\tag{2}$$

其中 $i=1,2,\cdots,p$;$j=1,2,\cdots,p$,且

$$\boldsymbol{I}(\boldsymbol{\Theta})=-E\left\{\frac{\partial}{\partial\boldsymbol{\Theta}}\left[\frac{\partial}{\partial\boldsymbol{\Theta}}\ln\boldsymbol{L}(\boldsymbol{x};\boldsymbol{\Theta})\right]^{\mathrm{T}}\right\}=$$

$$E\left\{\left[\frac{\partial}{\partial\boldsymbol{\Theta}}\ln\boldsymbol{L}(\boldsymbol{x};\boldsymbol{\Theta})\right]\left[\frac{\partial}{\partial\boldsymbol{\Theta}}\ln\boldsymbol{L}(\boldsymbol{x};\boldsymbol{\Theta})\right]^{\mathrm{T}}\right\}\tag{3}$$

$\boldsymbol{L}(\boldsymbol{x};\boldsymbol{\Theta})$是似然函数,由阵列输出的概率密度函数确定[11]:

$$L(\boldsymbol{x}(1),L,\boldsymbol{x}(\boldsymbol{K}))=\frac{1}{(2\pi)^{mK}(\sigma/2)^{mK}}\times \exp\left\{-\frac{1}{\sigma}\sum_{k=1}^{K}[\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}(k)-\boldsymbol{s}^{\mathrm{H}}(k)\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}][\boldsymbol{x}(k)-\boldsymbol{A}\boldsymbol{s}(k)]\right\} \tag{4}$$

将 $\boldsymbol{L}(\boldsymbol{x}(1),\cdots,\boldsymbol{x}(K))$简记为 $\boldsymbol{L}$,对上式取对数得

$$\ln\boldsymbol{L}=const-mK\ln\sigma-\frac{1}{\sigma}\sum_{t=1}^{K}[\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}(k)-\boldsymbol{s}^{\mathrm{H}}(k)\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}]\cdot[\boldsymbol{x}(k)-\boldsymbol{A}\boldsymbol{s}(k)] \tag{5}$$

令 $\{\bar{\boldsymbol{s}}(k)\triangleq\mathrm{Re}[\boldsymbol{s}(k)]\}$, $\{\tilde{\boldsymbol{s}}(k)\triangleq\mathrm{Im}[\boldsymbol{s}(k)]\}$, 将式(5)对 $\boldsymbol{\Theta}=[\sigma^{\mathrm{T}}\quad \bar{\boldsymbol{s}}^{\mathrm{T}}(k)\quad \tilde{\boldsymbol{s}}^{\mathrm{T}}(k)\quad \boldsymbol{\Phi}\quad \boldsymbol{\theta}]^{\mathrm{T}}$ 的各元素求偏导得

$$\frac{\partial\ln\boldsymbol{L}}{\partial\sigma}=-\frac{NK}{\sigma}+\frac{1}{\sigma^2}\sum_{k=1}^{K}\boldsymbol{e}^{\mathrm{H}}(k)\boldsymbol{e}(k)\in C^{1\times1} \tag{6}$$

$$\frac{\partial\ln\boldsymbol{L}}{\partial\bar{\boldsymbol{s}}(k)}=\frac{2}{\sigma}\mathrm{Re}[\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{e}(k)]\in C^{D\times1},k=1,2,\cdots,K \tag{7}$$

$$\frac{\partial\ln\boldsymbol{L}}{\partial\tilde{\boldsymbol{s}}(k)}=\frac{2}{\sigma}\mathrm{Im}[\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{e}(k)]\in C^{D\times1},k=1,2,\cdots,K \tag{8}$$

$$\frac{\partial\ln\boldsymbol{L}}{\partial\phi_i}=\frac{2}{\sigma}\sum_{k=1}^{K}\mathrm{Re}[s_i^{\mathrm{H}}(k)\boldsymbol{d}^{\mathrm{H}}(\phi_i)\boldsymbol{e}(k)]\in C^{1\times1} \tag{9}$$

其中,$\boldsymbol{d}(\phi_i)=\mathrm{d}\boldsymbol{a}_i/\mathrm{d}\phi_i$,上式扩展为矩阵形式:

$$\frac{\partial\ln\boldsymbol{L}}{\partial\boldsymbol{\Phi}}=\frac{2}{\sigma}\sum_{k=1}^{K}\mathrm{Re}[\boldsymbol{S}^{\mathrm{H}}(k)\boldsymbol{D}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\Phi})\boldsymbol{e}(k)]\in C^{D\times1} \tag{10}$$

其中,$\boldsymbol{D}(\boldsymbol{\Phi})=[\boldsymbol{d}(\phi_1),\cdots,\boldsymbol{d}(\phi_D)]\in C^{N\times D}$,信号采样矩阵 $\boldsymbol{S}(k)=\begin{bmatrix}s_1(k)&&\\&\ddots&\\&&s_D(k)\end{bmatrix}$。

$$\frac{\partial\ln\boldsymbol{L}}{\partial\theta_i}=\frac{2}{\sigma}\sum_{k=1}^{K}\mathrm{Re}[s_i^{\mathrm{H}}(k)\boldsymbol{d}^{\mathrm{H}}(\theta_i)\boldsymbol{e}(k)]\in C^{1\times1} \tag{11}$$

其中,$\boldsymbol{d}(\theta_i)=\mathrm{d}\boldsymbol{a}_i/\mathrm{d}\theta_i$,同样上式扩展为矩阵形式:

$$\frac{\partial\ln\boldsymbol{L}}{\partial\boldsymbol{\theta}}=\frac{2}{\sigma}\sum_{k=1}^{K}\mathrm{Re}[\boldsymbol{S}^{\mathrm{H}}(k)\boldsymbol{D}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{e}(k)]\in C^{D\times1} \tag{12}$$

其中,$\boldsymbol{D}(\boldsymbol{\theta})=[\boldsymbol{d}(\theta_1),\cdots,\boldsymbol{d}(\theta_D)]$。

应用文献[7]给出的定理:

R1:$E[e^*(t)e(t)e^*(s)e(s)]=\begin{cases}m^2\sigma^2, & \text{for } t\neq s\\ m(m+1)\sigma^2, & \text{for } t=s\end{cases}$

R2:$E[e^*(t)e(t)e^{\mathrm{T}}(s)]=0$ for all t and s

R3:$\mathrm{Re}(x)\mathrm{Re}(y^{\mathrm{T}})=\frac{1}{2}[\mathrm{Re}(xy^{T})+\mathrm{Re}(xy^*)]$

$\mathrm{Im}(x)\mathrm{Im}(y^{\mathrm{T}})=-\frac{1}{2}[\mathrm{Re}(xy^{\mathrm{T}})-\mathrm{Re}(xy^*)]$

$\mathrm{Re}(x)\mathrm{Im}(y^{T})=\frac{1}{2}[\mathrm{Im}(xy^{T})-\mathrm{Im}(xy^*)]$

R4:令 $\boldsymbol{H}$ 为非奇异的复矩阵,$\boldsymbol{G}$ 为 $\boldsymbol{H}$ 的逆矩阵,$\boldsymbol{G}=\boldsymbol{H}^{-1}$,则$\begin{bmatrix}\bar{\boldsymbol{H}}&-\tilde{\boldsymbol{H}}\\\tilde{\boldsymbol{H}}&\bar{\boldsymbol{H}}\end{bmatrix}^{-1}=\begin{bmatrix}\bar{\boldsymbol{G}}&-\tilde{\boldsymbol{G}}\\\tilde{\boldsymbol{G}}&\bar{\boldsymbol{G}}\end{bmatrix}$

定理 R1、R2、R3、R4 的证明参见文献[7]。

应用上述定理求二阶偏导的数学期望得:

$$E\left[\frac{\partial\ln\boldsymbol{L}}{\partial\sigma}\right]^2=\frac{NK}{\sigma^2} \tag{13}$$

由 R2 可知,$\frac{\partial\ln\boldsymbol{L}}{\partial\sigma}$与其他参量的偏导不相关。由假设 A2:$E[e(t)e^{\mathrm{T}}(t)]=0$,结合 R3 计算得到:

$$E\left\{\left[\frac{\partial\ln\boldsymbol{L}}{\partial\bar{\boldsymbol{x}}(k)}\right]\left[\frac{\partial\ln\boldsymbol{L}}{\partial\bar{\boldsymbol{x}}(p)}\right]^{\mathrm{T}}\right\}=\frac{2}{\sigma}\mathrm{Re}[\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}]\delta_{k,p} \tag{14}$$

$$E\left\{\left[\frac{\partial\ln\boldsymbol{L}}{\partial\tilde{\boldsymbol{x}}(k)}\right]\left[\frac{\partial\ln\boldsymbol{L}}{\partial\tilde{\boldsymbol{x}}(p)}\right]^{\mathrm{T}}\right\}=\frac{2}{\sigma}\mathrm{Re}[\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}]\delta_{k,p} \tag{15}$$

$$E\left\{\left[\frac{\partial\ln\boldsymbol{L}}{\partial\bar{\boldsymbol{x}}(k)}\right]\left[\frac{\partial\ln\boldsymbol{L}}{\partial\tilde{\boldsymbol{x}}(p)}\right]^{\mathrm{T}}\right\}=-\frac{2}{\sigma}\mathrm{Im}[\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}]\delta_{k,p} \tag{16}$$

$$E\left\{\left[\frac{\partial\ln\boldsymbol{L}}{\partial\tilde{\boldsymbol{x}}(k)}\right]\left[\frac{\partial\ln\boldsymbol{L}}{\partial\bar{\boldsymbol{x}}(p)}\right]^{\mathrm{T}}\right\}=\frac{2}{\sigma}\mathrm{Im}[\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}]\delta_{k,p} \tag{17}$$

$$E\left\{\left[\frac{\partial\ln\boldsymbol{L}}{\partial\bar{\boldsymbol{x}}(k)}\right]\left[\frac{\partial\ln\boldsymbol{L}}{\partial\boldsymbol{\Phi}}\right]^{\mathrm{T}}\right\}=\frac{2}{\sigma}\mathrm{Re}[\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{D}(\boldsymbol{\Phi})\boldsymbol{S}(\boldsymbol{k})] \tag{18}$$

$$E\left\{\left[\frac{\partial\ln\boldsymbol{L}}{\partial\tilde{\boldsymbol{x}}(k)}\right]\left[\frac{\partial\ln\boldsymbol{L}}{\partial\boldsymbol{\Phi}}\right]^{\mathrm{T}}\right\}=\frac{2}{\sigma}\mathrm{Im}[\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{D}(\boldsymbol{\Phi})\boldsymbol{S}(\boldsymbol{k})] \tag{19}$$

$$E\left\{\left[\frac{\partial\ln\boldsymbol{L}}{\partial\bar{\boldsymbol{x}}(k)}\right]\left[\frac{\partial\ln\boldsymbol{L}}{\partial\boldsymbol{\theta}}\right]^{\mathrm{T}}\right\}=\frac{2}{\sigma}\mathrm{Re}[\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{D}(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{S}(\boldsymbol{k})] \tag{20}$$

$$E\left\{\left[\frac{\partial\ln\boldsymbol{L}}{\partial\tilde{\boldsymbol{x}}(k)}\right]\left[\frac{\partial\ln\boldsymbol{L}}{\partial\boldsymbol{\theta}}\right]^{\mathrm{T}}\right\}=\frac{2}{\sigma}\mathrm{Im}[\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{D}(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{S}(\boldsymbol{k})] \tag{21}$$

$$E\left\{\left[\frac{\partial\ln\boldsymbol{L}}{\partial\boldsymbol{\Phi}}\right]\left[\frac{\partial\ln\boldsymbol{L}}{\partial\boldsymbol{\Phi}}\right]^{\mathrm{T}}\right\}=\frac{2}{\sigma}\sum_{k=1}^{K}\mathrm{Re}[\boldsymbol{S}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{k})\boldsymbol{D}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\Phi})\boldsymbol{D}(\boldsymbol{\Phi})\boldsymbol{S}(\boldsymbol{k})]=\boldsymbol{\Gamma} \tag{22}$$

$$E\left\{\left[\frac{\partial\ln\boldsymbol{L}}{\partial\boldsymbol{\Phi}}\right]\left[\frac{\partial\ln\boldsymbol{L}}{\partial\boldsymbol{\theta}}\right]^{\mathrm{T}}\right\}=\frac{2}{\sigma}\sum_{k=1}^{K}\mathrm{Re}[\boldsymbol{S}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{k})\boldsymbol{D}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\Phi})\boldsymbol{D}(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{S}(\boldsymbol{k})]=\boldsymbol{Y} \tag{23}$$

$$E\left\{\left[\frac{\partial\ln\boldsymbol{L}}{\partial\boldsymbol{\theta}}\right]\left[\frac{\partial\ln\boldsymbol{L}}{\partial\boldsymbol{\Phi}}\right]^{\mathrm{T}}\right\}=\frac{2}{\sigma}\sum_{k=1}^{K}\mathrm{Re}[\boldsymbol{S}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{k})\boldsymbol{D}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{D}(\boldsymbol{\Phi})\boldsymbol{S}(\boldsymbol{k})]=\boldsymbol{Y}^{\mathrm{H}} \tag{24}$$

$$E\left\{\left[\frac{\partial\ln\boldsymbol{L}}{\partial\boldsymbol{\theta}}\right]\left[\frac{\partial\ln\boldsymbol{L}}{\partial\boldsymbol{\theta}}\right]^{\mathrm{T}}\right\}=\frac{2}{\sigma}\sum_{k=1}^{K}\mathrm{Re}[\boldsymbol{S}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{k})\boldsymbol{D}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{D}(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{S}(\boldsymbol{k})]=\boldsymbol{\Psi} \tag{25}$$

由 $\boldsymbol{B}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}=(\boldsymbol{A}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}$,得 $E(\boldsymbol{B}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}})=[E(\boldsymbol{A}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}})]^{\mathrm{T}}$。

令 $\boldsymbol{H}=\frac{2}{\sigma}\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{G}=\boldsymbol{H}^{-1}$,

$$\Delta_k(\boldsymbol{\Phi})=\frac{2}{\sigma}\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{D}(\boldsymbol{\Phi})\boldsymbol{S}(\boldsymbol{k}),$$

$$\Delta_k(\boldsymbol{\theta})=\frac{2}{\sigma}\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{D}(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{S}(\boldsymbol{k}),$$

将式(13)～(25)代入式(3)得

$$\boldsymbol{I}(\boldsymbol{\Theta})=\begin{bmatrix}\boldsymbol{C} & \boldsymbol{U}\\ \boldsymbol{V} & \boldsymbol{D}\end{bmatrix} \tag{26}$$

其中，

$$\boldsymbol{C}=\begin{bmatrix}\mathrm{var}_{CR}^{-1}(\sigma) & & & & & 0\\ & \bar{\mathrm{H}} & -\tilde{\mathrm{H}} & & & \\ & \tilde{\mathrm{H}} & \bar{\mathrm{H}} & & & \\ 0 & & & \ddots & & \\ & & & & \bar{\mathrm{H}} & -\tilde{\mathrm{H}}\\ & & & & \tilde{\mathrm{H}} & \bar{\mathrm{H}}\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{U}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{0} & \boldsymbol{0}\\ \bar{\boldsymbol{\Delta}}_1(\boldsymbol{\Phi}) & \bar{\boldsymbol{\Delta}}_1(\boldsymbol{\theta})\\ \tilde{\boldsymbol{\Delta}}_1(\boldsymbol{\Phi}) & \tilde{\boldsymbol{\Delta}}_1(\boldsymbol{\theta})\\ \vdots & \vdots\\ \bar{\boldsymbol{\Delta}}_K(\boldsymbol{\Phi}) & \bar{\boldsymbol{\Delta}}_K(\boldsymbol{\theta})\\ \tilde{\boldsymbol{\Delta}}_K(\boldsymbol{\Phi}) & \tilde{\boldsymbol{\Delta}}_K(\boldsymbol{\theta})\end{bmatrix},\ \boldsymbol{V}=\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{D}=\begin{bmatrix}\Gamma & \Upsilon\\ \Upsilon^{\mathrm{H}} & \Psi\end{bmatrix}$$

根据矩阵求逆性质定理[12]：

$$\boldsymbol{I}^{-1}(\boldsymbol{\Theta})=\begin{bmatrix}\boldsymbol{C} & \boldsymbol{U}\\ \boldsymbol{V} & \boldsymbol{D}\end{bmatrix}^{-1}=$$

$$\begin{bmatrix}(\boldsymbol{C}-\boldsymbol{U}\boldsymbol{D}^{-1}\boldsymbol{V})^{-1} & -(\boldsymbol{V}-\boldsymbol{D}\boldsymbol{U}^{-1}\boldsymbol{C})^{-1}\\ (\boldsymbol{U}-\boldsymbol{C}\boldsymbol{V}^{-1}\boldsymbol{D})^{-1} & (\boldsymbol{D}-\boldsymbol{V}\boldsymbol{C}^{-1}\boldsymbol{U})^{-1}\end{bmatrix} \tag{27}$$

令 $\boldsymbol{E}=(\boldsymbol{D}-\boldsymbol{V}\boldsymbol{C}^{-1}\boldsymbol{U})^{-1}\in C^{2D\times 2D}$ 由式(2)得

$$\mathrm{var}(\hat{\phi}_i)\geqslant CRB(\phi_i)=\boldsymbol{E}_{ii},$$

$$\mathrm{var}(\hat{\theta}_i)\geqslant CRB(\theta_i)=\boldsymbol{E}_{D+i,D+i}$$

令 $\boldsymbol{G}=\boldsymbol{H}^{-1}$，根据定理 R4：

$$\begin{bmatrix}\bar{\boldsymbol{\Delta}}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\Phi}) & \tilde{\boldsymbol{\Delta}}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\Phi})\\ \bar{\boldsymbol{\Delta}}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\theta}) & \tilde{\boldsymbol{\Delta}}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\theta})\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\bar{\boldsymbol{H}} & -\tilde{\boldsymbol{H}}\\ \tilde{\boldsymbol{H}} & \bar{\boldsymbol{H}}\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}\bar{\boldsymbol{\Delta}}(\boldsymbol{\Phi}) & \bar{\boldsymbol{\Delta}}(\boldsymbol{\theta})\\ \tilde{\boldsymbol{\Delta}}(\boldsymbol{\Phi}) & \tilde{\boldsymbol{\Delta}}(\boldsymbol{\theta})\end{bmatrix}=$$

$$\begin{bmatrix}\mathrm{Re}[\boldsymbol{\Delta}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\Phi})\boldsymbol{G}\boldsymbol{\Delta}(\boldsymbol{\Phi})] & \mathrm{Re}[\boldsymbol{\Delta}^{H}(\boldsymbol{\Phi})\boldsymbol{G}\boldsymbol{\Delta}(\boldsymbol{\theta})]\\ \mathrm{Re}[\boldsymbol{\Delta}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{G}\boldsymbol{\Delta}(\boldsymbol{\Phi})] & \mathrm{Re}[\boldsymbol{\Delta}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{G}\boldsymbol{\Delta}(\boldsymbol{\theta})]\end{bmatrix} \tag{28}$$

$$\boldsymbol{V}\boldsymbol{C}^{-1}\boldsymbol{U}=$$

$$\begin{bmatrix}\sum_{k=1}^{K}\mathrm{Re}[\boldsymbol{\Delta}_k^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\Phi})\boldsymbol{G}\boldsymbol{\Delta}_k(\boldsymbol{\Phi})] & \sum_{k=1}^{K}\mathrm{Re}[\boldsymbol{\Delta}_k^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\Phi})\boldsymbol{G}\boldsymbol{\Delta}_k(\boldsymbol{\theta})]\\ \sum_{k=1}^{K}\mathrm{Re}[\boldsymbol{\Delta}_k^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{G}\boldsymbol{\Delta}_k(\boldsymbol{\Phi})] & \sum_{k=1}^{K}\mathrm{Re}[\boldsymbol{\Delta}_k^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{G}\boldsymbol{\Delta}_k(\boldsymbol{\theta})]\end{bmatrix} \tag{29}$$

令

$$\boldsymbol{E}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{C}' & \boldsymbol{U}'\\ \boldsymbol{V}' & \boldsymbol{D}'\end{bmatrix}^{-1} \tag{30}$$

其中 $\boldsymbol{C}'=\Gamma-\sum_{k=1}^{K}\mathrm{Re}[\boldsymbol{\Delta}_k^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\Phi})\boldsymbol{G}\boldsymbol{\Delta}_k(\boldsymbol{\Phi})]$，

$\boldsymbol{U}'=\Upsilon-\sum_{k=1}^{K}\mathrm{Re}[\boldsymbol{\Delta}_k^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\Phi})\boldsymbol{G}\boldsymbol{\Delta}_k(\boldsymbol{\theta})]$，

$\boldsymbol{V}'=\Upsilon^{\mathrm{H}}-\sum_{k=1}^{K}\mathrm{Re}[\boldsymbol{\Delta}_k^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{G}\boldsymbol{\Delta}_k(\boldsymbol{\Phi})]$，

$\boldsymbol{D}'=\Psi-\sum_{k=1}^{K}\mathrm{Re}[\boldsymbol{\Delta}_k^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{G}\boldsymbol{\Delta}_k(\boldsymbol{\theta})]$。

将式(22)～(25)代入上式得到任意阵形二维到达角估计的 CRB：

$$CRB(\phi_i)=\boldsymbol{E}_{ii},\ CRB(\theta_i)=\boldsymbol{E}_{D+i,D+i} \tag{31}$$

其中：

$$\boldsymbol{E}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{C}' & \boldsymbol{U}'\\ \boldsymbol{V}' & \boldsymbol{D}'\end{bmatrix}^{-1}$$

$$\boldsymbol{C}'=\frac{2}{\sigma}\sum_{k=1}^{K}\mathrm{Re}\{\boldsymbol{S}^{\mathrm{H}}(k)\boldsymbol{D}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\Phi})[\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}(\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}]\cdot \boldsymbol{D}(\boldsymbol{\Phi})\boldsymbol{S}(k)\}\in C^{D\times D}$$

$$\boldsymbol{D}'=\frac{2}{\sigma}\sum_{k=1}^{K}\mathrm{Re}\{\boldsymbol{S}^{\boldsymbol{H}}(\mathbf{k})\boldsymbol{D}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\theta})[\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}(\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}]\cdot \boldsymbol{D}(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{S}(k)\}\in C^{D\times D}$$

$$\boldsymbol{U}'=\frac{2}{\sigma}\sum_{k=1}^{K}\mathrm{Re}\{\boldsymbol{S}^{\mathrm{H}}(k)\boldsymbol{D}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\Phi})[\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}(\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}]\cdot \boldsymbol{D}(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{S}(k)\}\in C^{D\times D}$$

$$\boldsymbol{V}'=\frac{2}{\sigma}\sum_{k=1}^{K}\mathrm{Re}\{\boldsymbol{S}^{\mathrm{H}}(k)\boldsymbol{D}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\theta})[\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}(\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}]\cdot \boldsymbol{D}(\boldsymbol{\Phi})\boldsymbol{S}(k)\}\in C^{D\times D}$$

为了便于与文献[1]给出的公式进行比较，继续对式(30)进行化简。令

$$\boldsymbol{D}(\boldsymbol{\Phi},\boldsymbol{\theta})=[\boldsymbol{d}(\phi_1),\cdots,\boldsymbol{d}(\phi_D),\boldsymbol{d}(\theta_1),\cdots,\boldsymbol{d}(\theta_D)]\in C^{N\times 2D}$$

设 $\boldsymbol{T}=\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}(\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}$，$\boldsymbol{H}=\boldsymbol{D}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\Phi},\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{T}\boldsymbol{D}(\boldsymbol{\Phi},\boldsymbol{\theta})$，则

$$\boldsymbol{H}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{D}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\Phi})\boldsymbol{T}\boldsymbol{D}(\boldsymbol{\Phi}) & \boldsymbol{D}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\Phi})\boldsymbol{T}\boldsymbol{D}(\boldsymbol{\theta})\\ \boldsymbol{D}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{T}\boldsymbol{D}(\boldsymbol{\Phi}) & \boldsymbol{D}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{T}\boldsymbol{D}(\boldsymbol{\theta})\end{bmatrix} \tag{32}$$

定义

$$\boldsymbol{P}=E\{\boldsymbol{s}(t)\boldsymbol{s}^{\mathrm{H}}(t)\}=\lim_{K\to\infty}\frac{1}{N}\Big(\sum_{k=1}^{K}\boldsymbol{s}(k)\boldsymbol{s}^{\mathrm{H}}(k)\Big)\in C^{D\times D} \tag{33}$$

由于 $\boldsymbol{S}(k)$是对角矩阵，有

$$\boldsymbol{S}^{\mathrm{H}}(k)\boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{S}(k)=\boldsymbol{\Omega}\odot[\boldsymbol{s}(k)\boldsymbol{s}^{\mathrm{H}}(k)] \tag{34}$$

其中，$\boldsymbol{\Omega}\in C^{D\times D}$，则当 K 足够大时满足式(33)。

$$\sum_{k=1}^{K}\mathrm{Re}\{\boldsymbol{S}^{\mathrm{H}}(k)\boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{S}(k)\}=\mathrm{Re}\Big\{\boldsymbol{\Omega}\odot\sum_{k=1}^{K}\boldsymbol{s}(k)\boldsymbol{s}^{\mathrm{H}}(k)\Big\}=K\mathrm{Re}\{\boldsymbol{\Omega}\odot\boldsymbol{P}\} \tag{35}$$

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{C}' & \boldsymbol{U}'\\ \boldsymbol{V}' & \boldsymbol{D}'\end{bmatrix}=\frac{2K}{\sigma}\mathrm{Re}\left\{\begin{bmatrix}\boldsymbol{D}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\Phi})\boldsymbol{T}\boldsymbol{D}(\boldsymbol{\Phi}) & \boldsymbol{D}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\Phi})\boldsymbol{T}\boldsymbol{D}(\boldsymbol{\theta})\\ \boldsymbol{D}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{T}\boldsymbol{D}(\boldsymbol{\Phi}) & \boldsymbol{D}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{T}\boldsymbol{D}(\boldsymbol{\theta})\end{bmatrix}\odot\begin{bmatrix}\boldsymbol{P} & \boldsymbol{P}\\ \boldsymbol{P} & \boldsymbol{P}\end{bmatrix}\right\} \tag{36}$$

$$\boldsymbol{E}=\frac{\sigma}{2K}\left[\mathrm{Re}\left\{\boldsymbol{H}\odot\begin{bmatrix}\boldsymbol{P} & \boldsymbol{P}\\ \boldsymbol{P} & \boldsymbol{P}\end{bmatrix}\right\}\right]^{-1} \tag{37}$$

式(37)与文献[4]给出的公式(33)相同，因此文献[1]给出的 CRB 计算公式是 K 足够大时得到的，

而公式(31)是有限样本长度的 CRB。

4 均匀圆阵二维波达角估计精度

将均匀圆阵的流型矩阵表达式代入式(31)即得到均匀圆阵的 CRB 表达式。下面利用 CRB 研究均匀圆阵的二维波达角估计性能,假设辐射源的个数为 1,来波方向为(ϕ,β),这里通过数值计算的方式分析到达角估计的 CRB 随阵列孔径、阵元个数、快拍数以及来波仰角高低的变化关系。为了方便讨论这里不考虑模糊和天线互耦的影响。

(1)阵列孔径

阵元数为 20,到达波仰角 $\beta=5°$,信噪比为 10 dB,快拍数为 200。方位角和仰角的 CRB 随阵列孔径波长比(圆阵直径与波长的比)变化曲线如图 2 所示。

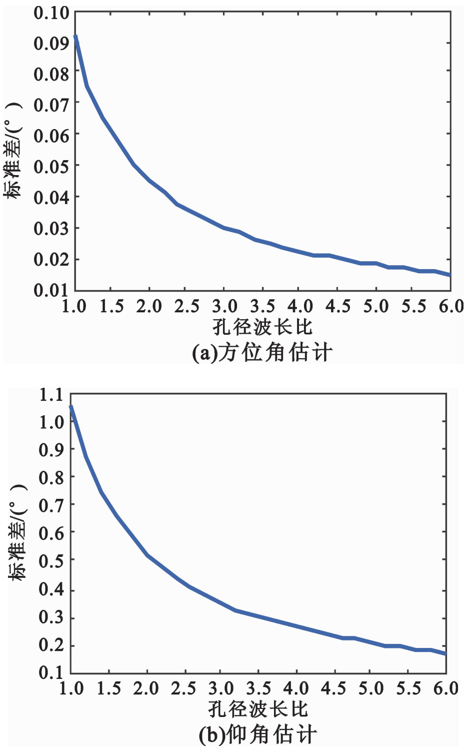


图 2 CRB 随阵列孔径波长比变化曲线

Fig.2 Curves of CRB versus aperture wavelength ratio

由图可见,随着阵列孔径增大方位角和仰角的估计精度明显提高,孔径对仰角估计精度影响大于对方位角的影响。

(2)阵元个数

阵列孔径波长比 $D/\lambda=4$,来波仰角 $\beta=5°$,信噪比为10 dB,快拍数为 200。方位角和仰角的 CRB 随阵元数变化曲线如图 3 所示。

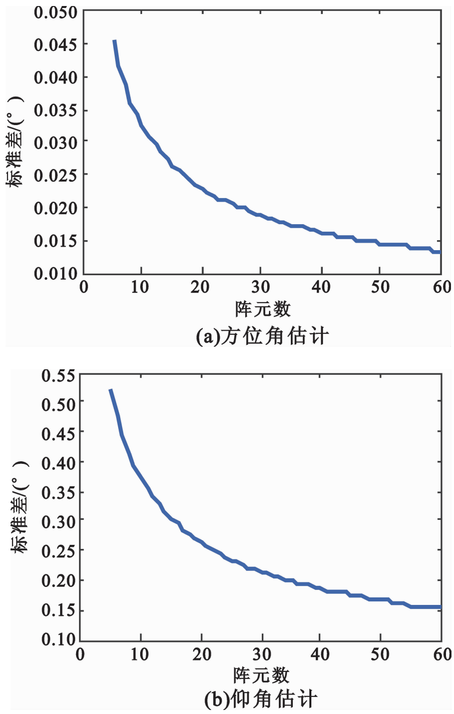


图 3 CRB 随阵元个数变化曲线

Fig.3 Curves of CRB versus array elements number

由图可见,随着阵元数变大方位角和仰角的估计精度明显提高。

(3)快拍数

阵列孔径波长比 $D/\lambda=4$,阵元数为 20,来波仰角 $\beta=5°$,信噪比为10 dB。方位角和仰角的 CRB 随快拍数变化曲线如图 4 所示。

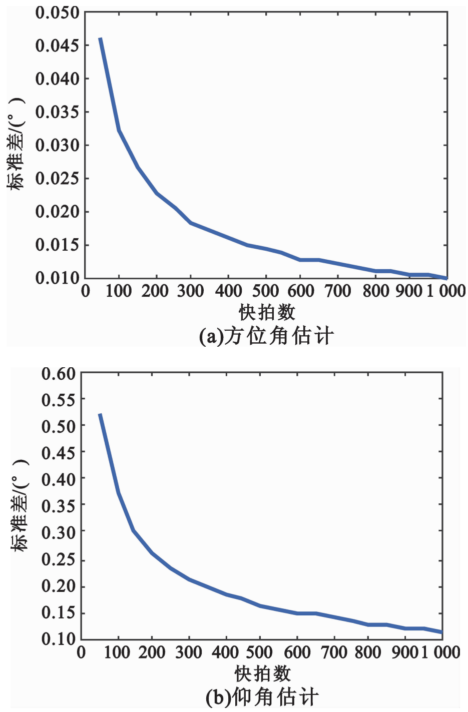


图 4 CRB 随快拍数变化曲线

Fig.4 Curves of CRB versus snapshot number

由图可见，随着阵元数变大方位角和仰角的估计精度提高。快拍数小于 500 时精度提高较快，快拍数大于 500 后精度提高变缓。

(4)仰角

阵列孔径波长比 $D/\lambda=4$，阵元数为 20，信噪比为10 dB，快拍数为 200。方位角和仰角的 CRB 随仰角变化曲线如图 5 所示。

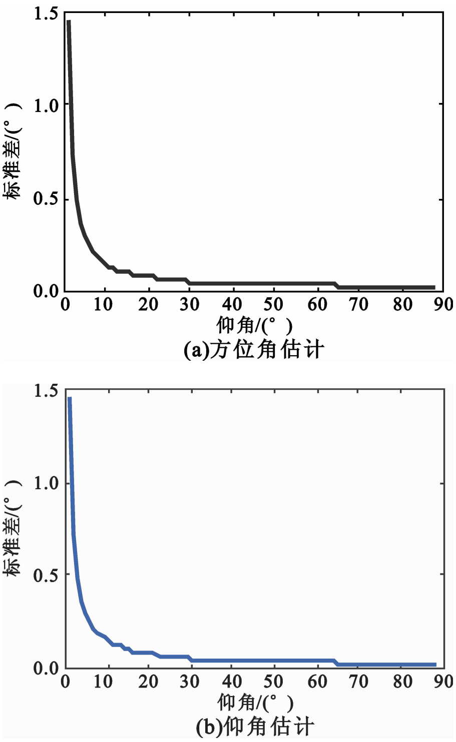


图 5　CRB 随来波仰角变化曲线

Fig.5 Curves of CRB versus elevation angle

由图可见，随着来波仰角增大，方位角估计精度降低而仰角估计精度提高。当仰角大于 70°时，方位角估计精度降低加速；当仰角小于 10°时，仰角估计精度降低加速。

5　计算机仿真

为了对 CRB 做进一步验证，对基于二维搜索的 UCA-MUSIC 算法进行 Monte Carlo 仿真，并将估计性能与 CRB 作了比较。阵列采用大孔径均匀圆阵，阵列孔径采用 $D/\lambda=2$、$D/\lambda=4$、$D/\lambda=8$ 三种，阵元数取 20，单信号源到达角$(\phi,\theta)=(270°,85°)$，噪声源取零均值加性高斯白噪声。UCA-MUSIC 算法谱估计公式为

$$P_{\mathrm{UCA-MUSIC}}=\frac{1}{\boldsymbol{a}^{\mathrm{H}}(\phi,\theta)\hat{\boldsymbol{U}}_N\hat{\boldsymbol{U}}_N^{\mathrm{H}}\boldsymbol{a}(\phi,\theta)}\tag{38}$$

其中，$\boldsymbol{a}(\phi,\theta)$的计算见式(1)，$\hat{\boldsymbol{U}}_N$ 是对接收信号的自相关矩阵作特征分解得到的噪声子空间特征向量矩阵[9]。对式(38)做二维搜索得到参数 ϕ 和 θ 的估计值。快拍数取 200，通过1 000次仿真实验的统计平均得到方位角和仰角估计的标准差随信噪比变化的曲线，如图 6 所示。

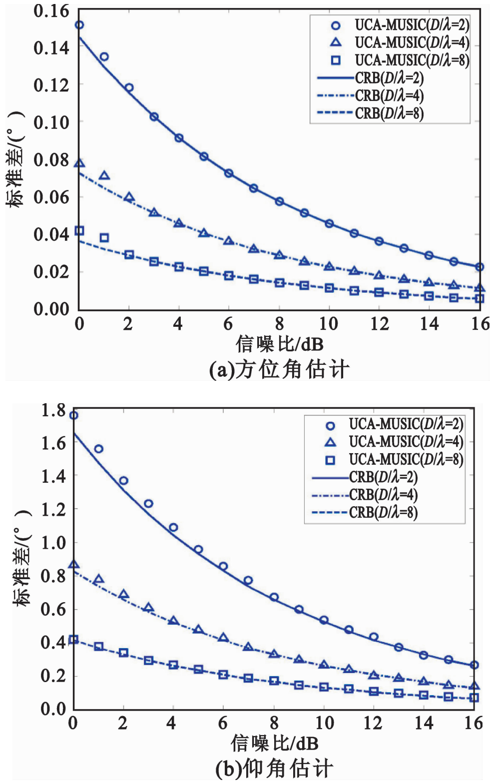


图 6　方位角和仰角估计误差随信噪比变换曲线

Fig.6 Curve of estimation error of azimuth and elevation angle versus SNR

仿真结果表明，UCA-MUSIC 算法方位角和仰角估计偏差略高于 CRB，随着信噪比的增加逐渐接近 CRB。对不同的圆阵孔径仿真比较的结果与由 CRB 计算得到的比较结果一致。

6　结　论

本文从阵列接收信号的概率密度函数出发，给出了均匀圆阵二维波达角估计 Cramer-Rao 界计算公式的详细推导过程，与文献[1]给出的结论形式一致，并以此为基础分析得出结论：方位角和仰角估计精度随阵列孔径、阵元数、快拍数和信噪比的增加单调递减，仰角低于 10°时仰角估计精度下降迅速，仰角高于 70°时方位角估计精度下降速度快。UCA-MUSIC 算法的 Monte-Carlo 仿真结果与推导得到的 CRB 进行了比较，UCA-MUSIC 的估计误差曲线略高于 CRB 且随着信噪比增加逐渐趋近 CRB。本文推

导得到的 CRB 不仅为波达角估计类算法提供了可供参考的性能下界,圆阵设计时确定阵列参数可直接利用 CRB 公式计算,不再需要大量的 Monte Carlo 仿真试验获得。

参考文献:

[1] Mathews C P,Zoltowski M D. Eigenstructer techniques for 2 – D angle estimation with uniform circular arrays[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1994, 42(9), 2395 – 2407.

[2] Zoltowski M D, Wong K T. ESPRIT-based 2 – d direction finding with a sparse uniform array of electromagnetic vector vensors[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2000, 48(8):2195 – 2204.

[3] 黄浩学,吴嗣亮.基于均匀圆阵的信号源 DOA 和多普勒频率估计算法[J].电子学报,2001(5):619 – 621.
HUANG Hao-xue, WU Si-liang. An Algorithm for Estimating DOA and Doppler frequency of Signals Incident on Uniform Circular Array[J]. Acta Electronic Sinica, 2001(5):619 – 621.(in Chinese)

[4] 张辉,李晓明,葛临东,等.基于均匀圆阵的空时二维波达方向估计算法[J].信号处理,2008, 24(5):767 – 769.
ZHANG Hui, LI Xiao-ming, GE Lin-dong. Space-time 2 – D DOA Estimation Algorithm Based on Uniform Circular Array[J]. Signal Processing, 2008,24(5):767 – 769.(in Chinese)

[5] 高书彦,陈辉,王永良,等.基于均匀圆阵的模式空间矩阵重构算法[J].电子与信息学报,2007, 29(12):2833 – 2835.
GAO Shu-yan, CHEN Hui, WANG Yong-liang. The MODE-TOEP Algorithm Based on Uniform Circular Array[J]. Journal of Electronics&Information Technology, 2007, 29(12): 2833 – 2835.(in Chinese)

[6] Belloni F, Koivunen V. Beamspace transform for UCA: error analysis and bias reduction[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(8):3078 – 3089.

[7] Stoica P, Nehorai A. MUSIC, maximum likelihood, and Cramer-Rao bound[J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Precessing, 1989,37(5):720 – 741.

[8] Stoica P, Nehorai A. Performance study of conditional and unconditional direction-of-arrival estimation[J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Precessing, 1990, 38(10):1783 – 1795.

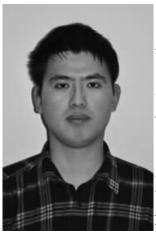
[9] 王永良,陈辉.空间谱估计理论与算法[M].北京:清华大学出版社,2004.
WANG Yong-liang, CHEN Hui. Spatial Spectrum Estimation Theory and Algorithm[M]. Beijing: Tsinghua University Press,2004.(in Chinese)

[10] Key S M.统计信号处理基础[M]. 罗鹏飞,张文明,译.北京:电子工业出版社,2011:36 – 38.
Key S M. Fundamentals of Statistical Signal Processing[M]. Translated by LUO Peng-fei, ZHANG Wen-ming. Beijing: Publishing House of Electronic Industry, 2011: 36 – 38.(in Chinese)

[11] 叶中付.统计信号处理[M].合肥:中国科学技术大学出版社,2009:254 – 256.
YE Zhong-fu. Statistical Signal Processing[M]. Hefei: University of Science & Technology of China Press, 2009: 254 – 256.(in Chinese)

[12] 张贤达.矩阵分析与应用[M].北京:清华大学出版社,2004.
ZHANG Xian-da. Matrix Analysis and Applications[M]. Beijng: Springer Press, 2004.(in Chinese)

作者简介:



苑小华(1982—),男,河北沧州人,2007 年于盲信号处理重点实验室获硕士学位,现为工程师、博士研究生,主要研究方向为阵列信号处理;

YUAN Xiao-hua was born in Cangzhou, Hebei Province, in 1982. He received the M.S. degree from National Key Laboratory of Blind Signals Processing in 2007. He is now an engineer and currently working toward the Ph.D. degree. His research direction is array signal processing.

Email: y_xiaohua@163.com

郑　辉(1957—),男,重庆人,1982 年于东南大学获学士学位,现为高级工程师、博士生导师,主要研究方向盲信号处理;

ZHENG Hui was born in Chongqing, in 1957. He received the B.S. degree from Southeast University in 1982. He is now a senior engineer and also the Ph. D. supervisor. His research concerns blind signals processing.

余飞群(1982—),男,湖北黄梅人,2007 年于盲信号处理重点实验室获硕士学位,现为工程师、博士研究生,主要研究方向为空间波束合成。

YU Fei-qun was born in Huangmei, Hubei Province, in 1982. He received the M.S. degree from National Key Laboratory of Blind Signals Processing in 2007. He is now an engineer and currently working toward the Ph.D. degree. His research direction is antenna and propagation.