

文章编号:1001-893X(2012)03-0314-04

多径条件下均匀线阵 DOA 估计及互耦误差自校正^{*}

李 强,陈俊鹏,景小荣

(重庆邮电大学 通信与信息工程学院,重庆 400065)

摘 要:针对多径信道环境下存在互耦误差的均匀线阵,提出了一种联合波达方向估计及互耦误差自校正算法。在不改变阵列互耦误差的条件下,首先利用虚拟阵列平移预处理方法,将相干信源协方差矩阵恢复到满秩。进而利用互耦误差的对称 Toeplitz 特性,基于子空间原理构造一代阶函数,采用秩损的方法得到互耦误差条件下的 DOA 估计及阵列互耦误差。数值仿真结果表明,该算法具有良好的 DOA 估计性能与互耦误差自校正性能。

关键词:均匀线阵;DOA 估计;互耦误差;阵列自校正;多径信道

中图分类号:TN821 **文献标志码:**A doi:10.3969/j.issn.1001-893x.2012.03.012

A DOA Estimation and Mutual Coupling Self-calibration Algorithm for Uniform Linear Array in the Presence of Multipath

LI Qiang, CHEN Jun-peng, JING Xiao-rong

(School of Communication and Information Engineering, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China)

Abstract: To solve mutual coupling of uniform linear array (ULA) in the presence of multipath channel, a joint Direction of Arrival (DOA) estimation and mutual coupling calibration algorithm is proposed. Firstly, coherent source covariance matrix is restored to full rank via the preprocessing method of virtual array moving without changing the mutual coupling. Then a cost function is constructed based on subspace theory and is minimized by rank loss method to estimate the DOA of the signals and mutual coupling error using the Toeplitz structure of the covariance matrix for ULA. Simulation results show that the algorithm has effective performance for DOA estimation and mutual coupling self-calibration.

Key words: uniform linear array; DOA estimation; mutual coupling; array self-calibration; multipath channel

1 引 言

在阵列测向中,以多重信号分类 (Multiple Signal Classification, MUSIC)^[1]为代表的子空间类算法由于

具有精度高、分辨率强的优点而受到广泛的关注。然而,该算法只有在阵列方向矢量无任何误差的条件下才能取得良好的测向性能。但在实际应用中,由于阵列误差等因素的存在,导致算法测向性能急

^{*} 收稿日期:2011-09-28;修回日期:2012-01-10

基金项目: 国家科技重大专项资助项目 (2011ZX03003-001-01); 重庆市自然科学基金资助项目 (CSTS, 2010BB2417); 重庆市教委自然科学基金资助项目 (KJ110526); 信号与信息处理重庆市重点实验室建设项目 (CSTC2009CA2003)

Foundation Item: The National Science & Technology Major Project (2011ZX03003-001-01); The Natural Science Foundation of Chongqing (CSTS, 2010BB2417); The Natural Science Foundation of Chongqing Municipal Education Commission (KJ110526); The Project of Key Laboratory of Signal and Information Processing of Chongqing (CSTC2009CA2003)

剧下降^[2-3],甚至算法完全失效。因此,阵列误差成为高分辨测向技术走向实用的主要障碍。

在散射通信环境中,由于多径的存在,使得阵列接收到的是不同方向上的相干信号,现有大多数阵列校正算法几乎都没有考虑这一实际情况。空间平滑算法是一种常用的对相干源进行预处理的算法。该算法将一均匀线阵分成若干组互相重叠的子阵,得到每个子阵的协方差矩阵,最后以子阵矩阵协方差矩阵的平均值作为接收数据的协方差矩阵。但是当存在阵列误差时,经过空间平滑之后的误差矩阵将是一个非常复杂的矩阵,这将很难估计出阵列误差。王布宏等人在文献[4]中提出了一种基于加权空间平滑的算法,构造一个多径条件下的阵列校正代阶函数,最后使用遗传算法实现阵列误差的校正。陈德莉在文献[5]中提出了基于加权子空间拟合的算法,构造一个多径条件下的阵列校正代阶函数,最后使用高斯-牛顿算法进行迭代搜索。但是,上述两种算法由于复杂度过高而无法满足实际系统对实时性的要求。

针对均匀线阵,首先使用虚拟阵列变换的方法来构建子阵,在子阵互耦误差相同的条件下,保证信源协方差矩阵为一满秩矩阵;然后利用均匀线阵互耦误差矩阵带状和对称 Toeplitz 特性,基于子空间原理,提出了一种多径条件下均匀线阵的互耦误差估计及 DOA 估计算法。本文的互耦估计算法不涉及高维非线性优化搜索,只需要多项式求根,因此算法计算复杂低,具有易于实时实现的优点。

2 阵列互耦误差的数据模型

假设阵列与阵源共面,且阵列互耦误差与方位无关。对于 N 元均匀线阵,阵元间距为 d , M ($M < N$) 个远场窄带信源(包括点源和它的多径传播)以波长为 λ 的平面波入射,其入射方向为 $\theta = [\theta_1 \theta_2 \cdots \theta_M]$ 。以第一个阵元为参考阵元,在时刻 t ,阵列接收信号 $X(t)$ 为

$$X(t) = CA(\theta)S(t) + N(t) \quad (1)$$

式中 $X(t) = [X_1(t), X_2(t), \cdots, X_N(t)]^T$; $A(\theta) = [a(\theta_1), a(\theta_2), \cdots, a(\theta_M)]$ 为理想阵列流型矩阵; $S(t) = [s_1(t), s_2(t), \cdots, s_M(t)]^T$ 为入射信号的复包络矢量; $a(\theta_i) = [1 e^{-j\phi_i} \cdots e^{-j(N-1)\phi_i}]^T$ 为第 i 个信源的理想方向矢量,其中 $\phi_i = 2\pi d \sin(\theta_i)/\lambda$, $i = 1, 2, \cdots, M$; $N(t) = [n_1(t), n_2(t), \cdots, n_N(t)]^T$ 为噪声

矢量; C 表示阵列互耦误差矩阵。

均匀线阵互耦误差矩阵可用一带状、对称 Toeplitz 矩阵 C 来描述^[6],令 $c_{i,j}$ 表示矩阵 C 中第 (i,j) 个元素, p 表示互耦度,则

$$\begin{cases} c_{i,j} = c_{1,|i-j|+1} \\ c_{i,j} = 0, j > p \\ c_{11} = 1 \end{cases} \quad (2)$$

由式(1),阵列协方差矩阵 R_Y 为

$$R_Y = E[X(t)X(t)^H] = CAR_SA^H C^H + \sigma^2 I = CR_X C^H \quad (3)$$

式中 $R_S = E[S(t)S(t)^H]$ 为信源协方差矩阵, σ^2 表示噪声功率, I 表示单位矩阵。

对 R_Y 进行特征值分解,得到

$$R_Y = U_S \Sigma_S U_S^H + U_N \Sigma_N U_N^H \quad (4)$$

式中, Σ_S 表示由 M 个大特征值组成的对角矩阵, Σ_N 表示由 $(N-M)$ 个小特征值组成的对角矩阵, U_S 为信号子空间, U_N 为噪声子空间。

当考虑多径传输所引起的相干源时,第 i 个窄带窄带信源可表示为

$$s_i(t) = \rho_i s_0(t) \quad (5)$$

其中 $i = 1, 2, \cdots, M$ 。结合式(1)和式(4),阵列接收信号可进一步表示为

$$X(t) = C \sum_{i=1}^M \rho_i a(\theta_i) s_0(t) + N(t) = CGS_0(t) + N(t) \quad (6)$$

对应的阵列协方差矩阵 R_Y 变为

$$R_Y = CG\eta G^H C^H + \sigma^2 I \quad (7)$$

其中, $\eta = E[s_0(t)s_0(t)^H]$ 。由式(7)可知,当信源完全相干时,与式(3)中对应的信源协方差矩阵 R_S 的秩为 1,当对 R_Y 进行特征值分解后,对应的信号子空间的维数为 1,小于阵列流型 $A(\theta)$ 的秩,则与相干源相对应的阵列导向矢量不再与噪声子空间正交,从而导致子空间类测向算法完全失效。

3 多径条件下基于虚拟阵列平移的阵列校正算法

3.1 虚拟阵列平移解相干算法

阵列平移可利用虚拟阵列平移来实现,具体是每次将 N 元的均匀线阵等间距的平移一个距离 d (阵元间隔),形成一个子阵系列,第 i 个子阵的接收矢量信号为

$$x_i(t) = CAD^{i-1} s(t) + n_i(t) \quad (8)$$

式中 D^i 表示 $M \times M$ 对角矩阵 D 的 i 次方,其中 D 为

$$D = \text{diag}[e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}d\sin(\theta_1)} \quad e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}d\sin(\theta_2)} \quad \cdots \quad e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}d\sin(\theta_M)}] \tag{9}$$

与第 i 个子阵相对应的协方差矩阵为

$$R_i = CAD^{i-1}R_S(D^{i-1})^H A^H C^H + \sigma^2 I \tag{10}$$

对所有子阵的协方差矩阵 $R_1, R_2, \cdots, R_L$ 进行平均,得到

$$\bar{R} = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L R_i = C \bar{R}_S A^H C^H + \sigma^2 I \tag{11}$$

其中, $\bar{R}_S = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L D^{i-1} R_S (D^{i-1})^H$.

当 $L \geq M$ 和信号的波达方向不一致时, $\bar{R}_S$ 矩阵为一个满秩矩阵,这样就可以利用子空间类算法来实现相干信号方位估计。

3.2 联合互耦误差自校正的 DOA 估计算法

根据子空间原理^[1]:

$$a(\theta_i)^H C^H U_N U_N^H C a(\theta_i) = 0 \quad i = 1, 2, \cdots, M \tag{12}$$

式(12)的求解等价于如下互耦误差及方位参数的联合优化估计问题:

$$(\theta, C) = \arg \min_{\theta, C} a(\theta)^H C^H U_N U_N^H C a(\theta) \tag{13}$$

由于互耦矩阵 C 是一个对称 Toeplitz 矩阵,通过适当变换^[7],有

$$Ca = T(a)c \tag{14}$$

其中, a 为任意 N 维复向量, $T(a)$ 是由向量 a 确定的 N 阶 Toeplitz 矩阵, c 为由 C 的第一行元素构成的 N 维列向量。

将式(14)代入式(12)有

$$c^H B(\theta_i) c = 0 \tag{15}$$

其中 $B(\theta_i) = T(a(\theta_i))^H U_N U_N^H T(a(\theta_i))$, $i = 1, 2, \cdots, M$ 。由于 c 中不全为 0,式(15)成立的充要条件是矩阵 $B(\theta_i)$ 为奇异矩阵,当且仅当 θ_i 取信号的真实方位时才会出现秩损,使 $B(\theta_i)$ 变为奇异矩阵^[8]。

下面给出一种将方位估计与互耦矩阵估计的参数联合估计方法:

$$\begin{aligned} \theta &= \arg \max_{\theta} \frac{1}{\det[B(\theta)]} \\ \text{s.t.} \quad \begin{cases} c = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M e_{\min}[B(\theta)] \\ e_{\min}(1) = 1 \end{cases} \end{aligned} \tag{16}$$

其中, $e_{\min}[\cdot]$ 表示矩阵最小特征值所对应的特征矢量, $\det[\cdot]$ 表示矩阵行列式。

3.3 算法步骤

(1)根据公式(10)和(11),计算 $\bar{R}$;

(2)对 $\bar{R}$ 进行特征值分解,得到噪声子空间的估计值;

(3)谱峰搜索,根据式(17)在 $[-90^\circ + 90^\circ]$ 范围内搜索空间谱 $P(\theta)$ 的峰值,最终将搜索到的 M 个高峰值所对应的 θ 值作为信源的方位角度;

$$P(\theta) = \frac{1}{\det[B(\theta)]} \tag{17}$$

(4)将第 3 步搜索到的信源方位角代入公式(16)中,计算阵列的互耦误差。

4 算法仿真

考虑一具有 8 个阵元的均匀线阵,阵列孔径比为 0.5,系统存在两个信源:一个以方位 20° 到达接收阵列(直射径),另外一个以方位 40° 到达接收阵列,相干系数为 $0.8e^{j0.3}$,信噪比为 10 dB,采样快拍数设定为 1 024。

4.1 互耦误差参数及 DOA 估计的性能仿真实验

对于算法有效性的仿真实验,仅考虑相邻 4 个阵元之间产生的互耦误差,假设对应的互耦因子分别为 1.000 0, 0.550 0 + 0.450 0i, -0.350 0 - 0.250 0i, 0.010 0 - 0.020 0i。图 1 给出了校正前后的空间谱图,表 1 给出了互耦因子的真实值与估计值。

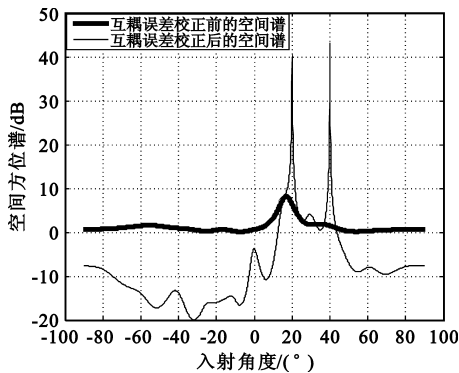


图 1 互耦误差校正前后的空间谱图
Fig.1 Spatial spectrum before and after mutual coupling calibration

表 1 互耦因子的真实值与估计值		
Table 1 The true and estimated value of mutual coupling		
阵元	实际值	估计值
1	1.000 0	1.000 0
2	0.550 0 + 0.450 0i	0.550 7 + 0.448 4i
3	-0.350 0 - 0.250 0i	-0.349 5 - 0.246 3i
4	0.010 0 - 0.020 0i	0.011 7 - 0.020 0i

下面对互耦误差校正前后 DOA 的估计情况进行对比。从图 1 可以看出,采取本文提出的互耦误

差自校正算法后,利用传统的子空间算法可以完全估计到相干信源波达方位角,而对于未采取校正情形,传统的子空间类算法基本上完全失效。

从表 1 可以看出,在上述仿真条件下,文中所给出的算法可以比较准确地估计出阵列互耦误差。

4.2 互耦误差估计的均方根误差随 SNR 变化的性能仿真实验

假设第 i 次实验估计到的互耦矩阵为 $\hat{\mathbf{C}}_i$, 信噪比(SNR)在 $[-5 + 15]$ 间以步长 1 递增,对每个 SNR 取值分别进行 100 次实验。阵列互耦误差的估计均方根误差用 e_C 表示,定义如式(18)所示。图 2 给出了阵列互耦误差随 SNR 变化的关系曲线。从图上可以看出,随 SNR 增大,阵列互耦误差的均方根误差呈下降趋势,这也说明本文提出的算法对互耦误差的估计随 SNR 增加越来越精确。

$$e_C = \sqrt{\frac{1}{100} \sum_{i=1}^{100} \|\mathbf{C} - \hat{\mathbf{C}}_i\|_F^2} \quad (18)$$

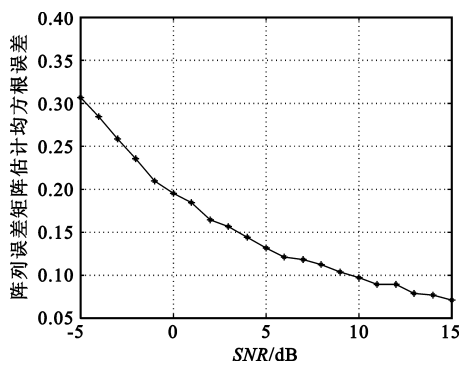


图 2 互耦误差估计的均方根误差曲线
Fig.2 MSE curve of mutual coupling estimation

5 结束语

本文针对多径环境下均匀线阵提出了一种联合 DOA 估计及互耦误差自校正算法,该算法无需迭代或者高维搜索求解,而且不受初始估计误差的影响。计算机仿真表明,该算法具有精确的测向及互耦误差校正性能。

参考文献:

[1] Schmidt R O. Multiple Emitter location and signal parameter estimation[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1986,34(3):267 – 280.

[2] Weiss A J, Friedlander B. Effects of modeling errors on the resolution threshold of the MUSIC algorithm[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1994, 42(6): 1519 – 1526.

[3] Swindlehurst A, Kailath T. A performance analysis of subspace – based methods in the presence of model error: part I – the MUSIC algorithm[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1992,40(7):1758 – 1774.

[4] 王布宏,王永良,陈辉. 多径条件下基于加权空间平滑的阵元幅相误差校正[J]. 通信学报, 2004,25(5): 166 – 174.

WANG Bu – hong, WANG Yong – liang, CHEN Hui. Array gain and phase Calibration in the presence of multipath based on weighted spatial smoothing[J]. Journal of China Institute of Communications, 2004, 25(5): 166 – 174. (in Chinese)

[5] 陈德利,卢焕章,张聪. 多径条件下基于 WSF 的均匀圆阵幅相误差自校正[J]. 系统仿真学报, 2008, 20(17): 4563 – 4566.

CHEN De – li, LU Huan – zhang, ZHANG Cong. UCA Gain/Phase Self – calibration in Presence of Multipath Based on Weighted Subspace Fitting[J]. Journal of System Simulation, 2008,20(17):4563 – 4566. (in Chinese)

[6] Friedlander B, Weiss A J. Direction finding in the presence of mutual coupling[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1991, 39(3): 273 – 284.

[7] Fabrizio S, Alberto S. A novel mutual coupling compensation algorithm for uniform and linear arrays[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2007,55(2):500 – 573.

[8] 王布宏,王永良,陈辉,等. 均匀线阵互耦条件下的鲁棒 DOA 估计及互耦自校正[J]. 中国科学 E 辑:技术科学, 2004,34(2):229 – 240.

WANG Bu – hong, WANG Yong – liang, CHEN Hui., et al. Robust DOA estimation and array calibration in the presence of mutual coupling for uniform linear array[J]. Science in China Ser E, 2004, 34(2): 229 – 240. (in Chinese)

作者简介:

李 强(1968—),男,湖南益阳人,2002 年于重庆邮电大学获硕士学位,现为副教授,主要研究方向为信号与信息处理;

LI Qiang was born in Yiyan, Hunan Province, in 1968. He received the M. S. degree from Chongqing University of Posts and Telecommunications in 2002. He is now an associate professor. His research direction is signal and information processing.

Email: y991q@163.com

陈俊鹏(1987—),男,重庆璧山人,2009 年于重庆邮电大学获工学学士学位,现为硕士研究生,主要研究方向为阵列信号处理;

CHEN Jun – peng was born in Bishan, Chongqing, in 1987. He received the B. S. degree from Chongqing University of Posts and Telecommunications in 2009. He is now a graduate student. His research concerns array signal processing.

景小荣(1974—),男,甘肃平凉人,2009 年于电子科技大学获博士学位,现为重庆邮电大学通信与信息工程学院副教授,主要研究方向为信号处理及传输。

JING Xiao – rong was born in Pingliang, Gansu Province, in 1974. He received the Ph. D. degree from University of Electronic Science and Technology of China in 2009. He is now an associate professor. His research concerns signal processing and transmission.