

doi:10.3969/j.issn.1001-893x.2013.01.008

基于最大似然频率精细估计的载波捕获算法*

王 乐^{1,2,**}, 王竹刚¹, 熊蔚明¹

(1. 中国科学院 空间科学与应用研究中心, 北京 100190; 2. 中国科学院 研究生院, 北京 100190)

摘 要:深空通信中, 星上对载波的主动捕获主要利用频率估计的方法。在实际载波捕获电路中, 精确的频率估计值导入锁相环, 使得锁相环捕获带余量充足。在锁相环带宽一定的情况下, 估计精度的提高可以减少 FFT 实现点数。在 FFT 频率粗估计的基础上, 通过频率精细估计算法可提高估计精度。为获得估计精度更高的频率精细估计算法, 利用最大似然泛函不变性推导了频率精细估计的最大似然算法。载噪比在 5 dB 时, 估计精度可以提高到 FFT 分辨率的 10^{-4} 。仿真结果表明, 该算法估计性能优于其他频率精细估计算法。

关键词:深空通信; 最大似然频率精细估计; 载波捕获; 相位最大似然估计; 泛函不变性
中图分类号: TN911 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-893X(2013)01-0039-05

High-accurate Carrier Acquisition Based on Maximum Likelihood Estimation of Refined Frequency

WANG Le^{1,2}, WANG Zhu-gang¹, XIONG Wei-ming¹

(1. Center for Space Science and Applied Research, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China;
2. Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract: The carrier initiative acquisition on board is mainly based on the frequency estimation in deep space communications. With the aid of data, the estimator performs well at low Signal-to-Noise Ratio(SNR). In the design of carrier acquisition, the accurate estimation of frequency aids the Phase Locked Loop(PLL). If the acquisition bandwidth of PLL is fixed, accurate estimation value helps to decrease Fast Fourier Transform(FFT) size. The refined estimation after FFT coarse estimation is applied to improve estimation accuracy. In order to achieve higher estimation accuracy, a Maximum Likelihood(ML) algorithm of refined estimation is derived via functional invariance. The estimation accuracy can achieve 10^{-4} when SNR is 5 dB. The simulation results present that the proposed algorithm outperforms other algorithms.

Key words: deep space communication; ML accurate estimation; carrier acquisition; ML estimation of phase; functional invariance

1 引言

由于深空通信距离远, 信号到达接收端时已十分微弱, 对通信系统的捕获是一个巨大的挑战, 且深空通信的信号具有多普勒动态范围大、变化率高等特点, 更是增大了捕获的难度。随着数字中频接收

机硬件处理能力的提高, 星上设备可以主动捕获载波。目前主动捕获方式有两种: 一种通过锁频环, 将频率牵引至锁相环的捕获带宽内; 另一种是通过 FFT 估计频率, 并导入锁相环完成捕获。在深空环境下, 信噪比较低, FFT 本身是频率的最大似然估计的离散实现形式^[1], 具有最佳的抗噪性能。文献[2]

* 收稿日期: 2012-06-11; 修回日期: 2012-08-20 Received date: 2012-06-11; Revised date: 2012-08-20

基金项目: 国家高技术研究发展计划(863 计划)项目(2011AA7014053)

Fundation Item: The National High-tech R&D Program(863 Program) of China(2011AA7014053)

** 通讯作者: wangle@nssc.ac.cn Corresponding author: wangle@nssc.ac.cn

中, NASA 利用 FFT 加上自适应滤波, 已经应用于实际的火星任务中。

FFT 存在频率估计值离散、截断频谱泄露等问题, 影响了估计的精度, 使得频率的精细估计成为了频率估计算法研究的重要领域。文献[3-4]对目前较为常见的基于 FFT 频率精细估计算法进行了介绍和比较。根据精确估计所利用的信息, 笔者将这些算法可分为两大类: 一类是利用 FFT 输出的幅度信息, 另一类是利用 FFT 输出的实部信息。Rife-Jane 方法^[5]利用幅度最大谱线以及其两边的谱线估计频率, 该方法的特点是插值算法简单, 易于实现, 但在有噪声情况下由于两边谱线的错误, 将会使得噪声频率插值方向相反, 引起较大的频率估计误差。Grandke 方法^[6]在 Rife-Jane 方法基础上增加 Hanning 窗, 使主瓣变宽, 主瓣出现多条谱线, 使得位于最大值两侧的谱线更易区分, 更好地克服了插值方向错误的问题, 极大地提高了估计精度。Vogelede 方法的基本思想是利用 FFT 输出的峰值以及相邻的两个频点的幅值, 拟合出一条二次曲线逼近原插值函数, 然后通过求二次函数即抛物线的最大值求解精确频率。文献[7]给出了 Vogelede 方法的原理, 并以方形窗函数和升余弦的带限信号作为验证。由于算法本身是通过曲线的二次曲线拟合, 估计误差较大, 在有噪声的情况下估计精度不高。三线幅度法^[8]利用 FFT 最大输出谱线两边的谱线幅度进行频偏估计, 具有较高的抗噪性能, 在无噪声情况下对频偏达到无偏的拟合效果, 算法结构简单, 实现简便。需要注意的是, 当无频偏时, 即 FFT 的粗估计输出恰好为实际估计频率时, 两条边频的值较小, 受噪声影响较大, 导致估计性能下降。以上几种方法均属于第一类。Quinn 方法是利用 FFT 输出的次大频点和最大频点复数值之比进行频率插值的方法^[9]。Jacobsen 方法和 Vogelede 方法结构上相似, 都是搜索幅度最大值和相邻的两个频点。Jacobsen 方法利用的是 3 个频点复输出的实部进行频偏的插值估计。文献[10]通过对 FFT 的输出表达式做泰勒级数展开, 给出了 Jacobsen 方法的理论依据, 并对原方法进行了误差校正。Jacobsen 对原方法也进行了深入的研究, 通过仿真分析了不同窗函数下的 Jacobsen 方法的性能表现, 归纳出了各种窗函数下对估计算法的系数修正, 进一步提高了估计的精度。Quinn 方法和 Jacobsen 方法均属于第二类, 第二类方法抗噪性能都要优于第一类。

本文在现有的 FFT 载波捕获基础上, 通过 FFT 峰值输出的瞬时相位表达式, 推导了频率精确估计的最大似然算法, 并提出了可行的实现结构。在突发数据通信模式下, 精确的频率估计结果可以直接用于后续解调电路, 以达到快速捕获的目的^[8]。

2 FFT 频偏 δ 的最大似然估计

对于正弦波信号 $s(n) = A \cos(un + \varphi)$, 其频率 w 和 φ 的估计是非线性估计。考虑在加性白噪声信道中, 两个参数的最大似然估计分别为^[1]

$$\hat{w}_{\text{ML}} = \max_w |Y(w)| \quad (1)$$

$$\hat{\varphi}_{\text{ML}} = -\varphi_Y(w) \quad (2)$$

其中:

$$Y(w) = \sum_{n=0}^{N-1} s(n) e^{-jwn} = |Y(w)| e^{j\varphi_Y(w)} \quad (3)$$

由上式可以看出, 相位的最大似然估计值恰好是离散傅里叶变换的相位值。

对于残留载波信号和数据辅助下的抑制载波信号, 其捕获的对象都可以等效为单音信号, 其解析表达式为

$$z(n) = A e^{j(w_d n + \varphi)} + q(n) \quad (4)$$

式中, A 为信号幅度, w_d 为载波多普勒频偏, φ 为初始相位, $q(n)$ 为复加性高斯白噪声序列。不考虑噪声项, 对采样到的 $2N$ 的信号做 N 点 FFT, 得到两组结果 $X_1(k)$ 和 $X_2(k)$, 其表达式为

$$X_1(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi kn/N} = C e^{j[(N-1)(w_d - 2\pi k/N)/2 + \varphi]} \quad (5)$$

$$X_2(k) = \sum_{n=N}^{2N-1} x(n) e^{-j2\pi kn/N} = e^{j[N(w_d - 2\pi k/N) + \varphi]} X_1(k) \quad (6)$$

其中, $C = \frac{\sin[N(w_d - 2\pi k/N)/2]}{\sin[(w_d - 2\pi k/N)/2]}$ 。

由式(2)可得

$$\hat{\varphi}_1(k) = -\arg[X_1(k)] = -(N-1)(w_d - 2\pi k/N)/2 - \varphi \quad (7)$$

$$\hat{\varphi}_2(k) = -\arg[X_2(k)] = -[N(w_d - 2\pi k/N) + (N-1)(w_d - 2\pi k/N)/2] - \varphi \quad (8)$$

所以

$$\Delta\varphi(k) = \hat{\varphi}_1(k) - \hat{\varphi}_2(k) = N(w_d - 2\pi k/N) \quad (9)$$

利用 FFT 对实际频率估计是带有估计误差 δ , 所以

$$w_d = \frac{2\pi}{N}(k_0 + \delta)$$

其中, k_0 是最大谱线的频点。

代回式(9)得

$$\Delta\varphi(k_0) = N\left[\frac{2\pi}{N}(k_0 + \delta) - \frac{2\pi}{N}k_0\right] = 2\pi\delta \quad (10)$$

可得

$$\hat{\delta} = \frac{\Delta\varphi(k_0)}{2\pi} \quad (11)$$

从算法的表达式可以看出,FFT 输出的最大谱线的相位包含 δ 的信息。根据最大似然估计泛函不变性,若 $\hat{\theta}$ 是 θ 的最大似然估计,那么 $\alpha = g(\theta)$ 的最大似然估计是 $\hat{\alpha} = g(\hat{\theta})$ ^[11]。由此可得,式(11)是 δ 的最大似然估计。

FFT 输出实部和虚部的概率分布均满足高斯分布,两者的和差及比值仍属于对称分布。FFT 的幅度值由于进行了平方运算,其平方的分布是非中心的 χ^2 分布,属于非对称分布。在低信噪比下,一次 FFT 的输出结果往往不能直接作为频率估计的结果,而是要进行一定量的非相关累积。对于对称分布,多次累积的结果不会改变其期望,而且随着累积次数的增加其方差呈平方次衰减。对于非对称分布,期望值与多次累积的次数相关,从而使得累积后的结果出现偏差,同时方差也无改善。本文算法的估计量为对称分布,通过多次累积,能够进一步提高估计精度。

3 最大似然算法模型

算法主要由两部分组成,首先是利用有限点数的 FFT 对频率的粗估计,然后是频率的精细估计。整个频率估计算法的实现结构如图 1 所示。

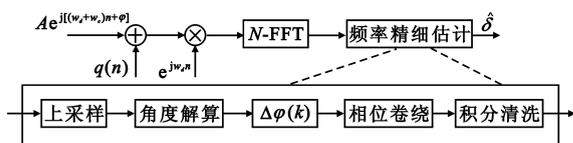


图 1 最大似然算法模型

Fig.1 Block diagram of the proposed algorithm

经过 FFT 获得最大频点值的复输出。上采样主要用于解决当实际的 δ 靠近 0.5 时,在有噪声时其相位渐变性能差的问题。角度解算利用反正切函数实现,其输出的波形在无噪声下是锯齿波,相位差的输出在锯齿波跳变沿处出现冲激,使得估计值偏离了实际值,如图 2 所示。

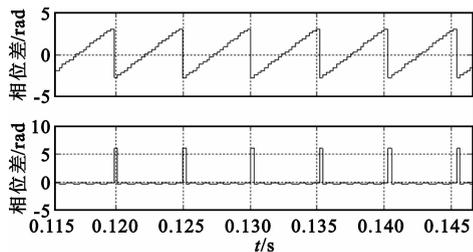


图 2 相位及相位差输出波形

Fig.2 Waveforms comparison between phase and phase difference

相位卷绕保证了角度分布在 $[-\pi, \pi]$, 相位卷绕方法如下式所示:

$$\hat{\varphi}(n) = \begin{cases} \varphi(n) - 2\pi, & \varphi(n) \geq \pi \\ \varphi(n), & -\pi \leq \varphi(n) < \pi \\ \varphi(n) + 2\pi, & \varphi(n) \leq -\pi \end{cases} \quad (12)$$

积分清洗使得输出估计值平滑,并保证了 FFT 原有的输出带宽。

4 算法性能比较

仿真中采用 FFT 点数 N 为 1 024, 累加数据 L 为 16。文献[3-4]利用仿真证明了性能最优的估计算法 Jacobsen 算法。在文献[8]中的三线法也具有较高精度。下面用本文的方法和 Jacobsen 方法以及三线法进行比较。理论性能下界为^[12]

$$CRB = \frac{3}{2\pi^2 L^3} \frac{1}{E_s/N_0} \quad (13)$$

本文算法与三线法、Jacobsen 方法的估计性能比较如图 3 所示。

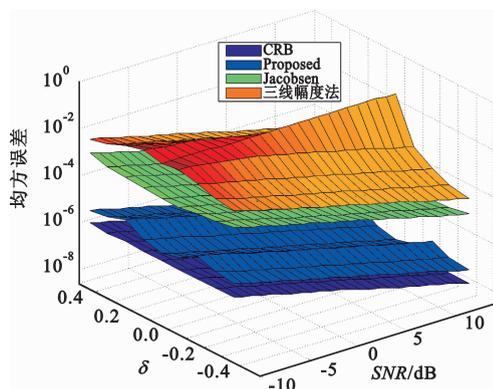


图 3 本文算法与三线法、Jacobsen 方法性能比较

Fig.3 Performance comparison between three-line algorithm, Jacobsen algorithm and the proposed algorithm

由图 3 可以看出,本文算法在性能上有较好的表现,在相同的信噪比下,优于三线幅度法和 Jacobsen 方法,接近理论 CRB。同时,三线幅度法所利用

的边谱线在频偏为 0 时幅值较小,所以受噪声的影响较大,在各信噪比下,估计误差也较大。

在极低信噪比下,算法性能随着数据累加数的提高变化曲线由图 4 所示。

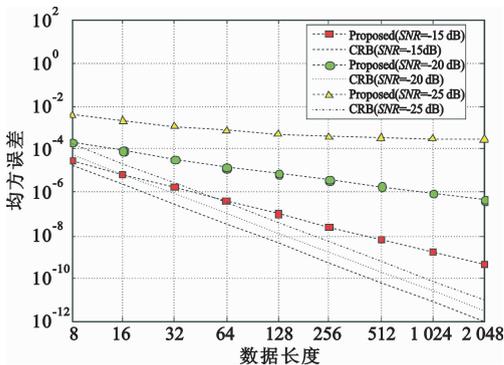


图 4 本文算法随数据长度增加性能变化曲线
Fig.4 Performance versus length of data

由图 4 可以看出,本文随着数据累加长度的增加,估计精度有所改善,这也是对结果进行非相关累加的结果。在信噪比为 -25 dB 的情况下,增加非相关累加长度不能达到有效抑制噪声的效果。

利用 Matlab 中的 System Generator 工具搭建本算法的硬件仿真模型,其中使用 Cordic 模块实现相角计算。Cordic 算法模块在实现 arctan 函数的运算时,迭代次数 i 决定了 Cordic 算法对 arctan 函数的逼近程度, i 的值越大,相应逼近程度越高。图 5 给出了不同迭代次数下的算法实现与理论模型下的算法性能比较。

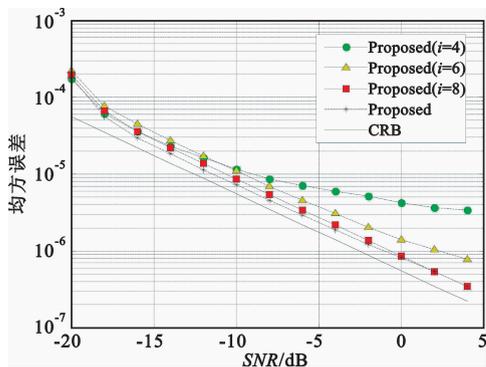


图 5 算法硬件实现与浮点仿真模型的性能比较
Fig.5 Performance comparison between fixed-point implementation model and float-point model (approximately ideal)

从图 5 可以看出,算法在迭代次数 i 为 8 时,性能与浮点精度仿真模型已经非常接近。随着迭代次数的下降,性能也随之下落。应根据不同应用背景和硬件平台的状况,选择合适的迭代次数。

5 结束语

基于 FFT 的频率估计算法是经典的估计课题,在克服 FFT 截断所引起的泄露及离散估计值的精细估计算法也有诸多的研究方向。本文在查阅了基于 FFT 频率精确估计算法相关文献的基础上,分析了影响估计性能的两个设计方面。首先,对于频偏估计尚未给出最大似然估计表达式,即各类算法的设计并未以最大似然估计的求解为出发点;其次,估计算法的分布为对称分布时的抗噪性能要优于非对称分布。鉴于以上两个方面,作者通过相位信息的最大似然估计表达式,推导出频偏估计值,且估计结果为对称分布。仿真结果证明,在高信噪比和低信噪比下均有良好的性能。

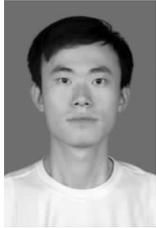
参考文献:

- [1] 沈凤麟,叶中付,钱玉美. 信号统计分析处理[M]. 合肥:中国科技大学出版社,2001:382-383.
SHEN Feng-lin, YE Zhong-fu, QIAN Yu-mei. Statistical Signal Analysis and Processing[M]. Hefei: University of Science and Technology of China Press,2001:382-383. (in Chinese)
- [2] Lopes C G, Satorius E H, Estabrook P, et al. Adaptive Carrier Tracking for Mars to Earth Communications During Entry, Descent, and Landing[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2010,46(4):1865-1879.
- [3] 柏林,董鹏飞,刘小峰,等. 比值法的频率估计精度分析[J]. 重庆大学学报,2010,33(10):7-13.
BO Lin, DONG Peng-fei, LIU Xiao-feng, et al. Accuracy analysis for frequency estimation of magnitude ratio method [J]. Journal of Chongqing University, 2010,33(10):7-13. (in Chinese)
- [4] Jacobsen E, Kootsookos P. Fast, accurate frequency estimators [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2007,24(3):123-125.
- [5] Jain V K, Collins W L, Davis D C. High-accuracy analog measurements via interpolated FFT[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 1979,28(2):113-122.
- [6] Grandke T. Interpolation algorithms for discrete fourier-transforms of weighted signals[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 1983,32(2):350-355.
- [7] Voglewede P. Parabola approximation for peak determination [J]. Global DSP Magazine, 2004,3(5):13-17.
- [8] 龚超,张邦宁,郭道省. 基于 FFT 的快速高精度载波参数联合估计算法[J]. 电子学报,2010,38(4):766-770.
GONG Chao, ZHANG Bang-ning, GUO Dao-xing. A Quick and Accurate Union Carrier Parameter Estimation Algorithm Based on FFT[J]. Chinese Journal of Electronics, 2010,38(4):766-770. (in Chinese)
- [9] Quinn B G. Frequency estimation using tapered data[C]// Proceedings of the 31st IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. Toulouse, France: IEEE, 2006:73-76.
- [10] Candan C. A Method For Fine Resolution Frequency Esti-

mation From Three DFT Samples[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2011, 18(6): 351 – 354.

- [11] Casella G, Berger R L. Statistical inference[M]. Duxbury: Duxbury Press, 2001: 320 – 321.
- [12] Andrea A N D, Mengali U, Reggiannini R. The modified Cramer-Rao bound and its application to synchronization problems[J]. IEEE Transactions on Communications, 1994, 42(2/3/4): 1391 – 1399.

作者简介:



王乐(1986—),男,宁夏中卫人,2008年于天津大学获通信工程专业学士学位,现为博士研究生,主要从事数字信号处理、信号检测与估计研究;

WANG Le was born in Zhongwei, Ningxia Hui Autonomous Region, in 1986. He received the B.S. degree from Tianjin University in 2008. He is currently working toward the Ph.D. degree. His research concerns

digital signal processing, signal detection and estimation.

Email: wangle@nssc.ac.cn

王竹刚(1974—),男,北京人,硕士,副研究员,主要从事射频微波通信和数字信号处理技术研究;

WANG Zhu-gang was born in Beijing, in 1974. He is now an associate professor with the M. S. degree. His research interests include RF microwave communications and digital signal processing.

熊蔚明(1963—),男,1990年于北京大学无线电电子系获无线电物理专业理学博士学位,现为研究员,2007年入选中国科学院“百人计划”,主要从事电子、通信、计算机、控制和信号处理相关跨学科研究。

XIONG Wei-ming was born in 1963. He received the Ph. D. degree from Beijing University in 1990. He is now a professor. He was recruited by the Hundred Talent Program of the Chinese Academy of Sciences in 2007. His research concerns signal processing and system design about electronics, communications, and computer science.