文章编号:1001-893X(2012)11-1741-05

# 基于 Turbo 码迭代的低信噪比载波同步技术\*

许 林1,王雪梅2

(1.中国西南电子技术研究所,成都 610036;

2. 西安电子科技大学 综合业务网理论及关键技术国家重点实验室, 西安 710071)

摘 要:针对低信噪比短突发通信系统的载波恢复问题,研究了一种基于迭代思想的载波相位估计 算法。该算法首先利用导频进行初始的载波相位估计,然后再利用 Turbo 译码器输出的软信息进行 载波相位细估计,进而实现有效的载波同步。仿真结果表明,该算法仅利用 11 个 QPSK 导频符号就 能校正较大范围的相位偏移,进而达到理想的误比特性能。

关键词: 突发通信系统; Turbo 码; 载波同步; 最大似然算法; 训练序列; 低信噪比 中图分类号: TN911.22 文献标志码: A doi: 10.3969/j.issn.1001 – 893x.2012.11.007

# Carrier Synchronization Technique Based on Turbo Iteration at Low Signal-to-Noise Ratios

XU Lin<sup>1</sup>, WANG Xue-mei<sup>2</sup>

(1. Southwest China Institute of Electronic Technology, Chengdu 610036, China;2. State Key Laboratory of Integrated Services Networks, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: To solve the problem of carrier recovery in short burst communication system under the condition of low signal-to-noise ratio(SNR), an iterative carrier phase synchronization algorithm is researched in this paper. Firstly, the algorithm utilizes pilot symbols to estimate initial phase value based on maximum likelihood algorithm. Secondly, the soft-information of Turbo decoder is used to estimate fine phase value, and then achieves efficient carrier synchronization. Simulation results indicate that the algorithm can correct a larger range of phase offset with only 11 QPSK pilot symbols so as to achieve optimal bit error probability performance.

Key words: burst communication system; Turbo codes; carrier synchronization; maximum-likelihood algorithm; training sequence; low SNR

## 1 引 言

在文献[1]中,Berrou等人首次提出Turbo码,标 志着迭代译码在数字通信中的应用。Turbo码使得 通信系统能够在低信噪比条件下接近Shannon理论 限,但是在低信噪比条件下,精确的载波频率和相位 同步对相干接收机来说是影响其性能的一个重要因素。文献[2-3]阐述了不精确的载波同步对 Turbo 译码性能的影响,即很小的相位偏移也可能引起严重的性能损失。

Turbo 译码过程对载波同步很敏感,在实际的通信系统中,有良好同步的 Turbo 码性能可以看成是

<sup>\*</sup> 收稿日期:2012-05-02;修回日期:2012-09-29

基金项目:国家自然科学基金资助项目(60902039,61271175);中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(K50511010014)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China(No. 60902039, 61271175); The Fundamental Research Funds for the Central Universities(K50511010014)

理想同步条件下 Turbo 码性能的上界。在文献[3] 中,A.Freedman 等人提出了非数据辅助的  $M^2S^2O$ 迭代载波同步算法,该算法能校正大范围的载波频 偏和相偏,获得接近理想 Turbo 译码的误比特性能, 但是该算法必须采用频相二维搜索,而且运算复杂 度非常高,难以在实际系统中应用。在文献[4]中, Noels 等人提出的基于最大期望值、联合 Turbo 迭代 译码和相位估计的载波同步算法,利用 Turbo 译码 一次迭代输出的软信息值和前一次迭代估计出的相 位值来估计当前次迭代的载波相位,在低信噪比条 件下,该算法的估计性能虽然可以达到接近理想的 性能曲线,但是其计算复杂度很高,对频率估计的计 算复杂度更高,因此,在实际系统中难以实现。Lottici和 Luise 在文献[5]中提出联合 16 - QAM 调制和 Turbo 译码的载波相位估计算法,该算法利用 16-QAM 调制信号的特点,将 Turbo 译码器产生的软信 息进行相应的变换,并利用变换后的信息和接收信 号对载波相位进行最大似然估计,但是该算法需要 对 Turbo 译码器进行必要的修改,同时修改后的 Turbo译码器和估计器的组成非常复杂,而且该算法只 能处理很小的相位偏移(|θ|≤30°),没有考虑频率 偏移。联合先验概率软输入软输出(SISO)迭代译码 和直接判决(DD)载波同步算法<sup>[6]</sup>,针对没有数据辅 助 BPSK 调制的短帧能够校正较大范围内的频偏和 相偏( $f = 0.08/T_{\circ}, \theta = 14^{\circ}$ )并达到了极好的误码率性 能(信噪比损失在0.1 dB以内)。然而,该算法对使 用 BPSK 调制的估计器设备已经相当复杂,而且复 杂性会随调制阶数的增加而增加。文献[7]基于 MAP译码器产生的外部信息值的一个代价函数 (cost),提出联合迭代译码的载波同步方法,即能够 在较低复杂性条件下改善相位的估计性能,该方法 需要使用前一帧估计的频率和相位值来估计当前帧 的频率和相位值,且只适合多帧传输和处理小相位 和小频率偏移的情况。Zhang 和 Burr 在文献[8]中 提出一种不同的联合译码的相位恢复方法,该方法 使用 MAP 译码器提供的外部信息进行相位估计。 该方法可以纠正1 024个 OPSK 调制符号长度的数据 帧 ± 370°范围内的相偏,但是对于较短的数据帧,该 算法的性能会严重降低,同时,这种方法对于非常小 的频率偏移性能也会严重降低,因此,这种方法只适 合零频偏的相位估计。

针对低信噪比条件下的短突发通信系统,本文 研究了一种基于最大似然迭代软判决的载波相位估

· 1742 ·

计算法,该算法首先利用导频进行最大似然载波相 位估计,然后再利用 Turbo 译码器输出的信息位和 校验位的软信息进行载波参数的细估计,进而实现

有效地载波同步。仿真和分析表明,相比文献[5-7]中的算法,该算法提高了载波相位的估计范围,实现了较大相偏下的载波同步;同时,该算法比文献[3-4]中的算法大大降低了复杂度。

#### 2 系统模型

图 1 是本文用到的系统模型。N bit 数据 d 首 先通过并行递归卷积 Turbo 编码器编码,通过多路 复用器将 L bit 的训练序列插入到已编码的数据帧 中,以确保接收机初始数据辅助的相位估计;然后对 传输的数据依次进行 QPSK 调制、加噪声、加频偏 ( $\Delta f \cdot T_s \ll 1$ )和相偏( $\phi = [-\pi, \pi)$ )。假定时间同步 和帧同步都是理想的,因此接收机收到的信号可以 表示成

 $r_k = s_k \cdot \exp(j(2\pi k \Delta f T_s + \phi)) + w_k, k = 0, 1, \cdots, K - 1$ (1)

式中,  $T_s$  表示符号周期, K 是传输的符号个数, w 是 零均值的复高斯随机变量, 其方差为  $\sigma_w^2 = N_0/2$ 。在 接收端, 接收机收到的信号依次通过解调器、解多路 复用器, 首先提取出训练序列并送至载波同步估计 模块, 进行初始载波相位估计; 经过初始的载波校正 后, 提取出信息序列并送至载波同步估计模块进行 精确的载波细估计, 逐次迭代后, 译码器输出 N bit 的估计序列  $\hat{a}$ 。



如图 1,用虚线表示的是反馈路径。利用 Turbo 译码器输出的软判决值对载波相位进行细估计,通 过 Turbo 译码器的每次迭代来改善估计性能,形成 联合迭代和 Turbo 译码的载波同步算法。

### 3 软判决引导的载波相位估计算法推导

#### 3.1 最大似然相位估计

对于接收信号(QPSK 调制符号),相位估计的似 然函数可以表示为

$$\Lambda(r \mid \tilde{\theta}, \tilde{c}) = \exp\left\{\frac{1}{N_0} \operatorname{Re}\left\{\sum_{k=0}^{K-1} r_k \cdot \tilde{s}_k^*\right\} - \frac{1}{2N_0} \sum_{k=0}^{K-1} |\tilde{s}_k|^2\right\}$$

$$(2)$$

式中, $\theta$ 是相位的试验值,考虑到 c是无关紧要的参数,相位  $\hat{\theta}$ 最大似然估计可表示为

$$\hat{\theta} = \arg\max\{\Lambda(r|\tilde{\theta})\}$$
(3)

其中, $\Lambda(r|\tilde{\theta})$ 是  $\Lambda(r|\tilde{\theta}, \tilde{c})$ 对所有调制符号  $\tilde{c}$  的平 均值,即:

$$\Lambda(r | \tilde{\theta}) = E_{\tilde{c}} \{ \Lambda(r | \tilde{\theta}, \tilde{c}) \}$$
(4)

因此,需要知道码字的统计信息,对于 QPSK 调制, *M* = 4(调制指数),可以通过计算期望值得到码字概 率,即:

$$P_n^{(m)} \underline{\triangle} \Pr\{\tilde{c}_m = C_n | r\}$$
(5)

由 EM 算法推导 ML 算法,可以得到对数似然函数:

$$\Lambda(r \mid \tilde{\theta}) = \sum_{k=0}^{K-1} \lg \left( \sum_{m=0}^{M-1} P_m^{(k)} \exp \left\{ \frac{1}{N_0} \operatorname{Re} \{ r(k) C_m^* e^{-j\tilde{\theta}} \} \right\} \right)$$
(6)

在低信噪比条件下,对数函数和指数函数的泰勒级数展开分别可以近似用  $e^x \cong 1 + x$  和  $\lg(1 + x) \cong x$ 表示,因此上式可以近似为

$$\Lambda(r \mid \tilde{\theta}) = \operatorname{Re}\left\{\sum_{k=0}^{K-1} r(k) \alpha_k^* e^{-j\tilde{\theta}}\right\}$$
(7)

其中,  $\alpha_k = \sum_{m=0}^{M-1} P_m^{(k)} C_m$ ,所以载波相位  $\theta$  的最大似 然估计可以表示为

$$\tilde{\theta} = \arg\left\{\sum_{k=0}^{K-1} r(k) \alpha_k^*\right\}$$
(8)

#### 3.2 软判决引导的相位估计

假设编码器的编码速率 r = 1/3,即输入N bit序 列,Turbo 编码器输出3N bit码字,再通过 QPSK 调 制,所以编码输出码字 3N/2 对应的 QPSK 符号  $\{c^1, c^2\}_k, 第 m 个星座点可以表示成S_m = S_m^l + jS_m^l$ , 编码输出第 k 对 QPSK 符号可以表示成  $s_k = s_k^l + js_k^q$ ,所以发送符号的后验概率可以表示为

 $P_{m|r}(k) = \Pr\{s_k^l = S_m^l | r\} \Pr\{s_k^Q = S_m^Q | r\}$  (9) 所以,基于后验概率的第 k 个发送的 QPSK 调制符 号的复软判决符号表示为

$$\hat{\Lambda}_{s}(k) = \sum_{m=0}^{M-1} P_{m+r}(k) S_{m} = (2\Pr\{c_{k}^{1} = 1 + r\} - 1) + j(2\Pr\{c_{k}^{2} = 1 + r\} - 1)$$
(10)

Turbo 迭代译码器输出信息位的后验概率的对数似 然比为

$$\Lambda_{i}^{d}(k) = \lg \frac{\Pr\{d_{k} = 1 \mid (y^{s}, y^{p^{i}})\}}{\Pr\{d_{k} = 0 \mid (y^{s}, y^{p^{i}})\}}$$
(11)

其中, $y^{i}$ 表示信息位的软判决值, $y^{pi}$ 表示校验位的 软判决值, $k = 0, 1, \dots, N - 1, i = 1, 2$ 。所以

$$\Pr\{d_{k} = 1 | (y^{s}, y^{pi})\} = \frac{e^{\Lambda_{i}^{d}(k)}}{1 + e^{\Lambda_{i}^{d}(k)}}$$
(12)

同样,校验位后验概率的对数似然比

$$\Lambda_{i}^{p}(k) = \lg \frac{\Pr\{p_{k}^{i} = 1 \mid (y^{s}, y^{pi})\}}{\Pr\{p_{k}^{i} = 0 \mid (y^{s}, y^{pi})\}},$$
  

$$k = 0, 1, \dots, N-1, i = 1, 2$$
(13)

所以

$$\Pr\{c_k^{pi} = 1 | (y^s, y^{pi})\} = \frac{e^{\Lambda_i^r(k)}}{1 + e^{\Lambda_i^p(k)}}$$
(14)

把式(12)和式(14)代入式(10),所以对于 QPSK 调制符号对应的复信号表达式为

$$\hat{\Lambda}_{s}(k) = \left(2 \cdot \frac{\exp(\Lambda^{c1}(k))}{1 + \exp(\Lambda^{c1}(k))} - 1\right) + j\left(2 \cdot \frac{\exp(\Lambda^{c2}(k))}{1 + \exp(\Lambda^{c2}(k))} - 1\right)$$
(15)

所以,有

$$\hat{\Lambda}_{s}(k) = \tanh\left(\frac{\Lambda^{c1}(k)}{2}\right) + \operatorname{jtanh}\left(\frac{\Lambda^{c2}(k)}{2}\right) \quad (16)$$

式中, $\Lambda^{c1}(k)$ 和  $\Lambda^{c2}(k)$ 分别是 MAP 译码器对应码 字的软输出。

#### 3.3 ML-ISDD 载波同步算法

如图 2 所示,接收序列  $\{r_k, k = 0, 1, \dots, N - 1\}$ 通过数据辅助的初始载波相位估计后,对接收信号 进行初始相位校正,并将校正后的信号依次通过解 调器、解复用器和扩展 Turbo 译码器,分别得到系统 位、第一校验位和第二校验位三路软信息值  $\Lambda^d \land \Lambda^{p1}$ 和  $\Lambda^{p2}$ ,然后对这三路软信息进行如公式(16)所示 的非线性变换,并将变换后的信号与接收信号送至 最大似然估计器利用最大似然算法进行载波相位细 估计,最后对接收信号进行相位细校正,校正后的信 号用于下一次迭代译码。重复这个步骤,直到两次 迭代之间误码性能几乎没有改变为止。其相位估计 式可以表示为

$$\hat{\theta}_{\rm ML}^{(i+1)} = \arg \left\{ \sum_{k=1}^{K-1} r_k \cdot \hat{\Lambda}_s^{(i)^*}(k) \right\}$$
(17)

式中, $r_k$  是接收机接收到的信息, $\hat{\Lambda}_s^{(i)^*}(k)$ 表示第 i次译码软信息进行非线性变换后的信息,i 表示第 i次迭代。



图 2 联合 ML-ISDD 载波同步和 Turbo 译码 Fig. 2 Joint ML-ISDD carrier synchronization and Turbo decoding

#### 4 仿真结果

以下的仿真都是基于帧长为 256 bit, 码率为 1/3, 递归系统卷积编码器的前向反馈和后向反馈生 成多项式分别是  $g_0 = (101)_2$  和  $g_1 = (111)_2$ , 进行 6 次译码迭代, 训练序列长度为 11 个 QPSK 符号的 Turbo 码系统。

图 3 显示了零频偏、随机相偏、相位抖动服从零 均值不同标准差的高斯分布情况下 Turbo 码的误码 率性能。可以看出当相位抖动  $\sigma_{\phi} \leq 5^{\circ}$ ,没有引起严 重的 BER 性能衰落。在这个相位抖动范围之外,随 着相位标准差的增加,误码率性能衰减很快。在  $E_{b}/N_{0} = 2 \text{ dB}, \sigma_{\phi} = 5^{\circ}$ 时,文献[10]阐述的数据辅助 的相位同步要达到克拉美罗界需要最小长度为 62 个 QPSK 调制符号的训练序列。



图 3 随机相位抖动下 Turbo 译码的 BER 性能曲线 Fig. 3 Turbo-decoder BER performance for random phase offsets

图 4 显示了使用 ML-ISDD 算法对相位进行估计 后,相位抖动对 Turbo 码性能的影响。从图 4 可以 看出,相位抖动  $\sigma_{\phi} \leq 15^{\circ}$ 时,其 Turbo 译码误码率性 能接近理论曲线。同样,在  $E_b/N_0 = 2 \text{ dB}_{\sigma_{\phi}} = 15^{\circ}$ 时,使用 ML-ISDD 算法后只需 11 个 QPSK 符号的训 练序列就能达到图 3 没有使用 ML-ISDD 算法需要 62 个 OPSK 符号的训练序列的克拉美罗界。

图 5 给出了不同相位抖动的估计方差以及 CRLB 界。从图中可以看出,当  $E_b/N_0 = 2 \text{ dB}_{\sigma\phi} \leq$  15°时,估计方差趋近 CRLB 曲线<sup>[9]</sup>,即使用 ML-ISDD 算法只需要 11 个训练序列符号就能达到没有使用 ML-ISDD 算法时使用 62 个训练序列符号的估计方 差的 CRLB 曲线。



图 4 ML-ISDD 算法下不同相位抖动对 Turbo 译码 的性能的影响

Fig.4 Turbo-decoded BER performance for random phase offsets when using the ML-ISDD method



图 5 不同相位抖动的估计方差 Fig.5 Estimation error variance (convergence to the CRLB) for random phase offset

### 5 结 论

本文阐述了针对短突发的 Turbo 码系统,运用 最大似然迭代软判决载波同步算法(ML-ISDD 算 法)。仿真表明,该算法在一定的相位抖动范围内 (σ<sub>φ</sub> < 15°), Turbo 码性能接近理想同步曲线。因此, 该算法能够处理较大的初始相位偏移,同时,针对初 始数据辅助的载波相位恢复,仅利用 11 个 QPSK 符 号的训练序列联合数据的译码信息可以获得理想条 件下的性能,因此,适合于短帧突发通信系统。

#### 参考文献:

- Berrou C, Glavieux A, Thitmajshima P. Near Shannon limit error-correcting coding and decoding [C]//Proceedings of 1993 IEEE International Conference on Communications. Geneva, USA: IEEE, 1993: 1064 – 1070.
- JordanA, Nichols R A. The effect of channel characteristics on turbo code performance [C]// Proceedings of 1996 IEEE Military Communications Conference. McLean, VA: IEEE, 1996:17 – 21.
- [3] Freedman A, Rahamim Y, Reichman A. Maximum mean square soft output : a method for carrier synchronization of short burst turbo coded signals[J]. IEE Proceedings of Communications, 2006, 153(2):245 - 255.
- [4] Noels N, Herzet C, Dejonghe A, et al. Turbo synchronization: an EM algorithm interpretation [C] // Proceedings of 2003 IEEE International Conference on Communications. Anchorage, Alaska, USA: IEEE, 2003:2933 – 2937.
- [5] Lottici V, Luise M. Carrier phase recovery for turbo-coded linear modulations[C]// Proceedings of 2002 IEEE International Conference on Communications. New York, USA: IEEE, 2002:1541 – 1545.

- [6] Bar-David I, Elia A. Augmented APP(A2P2) module for a posteriori probability calculation and channel parameter tracking[J]. IEEE Transactions on Communications, 1999, 3(1): 18 20.
- [7] Wangrok Oh, Cheun K. Joint decoding and carrier phase recovery algorithm for turbo codes [J]. IEEE Communication Letters, 2001, 5(9): 375 - 377.
- [8] Zhang L, Burr A. Phase estimation with the aid of soft output from Turbo decoding[C]//Proceedings of 2001 IEEE Vehicular Technology Conference. Rhodes, Greece; IEEE, 2001: 154 – 158.
- [9] Andrea A N, Mengali U, Reggiannini R. The modified Cramer – Rao bound and its application to synchronization problems[J]. IEEE Transactions on Communications, 1994, 42(2):1391 – 1399.

#### 作者简介:

**许** 林(1971一),男,四川眉山人,硕士,高级工程师,主 要研究方向为数据链与宽带通信系统;

XU Lin was born in Meishan, Sichuan Province, in 1971. He is now a senior engineer with the M.S. degree. His research concerns data link and broadband communication system.

Email:xulin@swiet.com.cn,xulin71@sina.com

**王雪梅**(1987—), 女, 安徽宿州人, 硕士研究生, 主要研 究方向为通信信号处理。

WANG Xue-mei was born in Suzhou, An' hui Province, in 1987. She is now a graduate student. Her research concerns communication signal processing.