

文章编号:1001-893X(2011)08-0070-05

GPS 电离层延迟误差修正中二阶项角度的分析^{*}

张成义,赵 威,詹 煜,杨星星

(南京信息工程大学 数理学院,南京 210044)

摘 要:提出了一种利用三频观测值修正电离层延迟误差二阶项的方法,可使延迟误差达到毫米级精度。理论分析表明,影响修正结果达到毫米级的主要因素是总电子含量(TEC)和 GPS 信号传播方向与地磁场方向的临界夹角。取通常情况下 TEC 的值,在不同频率条件下,通过解算给出了达到毫米级精度所要求的临界夹角值。研究结果对精密定位过程信号的接收提供了参考方法。

关键词:全球定位系统;电离层;延迟误差;三频;二阶项;精确定位

中图分类号:P228.4 **文献标识码:**A doi:10.3969/j.issn.1001-893x.2011.08.015

Analysis of Second-order Angle in Correction of GPS Ionosphere Delay Errors

ZHANG Cheng-yi , ZHAO Wei , ZHAN Yu , YANG Xing-xing

(College of Mathematics and Physics, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044, China)

Abstract: Utilizing triple-frequency observation value to correct second-order of ionosphere delay errors is proposed in this paper. With this method the delay errors can reach millimeter-scale accuracy. Theoretical analysis shows that the total electron content (TEC) and the critical angle between the direction of GPS propagation and geomagnetic field are main factors influencing the correction result to millimeter-scale. Through selecting the value of TEC and different frequencies, the angles required by the correction result reaching millimeter-scale accuracy are figured out under normal conditions. The algorithm proposed can be seen as a reference for accurate positioning of GPS.

Key words: GPS; ionosphere; delay errors; triple-frequency; second-order; accurate positioning

1 引 言

电离层的延迟误差直接影响到 GPS 的准确定位,因此,延迟误差的精度备受关注。对延迟误差的修正,不同的用户有不同的选择。一般情况下,单频接收机用户采用模型改正法进行误差修正,常见的模型有 Klobuchar 模型和 IRI 模型,其中 Klobuchar 模型被 GPS 系统的广播星历所采用,双频接收机用户采用双频改正法进行误差修正,这种方法可将电离

层延迟误差修正到厘米级精度,使电离层延迟引入的距离误差修正至 90% 以上。但是,双频改正技术仅能消除电离层延迟误差中一阶项的影响,而在军事及地震灾害预测等相关领域,由于对精度的要求明显提高,仅消除电离层延迟误差中的一阶项往往不能满足要求。在这种情况下,研究误差中高阶项的影响对提高观测精度、应用水平尤为重要。

本文旨在使延迟误差从厘米级水平提高到毫米乃至更高的水平,探讨对误差项中二阶项进行修正

^{*} 收稿日期:2011-01-30;修回日期:2011-05-09
基金项目:南京信息工程大学基金课题(10jy004)
Foundation Item: Science Foundation of Nanjing University of Information Science and Technology(10jy004)

的方法。研究表明,采用 3 个频率可以对二阶项进行修正,该方法的实质是不同测量频率的线性组合,这种组合可使延迟误差从厘米级提高到毫米级。通过对二阶项的分析可以看到,信号传播方向与地磁场方向的临界夹角 θ 对误差修正会产生重要影响,本文的第 4 部分给出了取得毫米级误差要求时 θ 的取值。

2 电离层延迟误差

离地面约 70 ~ 1 000 km 的大气层称为电离层,电离层中的大气分子在太阳光的照射下会分解成大气离子和电子。当电磁波穿过充满电子的电离层时,它的传播速度和方向会发生改变^[1]。研究表明,在电离层内,由传播路径弯曲造成的测距误差通常比电磁波传播速度变化造成的测距误差要小几个量级,只有在卫星高度角较小时,前者的影响才大于后者。因此在定位测量中,只要卫星高度角不很低,一般可忽略路径弯曲效应。由于传播速度的改变,电磁波经过电离层的时间将改变,然而我们在计算电磁波穿过电离层这一部分距离的时候仍是用光速与经过电离层时间的乘积作为测距结果。这样因传播速度的改变而测得的值与真实值的差异就叫做电离层延迟误差。

电离层中单一频率的电磁波信号其相速度 v_p 与相折射率 n_p 有如下关系:

$$v_p = \frac{c}{n_p} \tag{1}$$

式中, c 为真空中光速,相位传播折射率 n_p 可表示为^[2]

$$\begin{aligned} n_p &= 1 - K_1 N_e f^{-2} \pm K_2 N_e (H_0 \cos \theta) f^{-3} - K_1^2 N_e^2 f^{-4} / 2 \\ K_1 &= e^2 / (8 \pi^2 \epsilon_0 m_0) \\ K_2 &= \mu_0 e^3 / (16 \pi^3 \epsilon_0 m_0^2) \end{aligned} \tag{2}$$

式中, N_e 为电子密度,即单位体积内自由电子的个数, e 为电子电量, ϵ_0 为真空中的介电常数, m_0 为电子的静止质量, θ 为电磁波传播方向与地磁场方向的夹角, f 为入射电磁波的频率。当电磁波传播信号为右旋极化波时, K_2 前取负号;反之,当信号为左旋极化波时, K_2 前取正号,本文中取负号进行分析。

当电磁波穿过电离层时,若 s 为电磁波穿过电离层的路径,则由折射率变化引起的传播路径距离误差为^[4]

$$\delta \rho = \int_s (n - 1) ds \tag{3}$$

在电磁场理论中,关于群折射率 n_g 和相折射率 n_p 有如下关系^[1]:

$$\begin{aligned} n_g &= n_p + f \frac{dn_p}{df} = 1 + K_1 N_e f^{-2} + \\ &\quad 2 K_2 N_e (H_0 \cos \theta) f^{-3} + 3 K_1^2 N_e^2 f^{-4} / 2 \end{aligned} \tag{4}$$

所以由相折射率变化和群折射率变化引起的电离层延迟误差分别为

$$\begin{aligned} \delta \rho_p &= \int_s (n_p - 1) ds = \\ &\quad \int_s (-K_1 N_e f^{-2} - K_2 N_e (H_0 \cos \theta) f^{-3} - K_1^2 N_e^2 f^{-4} / 2) ds \end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned} \delta \rho_g &= \int_s (n_g - 1) ds = \\ &\quad \int_s (K_1 N_e f^{-2} + 2 K_2 N_e (H_0 \cos \theta) f^{-3} + 3 K_1^2 N_e^2 f^{-4} / 2) ds \end{aligned} \tag{6}$$

GPS 信号作为电磁波的一种,由折射率变化造成的电离层延迟误差一般为几米。当太阳黑子活动剧烈的时候,随着电离层中电子密度 N_e 的增加,电离层延迟误差也将增大,其值可达十几米甚至几十米,因而 GPS 通常不能忽略电离层延迟对 GPS 测量和定位的影响。

为方便研究,通常把式(5)和式(6)简写成:

$$\delta \rho_p = A_1 f^{-2} + A_2 f^{-3} + A_3 f^{-4} \tag{7}$$

$$\delta \rho_g = -A_1 f^{-2} - 2 A_2 f^{-3} - 3 A_3 f^{-4} \tag{8}$$

其中:

$$\begin{aligned} A_1 &= \int_s (-K_1 N_e) ds, \\ A_2 &= \int_s (-K_2 N_e H_0 \cos \theta) ds, \\ A_3 &= \int_s (-K_1^2 N_e^2 / 2) ds. \end{aligned}$$

对于式(7)和式(8)中一阶项的修正采用的是双频修正法,该方法可以将误差修正 90% 以上。对于二阶项的修正,随着第三个频率的出现,运用 3 个频率对电离层延迟误差二阶项的修正已成可能。

3 消除电离层延迟误差二阶项的三频修正

随着 GPS 现代化和 Galileo 计划的开展,美国在 2009 年 3 月 24 日成功发射了 II R(20) - M 型 GPS 卫星,该卫星在 2009 年 4 月 10 日实现了载波 L5 的发射,由于民用 L5 的出现,增加了一个观测量,加上原有的 L1、L2(L1、L2、L5 3 个载波对应的频率分别为 f_1 、 f_2 、 f_3),运用 3 个频率对电离层延迟误差二阶项的修正成为可能。

GPS 接收机从卫星信号中可获得两种基本测量

值,一种是伪距测量值,另一种是载波相位测量值。伪距测量值是通过接收机获取C/A码,该码相位值反映着卫星播发该信号的卫星时间,通过与接收机时间相比较,可以计算出接收机距卫星的距离。C/A码以群速度传播,因此可通过群折射率的变化引起的电离层延迟误差来修正伪距测量值。载波相位测量时首先要获取载波在接收机与卫星之间的相位差,然后通过计算出周整模糊度 N ,以此来确定接收机距卫星的距离。载波以相速度传播,因此可通过相折射率的变化引起的电离层延迟误差来修正载波相位测量值。

首先分析伪距观测中二阶项的修正:

$$\rho_0 = \rho_g(f_i) - \delta\rho_g(f_i) = \rho_g(f_i) + A_1 f_i^{-2} + 2A_2 f_i^{-3}, i = 1, 2, 3 \quad (9)$$

式中, ρ_0 表示星站间的几何距离, $\rho_g(f_1)$ 、 $\rho_g(f_2)$ 、 $\rho_g(f_3)$ 分别为在伪距测量中导航频率 f_1 、 f_2 、 f_3 同步观测的观测站距卫星的距离,为方便计算,用 ρ_1 、 ρ_2 、 ρ_3 代替。

$f_1 = 1\,575.42\text{ MHz}$, $f_2 = 1\,227.60\text{ MHz}$, $f_3 = 1\,176.45\text{ MHz}$ 是 GPS 导航信号中 3 个频率,代入式(9)中求解 $2A_2$ 。参考文献[3]的计算结果:

$$2A_2 = -\frac{\rho_{12}f_1^2f_2f_3(f_2^2 - f_3^2) - \rho_{23}f_1f_2f_3^2(f_1^2 - f_2^2)}{f_1^3(f_2 - f_3) + f_2^3(f_3 - f_1) + f_3^3(f_1 - f_2)} \quad (10)$$

$$2A_2 = -2.4583 \times 10^{10} \rho_{12} + 1.0869 \times 10^{11} \rho_{23}$$

从而可求得三频伪距观测值二阶项的电离层延迟距离修正值,不同频率求得结果对应如下:

$$\begin{cases} -2A_2f_1^{-3} = 6.2872\rho_{12} - 27.7971\rho_{23} \\ -2A_2f_2^{-3} = 13.2884\rho_{12} - 58.7514\rho_{23} \\ -2A_2f_3^{-3} = 15.0981\rho_{12} - 66.7526\rho_{23} \end{cases} \quad (11)$$

式中, $\rho_{12} = \rho_1 - \rho_2$, $\rho_{23} = \rho_2 - \rho_3$ 。

载波相位观测中二阶项的修正方法同伪距观测:

$$\rho_0 = (N + \varphi_i)\lambda_i - \delta\rho_p(f_i) = \rho_p(f_i) - A_1 f_i^{-2} - A_2 f_i^{-3}, i = 1, 2, 3 \quad (12)$$

式中, ρ_0 表示星站间的几何距离; N 是未知的整数,通常称为周整模糊度; φ 是载波信号从卫星端到接收机端的相位变化; λ 是波长,所以 $(N + \varphi)\lambda$ 是载波相位观测中测得的接收机距卫星的距离。 $\rho_p(f_1)$ 、 $\rho_p(f_2)$ 、 $\rho_p(f_3)$ 分别为在载波相位测量中导航频率 f_1 、 f_2 、 f_3 同步观测的观测站距卫星的距离,为方便计算用 p_1 、 p_2 、 p_3 代替。

对式(12)进行计算,参考文献[3]的计算结果:

$$A_2 = \frac{p_{12}f_1^2f_2f_3(f_2^2 - f_3^2) - p_{23}f_1f_2f_3^2(f_1^2 - f_2^2)}{f_1^3(f_2 - f_3) + f_2^3(f_3 - f_1) + f_3^3(f_1 - f_2)} \quad (13)$$

$$A_2 = 2.4583 \times 10^{10} p_{12} - 1.0869 \times 10^{11} p_{23} \quad (14)$$

从而可求得载波相位观测值二阶项的电离层延迟距离修正值,不同频率求得结果对应如下:

$$\begin{cases} A_2f_1^{-3} = 6.2872p_{12} - 27.7971p_{23} \\ A_2f_2^{-3} = 13.2884p_{12} - 58.7514p_{23} \\ A_2f_3^{-3} = 15.0981p_{12} - 66.7526p_{23} \end{cases} \quad (15)$$

式中, $p_{12} = p_1 - p_2$, $p_{23} = p_2 - p_3$ 。

式(11)和式(15)分别为 GPS 三频伪距观测值和载波相位观测值二阶项的电离层延迟距离修正。

4 二阶项中 θ 角度的影响

用三频消除电离层延迟误差中二阶项的影响,伪距和载波相位延迟误差修正中事实上分别是用 ρ_1 、 ρ_2 、 ρ_3 的线性组合和 p_1 、 p_2 、 p_3 的线性组合。这种组合虽然能消除电离层二阶项的误差,但是却出现组合测量噪声量。

分析二阶项 A_2f^{-3} , f 为信号频率, $A_2 = \int_s K_2 N_e(H_0 \cos\theta) ds$, K_2 为常数。故若要精确求解二阶项,只需确定 $\int_s N_e(H_0 \cos\theta) ds$ 的值。令 $N_{\text{TEC}} = \int_s N_e ds$, 其物理意义是:在信号传播路径上的、横截面为 1 m^2 的这样一个管状通道空间所包含的电子数总量。由于 $H_0 \cos\theta$ 变化缓慢,文献[6]中的处理方法是将电离层中的信号传播路径分成 n 等份,求出各端点上的 H_0 和 θ ,并计算各端点的 $H_0 \cos\theta$,将所得的结果做平均处理得到 $\overline{H_0 \cos\theta}$,然后就可将平均值 $\overline{H_0 \cos\theta}$ 从积分号外提出来,将公式简化为

$$A_2 = \int_s K_2 N_e(H_0 \cos\theta) ds = K_2 N_{\text{TEC}} \cdot \overline{H_0 \cos\theta} \quad (16)$$

式(16)中 N_{TEC} 值可近似地用双频观测值来确定,由于不同高度处电子密度 N_e 相差 10 倍以上,上述方法不但计算复杂而且不严格。在文献[5]中,作者为简化计算难度,寻找某一特定高度 H ,使得该高度处的 $N_{\text{TEC}} \cdot H \cos\theta$ 与 $\int_s N_e(H_0 \cos\theta) ds$ 较为吻合,即:

$$N_{\text{TEC}} \cdot H \cos\theta \approx \int_s N_e(H_0 \cos\theta) ds \quad (17)$$

在本文中,主要分析 θ 角在二阶项中影响,因此可将特定高度的 H 看成已知数,并在此基础上分

别考虑最大电子含量时和一般电子含量时两种情况。考虑 $H_0 = B/\mu_0$, 其中 B 为地球磁感应强度, 大小基本稳定, 取值参考国际地磁场模型 IGRF10, 其量级一般在 10^{-5} T, 不超过 10^{-4} T; 地表处 B 值大小一般在 $2.5 \times 10^{-5} \sim 6 \times 10^{-5}$ T, 其大小变化为从赤道向两极逐渐增大。本文取 $B = 5 \times 10^{-5}$ T, 研究 θ 角的变化对二阶项的影响。

最大太阳活动周期的时候 $N_{\text{TEC}} = 4.55 \times 10^{18}$, 通常的情况 $N_{\text{TEC}} = 1.38 \times 10^{18}$, 将值分别代入到 $K_2 N_{\text{TEC}} \cdot H \cos \theta$ 中, 令 $A_{2\text{max}}$ 对应最大太阳活动周期时候的电子含量, A_2 对应通常情况的电子含量, 经过计算有:

$$A_{2\text{max}} = 2.5669 \times 10^{26} \cos \theta, A_2 = 7.7854 \times 10^{25} \cos \theta。$$

分析 θ 角对二阶项 $A_2 f^{-3}$ 影响, 取 6 组不同的角度, 其计算结果如表 1 所示。

表 1 不同的角度解算结果

Table 1 Computational result of different angles						
θ/rad	$A_{2\text{max}}f_1^{-3}$	$A_{2\text{max}}f_2^{-3}$	$A_{2\text{max}}f_3^{-3}$	$A_2f_1^{-3}$	$A_2f_2^{-3}$	$A_2f_3^{-3}$
	/m	/m	/m	/m	/m	/m
$\pi/6$	0.056 9	0.120 2	0.136 5	0.017 2	0.036 4	0.041 4
$7\pi/30$	0.048 8	0.103 1	0.117 2	0.014 8	0.031 3	0.035 5
$3\pi/10$	0.038 6	0.081 6	0.092 7	0.011 7	0.024 7	0.028 1
$11\pi/30$	0.026 7	0.056 4	0.064 1	0.008 1	0.017 1	0.019 4
$13\pi/30$	0.013 6	0.028 8	0.032 8	0.004 1	0.008 7	0.009 9
$\pi/2$	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0

表 1 取 6 组不同角度分别计算了最大太阳活动周期时候的电子含量和通常情况下的电子含量所对应的二阶项延迟值。从表中可以看出, 采用 3 个频率所能达到的精度在上述两种情况下均可达到厘米级。在通常情况下接近垂直的方向上 3 个频率可以达到毫米级的修正度。对二阶项的修正一般情况下要求达到毫米级精度, 这样对 θ 角度的选取就很有必要。

对表中的数据进行拟合可得到图 1 所示的曲线。从图 1 中可以看出不同频率随角度 θ 变化时对应的二阶项修正值的变化情况。

对图形进行曲线拟合, 则可利用拟合的曲线方程计算出不同的误差值所对应的角度。

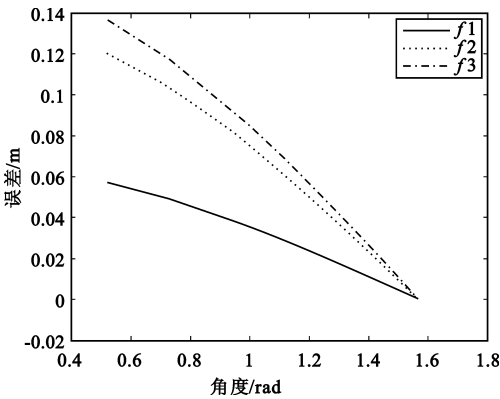
分析图 1(b), 令 x 、 y 分别表示其横坐标和纵坐标。曲线是用三阶多项式拟合而成, 则可求得 3 个频率对应的曲线方程分别为

$$0.0033x^3 - 0.0154x^2 + 0.0039x + 0.0189 = y$$
$$0.0067x^3 - 0.0312x^2 + 0.0068x + 0.0404 = y$$

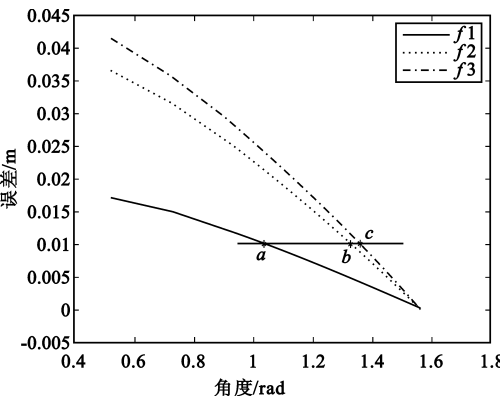
$$0.0071x^3 - 0.0337x^2 + 0.0060x + 0.0465 = y$$

从图 1(b)中可知, 二阶项修正至毫米级精度只有在电磁波传播方向与地磁场方向的夹角 θ 大于某一特定值时才会实现。

在图 1(b)中, a 、 b 、 c 三点对应的纵坐标是 0.01, 即横坐标分别是 3 个频率的二阶项修正值要达到毫米级精度所需的最小夹角。通过计算得到 a 、 b 、 c 三点 x 对应的横坐标值分别是 1.040 7、1.330 4、1.364 1。



(a)对应最大电子含量时二阶项改正



(b)对应通常情况电子含量时二阶项改正

图 1 延迟误差与角度的关系
Fig.1 Relationship between delay error and the angle

5 总 结

本文在分析并利用电离层相折射率的基础上, 系统地利用 3 个频率对电离层延迟误差的二阶项分别从伪距和载波相位两方面进行了修正。在分析 θ 角的过程中, 对二阶项的部分变量进行了定量分析, 因此成功对二阶项的误差值与角度的变化进行了数据拟合, 得到不同频率二阶项误差值与角度变化的

函数图形。由函数图形可以清晰地看出不同的误差值对应的夹角,通过曲线方程计算出了 3 个频率在一般情况下二阶项修正值达到毫米级时的临界角度。二阶项修正精度与电磁波传播方向和地磁场方向的夹角 θ 密切相关,指出只有在一定的夹角范围内,才能达到理想的精度。研究的实用价值体现在:在相关领域的 GPS 精密定位中,基于本文给出的对 θ 角定量数据处理的方法,以及经实测获得的 θ 角,可直接进行 GPS 电离层延迟误差的修正。

参考文献:

- [1] 谢钢. GPS 原理与接收机设计[M]. 北京:电子工业出版社, 2009.
XIE Gang. Principles of GPS and Receiver Design[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2009. (in Chinese)
- [2] 刘基余. GPS 卫星导航定位原理与方法[M]. 北京:科学出版社, 2003.
LIU Ji - yu. Principles and Methods of GPS Satellite Navigation[M]. Beijing: Science Press, 2003. (in Chinese)
- [3] 刘琪, 张学军. 三频 GPS 改正电离层折射误差高阶项的方法[J]. 航空电子技术, 2006, 37(3):13 - 15.
LIU Qi, ZHANG Xue - jun. GPS Triple - Frequency Methods of High - Order Ionospheric Refraction Correction[J]. Avionics Technology, 2006, 37(3):13 - 15. (in Chinese)
- [4] Zemin Wang, Yue Wu. Triple - Frequency Method for High - Order Ionospheric Refractive Error Modelling in GPS Modernization[J]. Journal of Global Positioning Systems, 2005, 4 (1 - 2):291 - 295.
- [5] 李征航, 陈锴, 刘万科, 等. 顾及 β 项的电离层延迟模型[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2007, 32(2):139 - 143.
LI Zheng - hang, CHEN Kai, LIU Wan - ke, et al. Ionospheric Delay Model Containing β Term[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2007, 32(2):139 - 143. (in Chinese)
- [6] Brunner F K, Gu Min. An improved model for the dual frequency ionospheric correction of GPS observations [J]. Manuscripta Geodetica, 1991(16):205 - 214.

作者简介:

张成义(1961—),男,黑龙江哈尔滨人,2007 年获博士学位,现为南京信息工程大学教授,主要研究方向为信息光学、信息处理;

ZHANG Cheng - yi was born in Harbin, Heilongjiang Province, in 1961. He received the Ph.D. degree in 2007. He is now a professor. His research interests include information optics and information processing.

Email: dzcy1@163.com

赵 威(1986—),男,江苏徐州人,2009 年于南京信息工程大学获学士学位,现为硕士研究生,主要研究方向为空间信号与信息处理技术;

ZHAO Wei was born in Xuzhou, Jiangsu Province, in 1986. He received the B.S. degree in Nanjing University of Information Science and Technology in 2009. He is now a graduate student. His research direction is spatial signal and information processing technology.

Email: z_w2008@qq.com

詹 煜(1956—),男,江苏南京人,1991 年获硕士学位,现为南京信息工程大学副教授,主要研究方向为应用物理;

ZHAN Yu was born in Nanjing, Jiangsu Province, in 1956. He received the M. S. degree in 1991. He is now an associate professor. His research concerns applied physics.

Email: 000426@nuist.edu.cn

杨星星(1987—),男,江苏徐州人,2010 年于南京信息工程大学获学士学位,现为硕士研究生,主要研究方向为空间天气。

YANG Xing - xing was born in Xuzhou, Jiangsu Province, in 1987. He received the B. S. degree in Nanjing University of Information Science and Technology in 2010. He is now a graduate student. His research direction is space weather.

Email: 819319669@qq.com