

文章编号: 1001-893X(2011)06-0034-04

一类离散 H 信号的时域构造方法及其特性分析^{*}

石 荣, 胡来招

(电子信息控制重点实验室, 成都 610036)

摘 要:根据 H 信号的频域描述特征, 利用 m 序列在时域构造出了一类离散 H 信号, 详细论述了构造原理与方法, 分析了该类离散 H 信号的相关特性, 并从理论上给予了证明, 为 H 信号的工程实际应用提供了条件。

关键词:离散 H 信号; m 序列; 时域; 构造方法; 特性分析

中图分类号: TN911.6 **文献标识码:** A doi: 10.3969/j.issn.1001-893x.2011.06.008

Construction Method of a Kind of Discrete H Signal in Time Domain and its Characteristic Analysis

SHI Rong, HU Lai-zhao

(Science and Technology on Electronic Information Control Laboratory, Chengdu 610036, China)

Abstract: Based on m sequence, a kind of discrete H signal is constructed in time domain according to its frequency character. The principle and approach about signal construction are discussed in detail. Some characteristics of this kind of discrete H signal are analysed and proved theoretically. This kind of H signal can be widely utilized in engineering practice.

Key words: H signal; m sequence; time domain; construction method; characteristic analysis

1 引 言

H 信号由文献[1]首次公开提出, 该信号是类似于噪声的信号, 其良好的特性使得其在许多领域具有较好的应用前景。利用 H 信号来携带信息可以实现数据的隐蔽传输, 利用 H 信号探测目标可以具备良好的低截获概率特性。由 H 信号的定义可知, H 信号既包括连续型, 也包括离散型, 由于工程实践中数字信号处理手段的普及, 经过数字化采样后的离散 H 信号使用更加广泛, 所以本文也以离散 H 信号为研究对象。离散 H 信号的构造通常是按照其在频率域中的定义, 通过信号频域相位随机化后, 进

行傅里叶逆变换来得到时域中的离散 H 信号。按照这种方法构造出的信号通常是时域中的多值化信号, 一方面增加了其在某些应用领域中时域硬件处理的复杂性, 另一方面在信号发射过程中会出现严重的峰均比问题, 发射机的工作点必须回退以保证信号的放大处于发射机的线性区。本文以 m 序列为基础, 利用其互相关函数的单峰性, 直接从时域进行离散 H 信号的合成, 按照这种方法构造出的离散 H 信号在时域只取两个值, 这类离散 H 信号的时域硬件处理复杂度可以得到很大的简化, 而且信号发射过程的峰均比问题也得到基本解决, 同时对此类离散 H 信号的相关特性从理论上给予了证明。本文的分析也从另一个角度展现了 H 信号、m 序列等

^{*} 收稿日期: 2011-03-18; 修回日期: 2011-05-03

基金项目: 国防科技重点实验室基金资助项目 (9140C1004040901)

Foundation Item: The National Defense Key Laboratory Foundation (9140C1004040901)

随机信号之间的紧密联系,这对于进一步开展 H 信号的理论研究,理解 H 信号的本质内涵和工程应用具有重要的参考意义。

2 离散 H 信号及其频域构造

根据文献[1],信号的自相关只有一个位置在零的峰,其傅里叶变换的幅度是一个常数,而信号频谱的相位是随机均匀分布的,其特征非常接近于一个白噪声,这样的信号就称为 H 信号。由此可知,H 信号是一个在统计意义上定义的信号种类,一个具体信号实现可以看成是 H 信号中的一个信号样本。离散 H 信号具有如下特性:

- (1) 对一个 H 信号样本进行傅里叶变换,其频谱幅度是一个常数,频谱的相位在 360°范围内均匀分布;
- (2) 如果对该信号样本进行周期性扩展,其自相关函数在一个周期内只有一个非零点,相关没有任何栅瓣;
- (3) 两个独立的 H 信号之间的互相关函数与信号本身具有近似的规律,即互相关函数的频谱是平坦的,在时间上是一个平稳随机量,没有高耸的峰值。

根据上述信号特性,在同时使用多个 H 信号时,它们彼此之间可以认为是一定意义上接近正交的,基本没有相互干扰。根据 H 信号的定义来合成 H 信号是最直接的信号构造方法,该方法以频域为基础,所以又称为 H 信号的频域构造法。

首先确定信号长度 L ,然后根据同余法生成在 $0 \sim 360$ 范围内均匀分布的 L 个随机数作为频域相位值,递推公式如下:

$$\theta_{i+1} = (a \cdot \theta_i + b) \bmod 360, i = 1, 2, \cdots, L - 1 \quad (1)$$
式中, a 、 b 为递推参数,这样只要确定了随机相位起始值 θ_1 ,便可以通过上式得到 $0^\circ \sim 360^\circ$ 范围内均匀分布的相位序列,在此基础上可得到 H 信号的频域表达式 H_f 如下:

$$H_f = \xi \times (e^{j\theta_1} \quad e^{j\theta_2} \quad \cdots \quad e^{j\theta_L}) \quad (2)$$
式中, ξ 是幅度调节参数,对 H_f 进行傅里叶逆变换,将最终得到 H 信号的时域表达式为

$$H_t = \text{IDFT}(H_f)$$

显然,一般情况下, H_t 是一个长度为 L 的复数值时间序列。如果要得到实数值的 H 信号,需要对 H_f 附加一个限制条件使得 $\theta_i = 360 - \theta_{L+1-i}$,即频域序

列具有共轭对称特性,这样经过傅里叶逆变换之后的 H_t 便是一个长度为 L 的实数值时间序列。

3 利用 m 序列构造时域离散 H 信号

H 信号是一大类信号,通常情况下按照其定义从频域构造后经傅里叶逆变换得到。但是 H 信号中有一个特殊子类,这类信号可以从时域来直接构造,其构造的基础是利用 m 序列来生成。m 序列是最长线性反馈移位寄存器序列的简称,带线性反馈逻辑的寄存器设定初始状态后,在时钟的触发下通过移位与模 2 加反馈逻辑,将生成一个周期性的 0/1 序列,序列的周期与线性反馈寄存器的特征多项式密切相关,一个产生 m 序列的 n 级移位寄存器,其特征多项式一定是 n 次的本原多项式 $F(x)$,即满足如下条件: $F(x)$ 是既约的,即不能再分解因式; $F(x)$ 可整除 $x^m + 1$,其中 $m = 2^n - 1$; $F(x)$ 不能整除 $x^q + 1$,其中 $q < m$ 。由此可知,m 序列的长度为 $2^n - 1$ [2-4]。

利用 m 序列来直接构造 H 信号的步骤如下:

- (1) 确定信号的长度 L ,且满足 $L = 2^n - 1$;
- (2) 利用次数为 n 的本原多项式,得到长度为 L 的 m 序列 S_m , S_m 是一个 0/1 序列;
- (3) 对序列 S_m 进行如下线性运算,即可得到长度为 L 的 H 信号 $H_{L,t}$:

$$H_{L,t} = d \cdot \left(S_m \times 2 - 1 + \frac{2^{\frac{n}{2}} - 1}{2^n - 1} \right) \quad (3)$$

式中, d 是幅度调节参数,其中的每一离散信号样点值

$$H_{L,t}(i) = d \cdot \left(S_m(i) \times 2 - 1 + \frac{2^{\frac{n}{2}} - 1}{2^n - 1} \right) \quad (4)$$

由此构造的离散 H 信号只取一正一负两个值,而这两个值的绝对值随着信号长度的增加差别越来越小,这样在信号发射过程中发射机基本上可以处于满功率工作状态,不会因为信号幅度的多值性而将工作点大幅度回退,所以基本上解决了信号的峰均比问题。

下面以一个实例来进行说明。取要构造的 H 信号序列长度为 1 023,因 $1\,023 = 2^{10} - 1$,所以选取次数为 10 的本原多项式 $x^{10} + x^3 + 1$ 来生成 m 序列,然后按照式 (3) 即可得到长度为 1 023 的 H 信号 $H_{1023,t}$,该信号的时域波形、周期自相关函数、频域幅值、频域相位分别如图 1~4 所示。

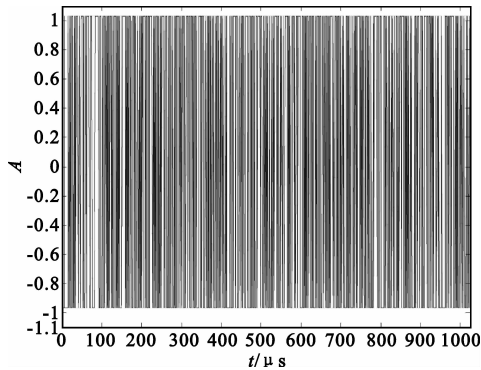


图 1 $H_{1023,t}$ 信号的时域波形图
Fig.1 Waveform of $H_{1023,t}$ in time domain

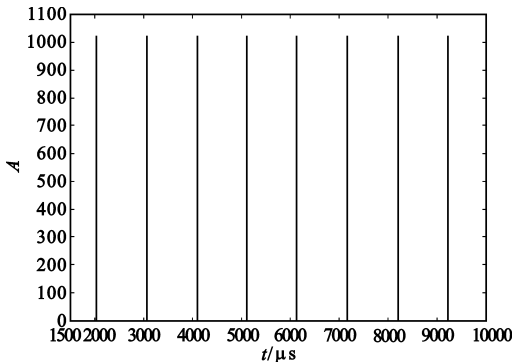


图 2 $H_{1023,t}$ 信号的周期性自相关图
Fig.2 Periodic self-correlation of $H_{1023,t}$

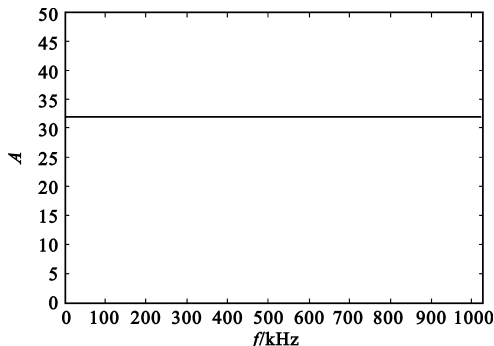


图 3 $H_{1023,t}$ 信号的频域幅值图
Fig.3 Amplitude of $H_{1023,t}$ in frequency domain

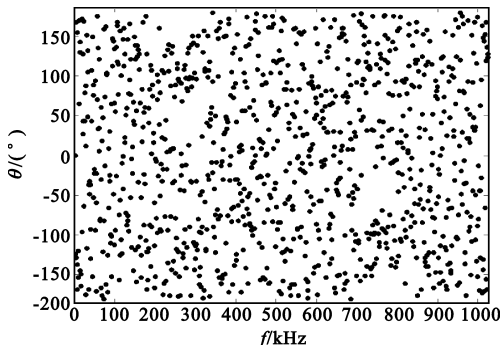


图 4 $H_{1023,t}$ 信号的频域相位图
Fig.4 Phase of $H_{1023,t}$ in frequency domain

4 该类离散 H 信号的主要特性

按照上述方法构造出的时域信号序列 $H_{L,t}$ 具有如下的主要特征:

(1)性质 1: 信号序列 $H_{L,t}$ 的周期性自相关函数 $r_{xx}(k)$ 具有冲激信号特征, 只有一个位置在零的峰, 且满足:

$$r_{xx}(k) = \begin{cases} d^2 \cdot 2^n, & k = 0 \\ 0, & k \neq 0 \end{cases}, k = 0, 1, 2, \dots, 2^n - 2 \quad (5)$$

证明: 当 $k = 0$ 时,

$$r_{xx}(0) = \sum_{i=1}^{2^n-1} H_{L,t}(i) \cdot H_{L,t}(i) \quad (6)$$

将式(3)代入上式化简, 立即可得 $r_{xx}(0) = d^2 \cdot 2^n$ 。
当 $k \neq 0$ 时,

$$r_{xx}(k) = \sum_{i=1}^{2^n-1} H_{L,t}(i) \cdot H_{L,t}(i') \quad (7)$$

其中 $i' = (k + i) \bmod (2^n - 1)$, 将式(3)代入上式化简可得:

$$r_{xx}(k) = d^2 \cdot (S_{\text{sum1}} + S_{\text{sum2}} + S_{\text{sum3}}) \quad (8)$$

即 $r_{xx}(k)$ 由 3 部分求和组成, 分别为

$$S_{\text{sum1}} = \sum_{i=1}^{2^n-1} (S_m(i) \times 2 - 1) \cdot (S_m(i') \times 2 - 1) \quad (9)$$

$$S_{\text{sum2}} = 1 - 2 \times \frac{2^{\frac{n}{2}} - 1}{2^n - 1} \quad (10)$$

$$S_{\text{sum3}} = 2 \times \left(\sum_{i=1}^{2^n-1} S_m(i) + \sum_{i=1}^{2^n-1} S_m(i') - (2^n - 1) \right) \times \frac{2^{\frac{n}{2}} - 1}{2^n - 1} \quad (11)$$

实际上, S_{sum1} 表示 m 序列 S_m 映射为 +1/-1 序列后的非零自相关函数, 根据 m 序列的性质 $S_{\text{sum1}} = -1$, 由于一个 m 序列 S_m 循环移位后仍然为 m 序列, 且一个长度为 $2^n - 1$ 的 m 序列自身求和为 $2^{\frac{n}{2}}$, 这样

$$S_{\text{sum3}} = 2 \times \frac{2^{\frac{n}{2}} - 1}{2^n - 1} \quad (12)$$

于是, 根据上述结果可得:

$$r_{xx}(k) = 0, k \neq 0 \quad (13)$$

(2)性质 2: 信号序列 $H_{L,t}$ 是一个时域二值信号, 即在时域上只取一正一负两个值, 且正值的数目比负值的数目多 1。

证明: 根据式(3), 信号序列 $H_{L,t}$ 是由 m 序列 S_m 线性变换后生成, 其中的 m 序列 S_m 只取 0 和 1 两个

值,经过线性变换仍然取两个值,其中 m 序列中的 0 变换为 H 信号序列中的负值 $\frac{2^{\frac{n}{2}}-1}{2^n-1}-1$, m 序列中的 1 变换为 H 信号序列中的正值 $\frac{2^{\frac{n}{2}}-1}{2^n-1}+1$ 。根据 m 序列的性质即序列中 1 的数目比 0 的数目恰好多 1 个,所以对应的 H 信号序列中,正值的数目比负值的数目多 1。

(3)性质 3:信号序列 $H_{L,t}$ 具有类似于 m 序列的信号游程特性。

证明:根据式(3),信号序列 $H_{L,t}$ 是由 m 序列 S_m 线性变换后生成, m 序列信号游程特性同样也对应映射到 H 信号序列中,H 信号中的游程以正数游程与负数游程来进行划分,即:信号长度为 2^n-1 的信号序列中,总共有 2^{n-1} 个游程,其中长度等于 l 的游程占游程总数的 $\frac{1}{2^l}$,此外,还有一个长度为 n 的正数游程,一个长度为 $n-1$ 的负数游程。

(4)性质 4:信号序列 $H_{L,t}$ 的傅里叶变换,其频谱幅度是一个常数,频谱的相位均匀分布。

证明:信号序列 $H_{L,t}$ 的傅里叶变换为

$$H_{L,f}(k) = \sum_{i=1}^{2^n-1} H_{L,t}(i) e^{-j\frac{2\pi}{2^n-1}(i-1)k} \tag{14}$$

根据离散傅里叶的性质^[5]可得:

$$|H_{L,f}(k)|^2 = \sum_{i=1}^{2^n-1} r_{xx}(i) e^{-j\frac{2\pi}{2^n-1}(i-1)k} \tag{15}$$

将性质 1 的结果代入上式可得:

$$|H_{L,f}(k)|^2 = d^2 \cdot 2^n, k = 0, 1, 2, \dots, 2^n - 2 \tag{16}$$

于是有 $|H_{L,f}(k)| = d \cdot 2^{\frac{n}{2}}$,即信号序列 $H_{L,t}$ 的傅里叶变换的频谱幅度为常数 $d \cdot 2^{\frac{n}{2}}$ 。对于频谱的相位分布特性来说表现为随机性,由于其幅度谱为常数,其时域波形又有具有随机二值特性,且时域波形是分解为各个频谱分量所对应的正弦波的相互叠加,要满足在各个时间点叠加后只取两个值,则各个正弦波的相位满足均匀分布特性。

(5)性质 5:信号序列 $H_{L,t}$ 的周期性移位时间序列仍然是一个 H 信号时间序列。

证明:根据式(3),信号序列 $H_{L,t}$ 是由 m 序列 S_m 线性变换后生成, m 序列周期性移位后仍然为 m 序列,所以对应映射到 H 信号序列中, $H_{L,t}$ 的周期性移位时间序列仍然是一个 H 信号时间序列。

上述 5 条性质也同时说明时域信号序列 $H_{L,t}$ 的确是一个 H 信号,这同时与上一小节所列举的信号实例 $H_{1023,t}$ 对应起来。

5 结束语

本文以 m 序列为基础,从时域直接构造了一类特殊的离散 H 信号,给出了该类信号的构造原理与方法,并从理论上证明了该类信号所具有的五条特性。一方面展现了 H 信号与 m 序列信号相互之间的联系,提供了此类 H 信号分析的理论基础。另一方面,这一类具有时域二值化取值特征的离散 H 信号,也给实际数字化硬件平台的信号处理类应用提供了更加简洁的处理手段,这对于 H 信号的更加广泛的工程实际应用具有重要的参考意义。

参考文献:

[1] 胡来招.信号与信息[M].北京:电子工业出版社,2010. HU Lai-zhao. Signal and Information [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry,2010. (in Chinese)

[2] Hans-Jürgen Zepernick, Adolf Filger. Pseudo Random Signal Processing Theory and Application[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry,2007.

[3] John G Proakis. Digital Communications[M]. 5th ed. Beijing: Publishing House of Electronics Industry,2009.

[4] Paul Garrett. The Mathematics of Coding Theory[M]. Beijing: China Machine Press,2005.

[5] Sanjit K Mitra. Digital Signal Processing: A Computer-Based Approach[M]. 2nd ed. Beijing: Tsinghua University Press,2001.

作者简介:

石 荣(1974—),男,重庆人,2004 年获博士学位,现为高级工程师,主要研究方向为电子对抗、通信与雷达系统;

SHI Rong was born in Chongqing, in 1974. He received the Ph.D. degree from University of Electronic Science and Technology of China in 2004. He is now a senior engineer. His research interests include electronic warfare, communication and radar system.

Email: wyx1719@sina.com

胡来招(1945—),男,浙江绍兴人,研究员,电子对抗国防重点实验室学术委员会主任,主要研究方向为电子对抗、信号与信息分析。

HU Lai-zhao was born in Shaoxin, Zhejiang Province, in 1945. He is now a senior engineer of professor and also the director of Academic Committee in Electronic Warfare Defense Key Laboratory. His research interests include electronic warfare, signal and information analysis.