

文章编号: 1001-893X(2011)05-0033-04

混沌时间序列预测的改进型加权一阶局域法^{*}

钱 锋, 王可人, 冯 辉, 金 虎

(解放军电子工程学院, 合肥 230037)

摘 要:提出了一种用于混沌时间序列预测的改进型加权一阶局域法。用衰减系数对分维指数加权一阶局域法的向量距离公式进行修正, 调节邻近点与中心点的相关性, 也调节了同一邻近点的各个分量和中心点的最后一个分量的关联程度。利用该方法对 Logistic 混沌时间序列进行预测的结果表明, 衰减系数取最佳值时, 相对于现有算法, 该方法可以更精确地预测混沌时间序列。

关键词:混沌时间序列; 预测模型; 加权一阶局域法; 衰减系数

中图分类号: TN914; O415.5 **文献标识码:** A doi: 10.3969/j.issn.1001-893x.2011.05.007

An Improved Adding-weight One-rank Local-region Method for Prediction of Chaotic Time Series

QIAN Feng, WANG Ke-ren, FENG Hui, JIN Hu

(Electronic Engineering Institute, Hefei 230037, China)

Abstract: This paper proposes an improved adding-weight one-rank local-region method for prediction of chaotic time series. An attenuation coefficient is applied to amend the vector distance formula of the dimension-exponent adding-weight one-rank local-region method. The attenuation coefficient not only adjusts different relevance of each adjacent point and the center point, but also adjusts the correlation between each dimension of the same phase point and the last dimension of the center point. The Logistic chaotic time series are forecasted using the improved method, and simulation results show that the prediction accuracy is improved with the optimal attenuation coefficient in the proposed method compared with the original one.

Key words: chaotic time series; prediction model; adding-weight one-rank local-region method; attenuation coefficient

1 引 言

混沌时间序列预测已经成为一个非常重要的研究方向, 并在天气预报、电力负荷预测调度、信号处理、边坡位移、自动控制、电子对抗等领域中得到了广泛应用^[1-2]。

用相空间重构^[3-5]来预测时间序列有多种方法, 根据拟合相空间中吸引子的方式可分为全域法和局域法两种。全域法是将轨迹中的全部点作为拟合对象, 找出其规律, 由此预测轨迹的走向。局域法

是将相空间轨迹的最后一点作为中心, 把离中心点最近的若干轨迹点作为相关点, 然后对这些相关点作出拟合, 再估计轨迹下一点的走向, 最后从预测出的轨迹点的坐标中分离出所需要的预测值。

吕金虎等人^[6]提出了用加权一阶局域法进行点预测, 在电力系统短期负荷预测中有较好的应用。由于引进了权值, 加权一阶局域法有较好的自适应能力和较高的预测精度, 在交通流量预测^[7]、谐波电流预测^[8]、低压电力线信道噪声预测^[9]等方面也得到了成功应用。文献^[10]分析了基于欧氏距离局域预测法存在的缺点, 以关联度代替欧氏距离定义权

^{*} 收稿日期: 2011-03-04; 修回日期: 2011-04-06

重,在一定程度上克服了欧氏距离不能完全反映最邻近点与预测中心点之间关联程度的缺点。文献[9]基于邻近点的各分量对预测的影响依其时间延迟呈 Lyapunov 指数衰减的思想,对欧氏距离公式进行修改,提出分维指数加权一阶局域法。修正后的距离公式体现了各相点与中心点的相关性,其方法相对于加权一阶局域法在预测精度上有明显提高,而且时间序列的混沌性越强,嵌入维数越大,改进效果越明显。

本文在文献[9]的基础上从修正的向量距离公式中消除最大 Lyapunov 指数,引入衰减系数 β ,对具有指数形式的衰减因子进行修正,修正后的向量距离公式能够更好地体现相点的不同分量对预测的影响程度。通过调节衰减系数的大小,可以调节各相点与中心点的相关性,进一步优化邻近点的选取,使得每个邻近点对应的权值能更好地体现邻近点对预测的贡献,进而提高预测性能。通过数值仿真发现,衰减系数取最佳值 β_{opt} 时,本文方法的预测效果明显优于文献[9]的预测效果。另外,本文方法不需要计算最大 Lyapunov 指数,不仅节省了计算时间,而且大大减少了计算时所需的存储空间。

2 算法介绍

加权一阶局域法一般包括重构相空间、选取邻近点、计算预测模型的参数、预测计算 4 个步骤。

2.1 重构相空间

在重构相空间中,时间延迟 τ 和嵌入维数 m 的选取具有十分重要的意义。本文采用互信息法计算时间延迟 τ ,由 G-P 算法计算时间序列的关联维数 d ,再由 Takens 定理选定嵌入维数 m ,于是时间序列 $x_i(i=1,2,\cdots,N)$ 的相空间可以表示为

$$\mathbf{X}_t = (x_t, x_{t+\tau}, \cdots, x_{t+(m-1)\tau}) \quad (1)$$

式中, $t=1,2,\cdots,M; M=N-(m-1)\tau$ 。

2.2 选取邻近点

设中心点 $\mathbf{X}_l$ 的 k 个最邻近点为 $\mathbf{X}_{li}(i=1,2,\cdots,k)$,并且到 $\mathbf{X}_l$ 的距离为 d_i ,设 d_m 是 d_i 中最小值,定义点 $\mathbf{X}_{li}$ 的权值为

$$P_i = \frac{e^{-c(d_i-d_m)}}{\sum_{i=1}^k e^{-c(d_i-d_m)}} \quad (2)$$

式中, c 为参数,一般取 $c=1$ 。

文献[9]在文献[6]方法的基础上提出分维指数加权一阶局域法,用表征混沌系统轨道发散快慢的最大 Lyapunov 指数和邻近点的各维所对应的时间延迟的乘积作为幂,构造一个指数形式的衰减因子对欧氏距离公式进行修改。本文引入衰减系数 β 替换原向量距离公式中的最大 Lyapunov 指数 λ_1 ,于是向量距离公式修改为

$$d_i = \left[\sum_{j=1}^m e^{-\beta(m-j)\tau} (x_{li+(j-1)\tau} - x_{l+(j-1)\tau})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

式中, $x_{l+(j-1)\tau}$ 为中心点 $\mathbf{X}_l$ 的第 j 个分量, $x_{li+(j-1)\tau}$ 为第 i 个邻近点 $\mathbf{X}_{li}$ 的第 j 个分量。

式(3)中的衰减系数 β 和文献[9]中修正的向量距离公式中的最大 Lyapunov 指数相比,不再是一个固定的参数,它的引入使得各相点与中心点的距离相关性可以调节,也调节了同一邻近点的各个分量和中心点的最后一个分量的关联程度,进而影响邻近点的选取,使得每个邻近点对应的权值能更好地体现邻近点对预测的贡献。

2.3 计算预测模型的参数

一阶加权局域线性拟合为

$$\mathbf{X}_{li+1} = a \cdot \mathbf{e} + b \cdot \mathbf{X}_{li} \quad (4)$$

式中, m 维向量 $\mathbf{e} = (1,1,\cdots,1)^T$, a 和 b 为拟合所需的实系数, $\mathbf{X}_{li+1}$ 是 $\mathbf{X}_{li}$ 一步演化后的相点。应用加权最小二乘法有:

$$\sum_{i=1}^k P_i \sum_{j=1}^m (x_{li+1+(j-1)\tau} - a - bx_{li+(j-1)\tau})^2 = \min \quad (5)$$

将上式看作是未知数 a 和 b 的二元函数,两边求偏导并令偏导数为零,得到一个方程组:

$$\begin{cases} ma + b \sum_{i=1}^k P_i \sum_{j=1}^m x_{li+(j-1)\tau} = \sum_{i=1}^k P_i \sum_{j=1}^m x_{li+1+(j-1)\tau} \\ a \sum_{i=1}^k P_i \sum_{j=1}^m x_{li+(j-1)\tau} + b \sum_{i=1}^k P_i \sum_{j=1}^m x_{li+1+(j-1)\tau}^2 = \sum_{i=1}^k P_i \sum_{j=1}^m x_{li+(j-1)\tau} x_{li+1+(j-1)\tau} \end{cases} \quad (6)$$

解此方程组确定 a 和 b 的值。

2.4 预测计算

中心点 $\mathbf{X}_l$ 的一步预测相点 $\mathbf{X}_{l+1} = a \cdot \mathbf{e} + b \cdot \mathbf{X}_l$, 代入 a 和 b 的值得到预测模型为

$$x_{l+1+(m-1)\tau} = a + bx_{l+(m-1)\tau} \quad (7)$$

式中,中心点 $\mathbf{X}_l$ 的一步预测向量 $\mathbf{X}_{l+1}$ 的第 m 维分量 $x_{l+1+(m-1)\tau}$ 即为时间序列下一时刻的预测值。

3 实验仿真研究

为了检验算法的效果,本文取如下数据进行研究。用 Logistic 映射 $x(n+1)=\mu x(n)[1-x(n)]$ 按照表 1 分别选取不同参数 μ 生成 4 组混沌时间序列^[9],迭代初始值均为 0.4,重构相空间后每组数据 2 600 个相点,前 400 个相点舍弃,中间 2 000 个相点构成训练集,根据公式(3)从中选取距中心点最近的 $m+1$ 个最邻近点,最后 200 个点用来预测,即校验集。

表 1 4 组数据的参数 μ 及混沌特征参数
Table 1 Different μ and the chaos characteristic parameters of 4 groups data

数据	μ	m	τ	λ_1	β_{opt}
1	3.70	21	21	0.022 0	0.247 1
2	3.72	21	17	0.064 7	0.145 9
3	3.92	10	16	0.414 5	0.557 7
4	3.93	8	14	0.558 7	0.227 6

模型预测性能评价标准采用相对误差 e_r ,其定义为

$$e_r = \frac{\sum_{i=1}^N [x(i) - \hat{x}(i)]^2}{\sum_{i=1}^N x^2(i)}$$

(8)

式中, $\hat{x}(i)$ 为预测值, $x(i)$ 为真实值, N 为预测点个数。

为了便于分析衰减系数 β 对预测性能的影响效果,本文在衰减系数 β 的不同取值情况下,分别计算了 4 组 Logistic 映射时间序列的预测相对误差,得到了如图 1 和图 2 所示的关系曲线。

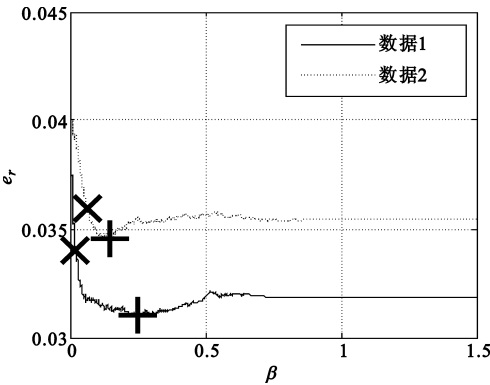


图 1 相对误差与衰减系数的关系
Fig. 1 Relative error changes with the attenuation coefficient

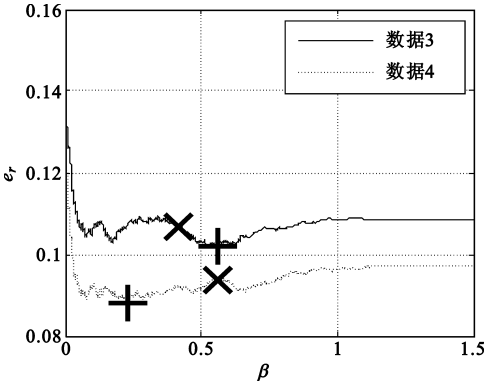


图 2 相对误差与衰减系数的关系
Fig. 2 Relative error changes with the attenuation coefficient

在图 1 和图 2 中,“x”表示衰减系数 $\beta=\lambda_1$ 时的预测误差,“+”表示相对误差曲线的最低点,此时的衰减系数即最佳值 β_{opt} ,如表 1 所示。衰减系数 $\beta=0$ 时,本文方法等效为常规加权一阶局域法;衰减系数 $\beta=\lambda_1$ 时,本文方法等效为分维指数加权一阶局域法。可以看出,通过适当选择衰减系数 β 的取值,可以选取与中心点相关性大的邻近点,进一步突出预测贡献大的分量所占的比重,从而提高预测精度。

同时还可以看出,衰减系数最佳值 β_{opt} 和最大 Lyapunov 指数之间并不存在某种明确的数学关系。最大 Lyapunov 指数表示的是系统全体轨道在无穷多步演化条件下的平均发散程度。最大 Lyapunov 指数不适合直接使用在式(3)中来衡量邻近点和中心点的相关性。另外,衰减系数 $\beta \rightarrow +\infty$ 时,相对误差曲线会逐步收敛,此时公式(3)体现的距离相关性几乎只与相点的最后一个分量有关,其它延迟分量对权值 P_i 的影响全部被忽略,即舍弃了可供利用的大量有用信息,将不可避免地使得相对误差趋向某个极限值,而非最佳值。

当衰减系数取 β_{opt} 时,用本文方法和文献[9]方法对上述 4 组数据分别进行预测,相对误差如表 2 所示。可以看出,本文方法的预测效果更好。

表 2 文献[9]方法和本文方法的预测相对误差对比
Table 2 Prediction error comparison between the improved method and the original one

数据	预测相对误差	
	文献[9]方法	本文方法
1	0.033 92	0.031 01
2	0.035 94	0.034 58
3	0.107 10	0.101 97
4	0.093 69	0.088 00

4 结 论

对混沌时间序列重构相空间后,预测值为预测向量的最后一个分量,它与邻近点的最后一个分量的相关性最大,与其它延迟分量的相关性随各分量对应的时间延迟而衰减。仿真研究表明,最大 Lyapunov 指数不适合直接使用在文献[9]构造的向量距离公式中衡量邻近点和中心点的相关性。本文引入衰减系数 β , 替换其向量距离公式中的最大 Lyapunov 指数,调节各邻近相点与中心点的距离相关性,也调节了同一邻近点的各个分量和中心点的最后一个分量的关联程度,因此,本文模型可以更精确地预测混沌时间序列。

参考文献:

- [1] Vinay Varadan, Henry Leung, Elai Bosse. Dynamical model reconstruction and accurate prediction of power - pool time series[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2006, 55(1): 327 - 336.
- [2] 甘建超,肖先赐. 基于相空间邻域的混沌时间序列自适应预测滤波器(I)线性自适应滤波[J]. 物理学报, 2003, 52(5): 1096 - 1101.
GAN Jian - chao, XIAO Xian - ci. Adaptive predict - filter of chaotic time series constructed based on the neighborhood in the reconstructed phase space (I) linear adaptive filter[J]. Acta Physica Sinica, 2003, 52(5): 1096 - 1101. (in Chinese)
- [3] Takens F Mane. Detecting strange attractors in fluid turbulence[M]. Berlin: Springer, 1981.
- [4] 马军海,陈予恕,刘曾荣. 动力系统实测数据的非线性混沌模型重构. 应用数学和力学, 1999, 20(11): 1128 - 1134.
MA Jun - hai, CHEN Yu - shu, LIU Zeng - rong. The non - linear chaotic model reconstruction for the experimental data obtained from different dynamic system[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 1999, 20(11): 1128 - 1134. (in Chinese)
- [5] 陈国华,马军海,盛昭瀚. 动力系统实测数据相空间重构的改进方法. 东南大学学报, 2000, 30(1): 16 - 21.
CHEN Guo - hua, MA Jun - hai, SHENG Zhao - han. A new algorithm of the phase space reconstruction for the data obtained in dynamical systems[J]. Journal of Southeast University (Natural Science Edition), 2000, 30(1): 16 - 21. (in Chinese)
- [6] 吕金虎,张锁春. 加权一阶局域法在电力系统短期负荷预测中的应用[J]. 控制理论与应用, 2002, 19(5): 767 - 770.
LV Jin - hu, ZHANG Suo - chun. Application of adding - weight one - rank local - region method in electric power system short - term load forecast[J]. Control Theory and Applications, 2002, 19(5): 767 - 770. (in Chinese)
- [7] 董超俊,刘智勇,邱祖廉. 基于混沌理论的交通量实

时预测[J]. 信息与控制, 2004, 33(5): 518 - 522.

DONG Chao - jun, LIU Zhi - yong, QIU Zu - lian. Prediction of traffic flow in real - time based on chaos theory[J]. Information and Control, 2004, 33(5): 518 - 522. (in Chinese)

- [8] 李圣清,周有庆,朱英浩,等. 基于加权一阶局域理论的综合电力滤波器谐波电流预测方法[J]. 中国电机工程学报, 2004, 24(6): 19 - 23.
LI Sheng - qing, ZHOU You - qing, ZHU Ying - hao, et al. Harmonic current prediction method of combined power filter system based on weighted first - order local area theory[J]. Proceedings of the CSEE, 2004, 24(6): 19 - 23. (in Chinese)
- [9] 王振朝,赵晨,张士兵,等. 用于混沌时间序列预测的分维指数加权一阶局域算法[J]. 电测与仪表, 2010, 47(5): 12 - 15.
WANG Zhen - chao, ZHAO Chen, ZHANG Shi - bing, et al. Dimension - exponent Adding - weight One - rank Local - region Method for Prediction of Chaotic Time Series[J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2010, 47(5): 12 - 15. (in Chinese)
- [10] 岳毅宏,韩文秀,张伟波. 基于关联度的混沌序列局域加权线性回归预测法[J]. 中国电机工程学报, 2004, 24(11): 17 - 20.
YUE Yi - hong, HAN Wen - xiu, ZHANG Wei - bo. Local adding - weight linear regression forecasting method of chaotic series based on degree of incidence[J]. Proceedings of the CSEE, 2004, 24(11): 17 - 20. (in Chinese)

作者简介:

钱 锋(1981—),男,江苏姜堰人,2006年获硕士学位,现为博士研究生,主要研究方向为混沌理论及其应用;

QIAN Feng was born in Jiangyan, Jiangsu Province, in 1981. He received the M.S. degree in 2006. He is currently working toward the Ph.D. degree. His research concerns chaos theory and applications.

Email: qian_fn@126.com

王可人(1957—),男,江苏镇江人,1986年获硕士学位,现为教授、博士生导师,主要研究方向为现代通信理论与技术、非线性理论与应用;

WANG Ke - ren was born in Zhenjiang, Jiangsu Province, in 1957. He received the M.S. degree in 1986. He is now a professor and also the Ph.D. supervisor. His research interests include modern communication theory and techniques, nonlinear theory and applications.

冯 辉(1978—),男,山东荣成人,2009年获博士学位,现为讲师,主要研究方向为盲信号处理;

FENG Hui was born in Rongcheng, Shandong Province, in 1978. He received the Ph.D. degree in 2009. He is now a lecturer. His research direction is blind signal processing.

金 虎(1974—),男,安徽潜山人,2006年获博士学位,现为讲师,主要研究方向为信号处理、非线性理论与应用。

JIN Hu was born in Qianshan, Anhui Province, in 1974. He received the Ph.D. degree in 2006. He is now a lecturer. His research interests include blind signal processing, nonlinear theory and applications.