

文章编号: 1001-893X(2011)01-0035-05

多星测控中波达方向估计传播因子虚拟 ESPRIT 算法^{*}

马可铎¹, 刘海颖², 王惠南¹

(1. 南京航空航天大学 航天学院, 南京 210016; 2. 南京航空航天大学 高新技术研究院, 南京 210016)

摘 要: 针对多星测控中涉及的阵列天线信号波达方向估计问题, 给出了一种新的基于传播因子的二维波达方向估计(2D-DOA)算法——传播因子虚拟 ESPRIT 算法(PMV-ESPRIT)。传统的虚拟 ESPRIT 算法需要对互相关矩阵进行特征值分解(EVD)或对数据接收矩阵进行奇异值分解(SVD), 因此其运算量较大。而新算法基于传播因子方向向量分割的线性运算对传统算法做了进一步改进, 其运算量明显降低, 且具有更高的信号波达方向测向精度。仿真实验结果表明了 PMV-ESPRIT 算法的有效性和可行性。

关键词: 多星测控; 二维波达方向; 传播因子虚拟 ESPRIT 算法; 阵列天线

中图分类号: TN911.7 **文献标识码:** A doi:10.3969/j.issn.1001-893x.2011.01.008

Propagator Method Virtual ESPRIT Algorithm for DOA Estimation in Multi-satellite TT&C

MA Ke-xin¹, LIU Hai-ying², WANG Hui-nan¹

(1. College of Astronautics, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;
2. Academy of Frontier Science, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: A Propagator Method Virtual ESPRIT (PMV-ESPRIT) algorithm is proposed for the 2-D direction of arrival(2D-DOA) estimation of antenna array in the multi-satellite TT&C. The conventional Virtual ESPRIT algorithm requires either the eigen-value decomposition (EVD) of the cross-correlation matrix or singular value decomposition (SVD) of the received data matrix, therefore, the computational load is very heavy. However, this new algorithm improves conventional algorithm based on PM steering vectors parting linear operation, so it not only has a significantly lower computational complexity than the Virtual ESPRIT, but also is apparently more precise in the calculation result of the signal arrival direction. Simulation results verify effectiveness and feasibility of the proposed PMV-ESPRIT algorithm.

Key words: multi-satellite TT&C; 2D-DOA estimation; PMV-ESPRIT algorithm; antenna array

1 引 言

对卫星星座系统或编队飞行系统来说, 多星测控日益成为航天测控领域的一个突出问题。解决多

星测控问题具体措施包括多天线方式和多波束天线方法, 而在两种方法中对信号波达方向的估计都起着至关重要的作用^[1-4]。对于波达方向估计问题, 国内外已提出了一些方法, 其中文献[5]提到的 ESPRIT 算法是一个具有良好估计性能的代表性方法,

^{*} 收稿日期: 2010-09-29; 修回日期: 2010-11-08

基金项目: 南京航空航天大学基本科研专项资助项目(2010219); 国家自然科学基金资助项目(60974107)

Foundation Item: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics Science Research Fund(No. 2010219); The National Natural Science Foundation of China (No. 60974107)

此方法被后续作者广为研究和引用。考虑远场空间情况下,信号二维波达方向估计是至关重要的。文献[6]采用虚拟波达方向矩阵给出了一种在低信噪比条件下更具优势的改进二维 ESPRIT 算法。文献[7]通过对二维虚拟 ESPRIT 信号参量估计算法的分析,提出了一种快速算法。可以看出,虽然二维虚拟 ESPRIT 算法对子阵列内部结构要求低,但在进行波达方向估计时总是避免不了其运算量非常大的问题。文献[8-10]提到将传播因子(PM)方法应用到传统二维波达方向估计算法中,获得了良好的效果。传播因子算法是一种基于方向向量(Steering Vectors)分割的线性运算,其显著优点是可以克服运算量大的瓶颈,实现对二维点信号的波达方向估计。

借鉴传播因子算法本身所具有的优势,本文给出了一种新的虚拟 ESPRIT 算法——传播因子虚拟 ESPRIT 算法(PMV-ESPRIT),此算法不需进行特征值分解和奇异值分解,运算量明显降低,且对信号波达方向的测向精度更高。

2 算法原理及分析

2.1 线性平行阵列系统信号模型^[6,10]

本文采用的阵列系统由 3 个相互平行的线性子阵列组成,如图 1 所示,这 3 个子阵列分别称为 X_0 、 Y_1 和 Y_2 。每个子阵列有 P 个阵元,组成 P 个三元组,两相邻阵元沿 x 轴的间距均为 d_x ,两相邻子阵的间距均为 d_y 。假设有 K 个不相关的窄带源信号入射该阵列系统,且第 k 个源信号入射的方位角和俯仰角分别为 θ_k 和 φ_k ($\theta_k \in [-\pi, \pi]$, $\varphi_k \in [0, \pi/2]$; $k = 1, 2, 3, \dots, K$)。

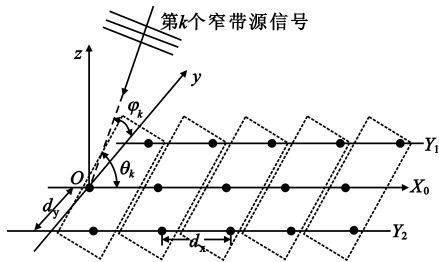


图 1 三元组线性平行阵列系统
Fig.1 Triple parallel linear array system

各阵元输出噪声是统计独立、均值为 0 和方差为 σ^2 的加性高斯白噪声,且噪声与信号不相关。3 个子阵列 X_0 、 Y_1 和 Y_2 上的观测信号矢量表达式为

$$\mathbf{X}_0(t) = \mathbf{A}\mathbf{S}(t) + \mathbf{N}_0(t) \quad (1)$$

$$\mathbf{Y}_1(t) = \mathbf{A}\Phi_1\mathbf{S}(t) + \mathbf{N}_1(t) \quad (2)$$

$$\mathbf{Y}_2(t) = \mathbf{A}\Phi_2\mathbf{S}(t) + \mathbf{N}_2(t) \quad (3)$$

式中, $\mathbf{X}_0(t)$ 、 $\mathbf{Y}_1(t)$ 和 $\mathbf{Y}_2(t)$ 分别为子阵 $\mathbf{X}_0$ 、 $\mathbf{Y}_1$ 和 $\mathbf{Y}_2$ 上 $P \times 1$ 阶接收向量:

$$\mathbf{X}_0(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_P(t)]^T \quad (4)$$

$$\mathbf{Y}_i(t) = [y_{i,1}(t), y_{i,2}(t), \dots, y_{i,P}(t)]^T, i = 1, 2 \quad (5)$$

$\mathbf{N}_0(t)$ 、 $\mathbf{N}_1(t)$ 、 $\mathbf{N}_2(t)$ 分别为子阵 $\mathbf{X}_0$ 、 $\mathbf{Y}_1$ 和 $\mathbf{Y}_2$ 上 $P \times 1$ 阶噪声向量:

$$\mathbf{N}_i(t) = [n_{i,1}(t), n_{i,2}(t), \dots, n_{i,P}(t)]^T, i = 0, 1, 2 \quad (6)$$

$\mathbf{S}(t)$ 为 $K \times 1$ 阶信号向量:

$$\mathbf{S}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_K(t)]^T \quad (7)$$

$\mathbf{A}$ 为 $P \times K$ 阶的方向矩阵:

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_K)] \quad (8)$$

其第 k 列 $\mathbf{a}(\theta_k)$ 为 $P \times 1$ 阶的方向向量,且:

$$\mathbf{a}(\theta_k) = [1, \exp(j2\pi d_x \cos \theta_k / \lambda), \dots, \exp(j2\pi (P-1) d_x \cos \theta_k / \lambda)]^T \quad (9)$$

Φ_1 和 Φ_2 是 $K \times K$ 阶的对角矩阵,包含了方位角和俯仰角的信息,有:

$$m_i = j2\pi / \lambda (d_x \cos \varphi_i + d_y \cos \theta_i)$$

$$n_i = j2\pi / \lambda (d_x \cos \varphi_i - d_y \cos \theta_i)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, K$$

$$\Phi_1 = \text{diag}(\exp(m_1), \exp(m_2), \dots, \exp(m_K)) \quad (10)$$

$$\Phi_2 = \text{diag}(\exp(n_1), \exp(n_2), \dots, \exp(n_K)) \quad (11)$$

式(10)、(11)在指数上包含方位角和俯仰角信息,为将其分离,设 $\mathbf{Y}(t) = (\mathbf{Y}_1(t) + \mathbf{Y}_2(t)) / \sqrt{2}$,有:

$$\mathbf{Y}(t) = \mathbf{A}\Phi\mathbf{S}(t) + \mathbf{N}_Y(t) \quad (12)$$

式中, Φ 为 $K \times K$ 阶虚拟旋转对角矩阵, $\mathbf{N}_Y(t)$ 为虚拟噪声向量,且:

$$p_i = \cos(2\pi d_y \cos \theta_i / \lambda)$$

$$q_i = \exp(j2\pi d_x \cos \varphi_i / \lambda)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, K$$

$$\Phi = \sqrt{2} \text{diag}(p_1 q_1, p_2 q_2, \dots, p_K q_K) \quad (13)$$

$$\mathbf{N}_Y(t) = (\mathbf{N}_1(t) + \mathbf{N}_2(t)) / \sqrt{2} \quad (14)$$

从式(13)可以看出,方位角 θ 的信息在对角元的幅值上,对应的俯仰角 φ 的信息在其相位上。

2.2 PMV-ESPRIT 算法

虚拟 ESPRIT 算法采用了三元组天线阵列配置方法,而非传统的 ESPRIT 算法中的二元组配置^[8]。

这种三元组配置可以将二维波达方向估计问题转换到一维进行处理。但这种方式沿袭了传统的 ESPRIT 算法思想,故其计算复杂度为 $O(P^3 + 2P^2L)$ 。考虑到传播因子算法^[8-10]不需要对互相关矩阵进行 EVD 和对数据接收矩阵进行 SVD 就可以实现对二维点信号的波达方向估计,且它是基于方向向量分割的线性运算,故其计算复杂度显著降低,进行二维估计时其计算复杂度仅为 $O(2PLK)$ 。当然,传播因子算法也有元组匹配等问题,这里将不作讨论。利用传播因子(PM)算法的优势,将其思想应用到虚拟 ESPRIT 算法中,下面给出新颖的 PMV - ESPRIT 算法,其复杂度仅为 $O(2PLK)$,运算量大为降低,且测向精度更高。

将阵列方向矩阵 $\mathbf{A}$ 进行如下形式分割^[8-10]:

$$\mathbf{A} = [\mathbf{A}_1^T \quad \mathbf{A}_2^T]^T \quad (15)$$

式中, $\mathbf{A}_1$ 和 $\mathbf{A}_2$ 为子矩阵,分别为 $K \times K$ 阶和 $(P - K) \times K$ 阶。将传播因子算法应用到式(1)、(12),并记 $\mathbf{M}$ 为

$$\mathbf{M} = [\mathbf{A}^T \quad (\mathbf{A}\Phi)^T]^T \quad (16)$$

对 $\mathbf{M}$ 采用相似的方式进行分割,可得:

$$\mathbf{M} = [\mathbf{A}_1^T \quad \mathbf{M}_1^T]^T \quad (17)$$

其中:

$$\mathbf{M}_1 = [\mathbf{A}_2^T \quad (\mathbf{A}_1\Phi)^T \quad (\mathbf{A}_2\Phi)^T]^T \quad (18)$$

假设 $\mathbf{A}_1$ 为非奇异矩阵,传播因子 P 为线性运算,传播因子可以写为如下形式:

$$\mathbf{P}^H \mathbf{A}_1 = \mathbf{M}_1 \quad (19)$$

式中, H 为 Hermitian 算子。假设 $\mathbf{f}(t)$ 为 $2P \times 1$ 维快照数据向量, $\mathbf{G}$ 为包含 L 快照数的 $2P \times L$ 维数据矩阵,对应有如下形式:

$$\mathbf{f}(t) = [\mathbf{X}^T(t) \quad \mathbf{Y}^T(t)]^T, t = 1, 2, 3, \dots, L \quad (20)$$

$$\mathbf{G} = [\mathbf{f}(1), \mathbf{f}(2), \dots, \mathbf{f}(L)] \quad (21)$$

所以, $2P \times 2P$ 维的交叉谱矩阵可以写为

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{L} \mathbf{G} \mathbf{G}^H = \frac{1}{L} \sum_{t=1}^L \mathbf{f}(t) \mathbf{f}(t)^H \quad (22)$$

分别对数据矩阵 $\mathbf{G}$ 和交叉谱矩阵 $\hat{\mathbf{R}}$ 进行分割,对应有如下形式:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_1 \\ \mathbf{G}_2 \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$\hat{\mathbf{R}} = [\mathbf{F} \quad \mathbf{J}] \quad (24)$$

式中, $\mathbf{G}_1$ 和 $\mathbf{G}_2$ 分别为 $K \times L$ 和 $(2P - K) \times L$ 维子矩阵, $\mathbf{F}$ 和 $\mathbf{J}$ 分别为 $2P \times K$ 和 $2P \times (2P - K)$ 维子矩阵。

记 $\hat{\mathbf{P}}_d$ 和 $\hat{\mathbf{P}}_c$ 对应为数据矩阵 $\mathbf{G}$ 和交叉谱矩阵 $\hat{\mathbf{R}}$

的 $K \times (2P - K)$ 和 $K \times (2P - K)$ 维传播因子估计矩阵。将最小二乘法应用于式(23)、(24)可得到最优的传播因子估计矩阵:

$$\hat{\mathbf{P}}_d = (\mathbf{G}_1 \mathbf{G}_1^H)^{-1} \mathbf{G}_1 \mathbf{G}_2^H \quad (25)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_c = (\mathbf{F}^H \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^H \mathbf{J} \quad (26)$$

且有 $\hat{\mathbf{P}}_c$ (或 $\hat{\mathbf{P}}_d$) 可以被分割为

$$\hat{\mathbf{P}}_c^H = [\hat{\mathbf{P}}_1^T \quad \hat{\mathbf{P}}_2^T \quad \hat{\mathbf{P}}_3^T]^T \quad (27)$$

式中, $\hat{\mathbf{P}}_1$ 、 $\hat{\mathbf{P}}_2$ 和 $\hat{\mathbf{P}}_3$ 的维数与 $\mathbf{A}_2$ 、 $\mathbf{A}_1\Phi$ 和 $\mathbf{A}_2\Phi$ 的维数对应相等。根据式(19),结合式(18)和式(27),可得到以下方程式:

$$\hat{\mathbf{P}}_1 \mathbf{A}_1 = \mathbf{A}_2 \quad (28)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_2 \mathbf{A}_1 = \mathbf{A}_1 \Phi \quad (29)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_3 \mathbf{A}_1 = \mathbf{A}_2 \Phi \quad (30)$$

式中,式(28)和式(30)可用来确定 Φ ,采用如下对式(29)求 $\hat{\mathbf{P}}_2$ 的特征值的方法:

$$\hat{\mathbf{P}}_3 \hat{\mathbf{P}}_1^\# \mathbf{A}_2 = \mathbf{A}_2 \Phi \quad (31)$$

式中, $\#$ 表示伪逆。这意味着可通过确定 $\hat{\mathbf{P}}_3 \hat{\mathbf{P}}_1^\#$ 的 K 个特征值来进行矩阵 Φ 的对角元估计。 $\hat{\mathbf{P}}_3 \hat{\mathbf{P}}_1^\#$ 为 $K \times K$ 维,小于 $\hat{\mathbf{R}}$ 矩阵的维数,被用于 ESPRIT 或虚拟 ESPRIT 算法中的特征值分解。

采用特征值因式分解, $\hat{\mathbf{P}}_3 \hat{\mathbf{P}}_1^\#$ 有如下形式:

$$\hat{\mathbf{P}}_3 \hat{\mathbf{P}}_1^\# = \mathbf{V}_e \Phi \mathbf{V}_e^{-1} \quad (32)$$

式中, $\mathbf{V}_e$ 为特征值向量矩阵, Φ 为对角元为 $\hat{\mathbf{P}}_3 \hat{\mathbf{P}}_1^\#$ 的特征值的对角线矩阵。通过式(13),采用如下形式可求得各源信号的方位角 θ_k 和俯仰角 φ_k :

$$\hat{\theta}_k = \arccos \left[\frac{\lambda}{2\pi d_y} \cos^{-1} \left[\frac{am(\Phi)_{k,k}}{\sqrt{2}} \right] \right] \quad (33)$$

$$\hat{\varphi}_k = \arccos \left[\frac{\lambda}{2\pi d_x} ph(\Phi)_{k,k} \right] \quad (34)$$

式中, $am(\Phi)_{k,k}$ 和 $ph(\Phi)_{k,k}$ 分别为 Φ 的对角元幅值和相位。

3 仿真结果及分析

在一定的初始条件下对 PMV - ESPRIT 算法和传统的 V - ESPRIT 算法进行性能仿真对比。假设每个子阵列有 5 个阵元,即 $P = 5$,如图 1 所示。不相关的信号源数 $K = 2$,二维波达方向分别为 $(\theta_1, \varphi_1) = (25^\circ, 55^\circ)$ 和 $(\theta_2, \varphi_2) = (55^\circ, 25^\circ)$,且两相邻阵元沿 x 轴的间距均为 $d_x = \lambda/2$,两相邻子阵的间距均为 $d_y = \lambda/4$,快拍数 $L = 200$,运算次数为 1 000 次。

图 2 和图 3 显示了信号源一在两种算法中信噪比变化时 DOA 估计误差的标准差曲线。

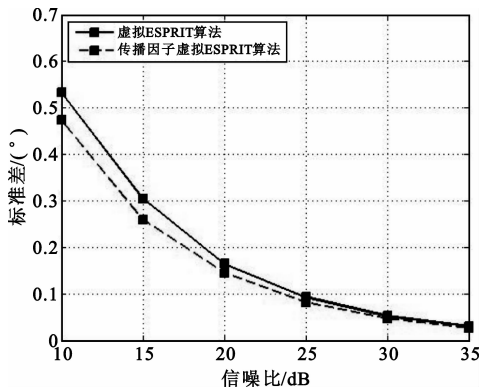


图2 信源一中方位角为 25°,信噪比变化时两种算法估计误差的标准差对比曲线
Fig.2 Standard deviation versus SNR for azimuth angle 25 degrees for Source 1 for the two algorithms

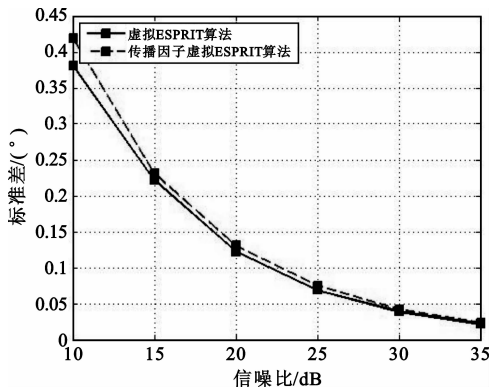


图4 信源二中方位角为 55°,信噪比变化时两种算法估计误差的标准差对比曲线
Fig.4 Standard deviation versus SNR for azimuth angle 55 degrees for Source 2 for the two algorithms

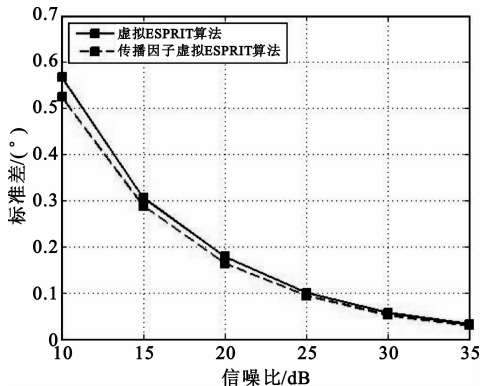


图3 信源一中俯仰角为 55°,信噪比变化时两种算法估计误差的标准差对比曲线
Fig.3 Standard deviation versus SNR for elevation angle 55 degrees for Source 1 for the two algorithms

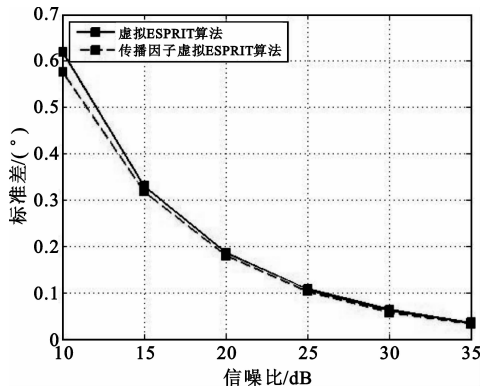


图5 信源二中俯仰角为 25°,信噪比变化时两种算法估计误差的标准差对比曲线
Fig.5 Standard deviation versus SNR for elevation angle 25 degrees for Source 2 for the two algorithms

从图2可以看出,两种不同算法进行方位角估计,当信噪比从10 dB增加到35 dB时,标准差呈减小趋势,从0.5°附近下降到0.03°附近。从图3可以看出两种算法进行俯仰角估计时,得到大致相同的结果,标准差呈减小趋势,从0.55°附近下降到0.03°附近。即当信噪比提高时,估计精度也随之提高。同时,两幅图中新算法曲线较传统算法曲线在对于同一信噪比时对应的标准差更小,当信噪比逐渐增大到35 dB时标准差趋于相同。这充分说明了本文所给出的传播因子虚拟 ESPRIT 算法较传统的虚拟 ESPRIT 算法对方位角 θ 和俯仰角 φ 估计的精度更高,且计算复杂度较之明显降低。

图4和图5显示了信号源二在两种算法中信噪比变化时 DOA 估计误差的标准差曲线图。

从图4和图5可以看出,当信源二的方位角 θ 和俯仰角 φ 取值和信源一正好相反时,能得到与图2和图3类似的结论。值得注意的是,图4中新算法曲线较传统算法曲线在同一信噪比时对应的标准差稍稍偏大,结合信源一方位角估计结果可看出,当方位角逐渐增大时采用新算法进行估计,其标准差有增大趋势,但相比于此新算法可以明显减少计算复杂度来说是完全可以接受的,这也充分说明了此算法的有效性。

4 结 论

本文利用传播因子算法,给出了一种新的用于多星测控时波达方向估计虚拟 ESPRIT 算法——传播因子虚拟 ESPRIT 算法,并将本文的方法与传统方法进行比较,仿真结果表明该新算法是有效和可行的。

随着现代航天技术的迅速发展,对于卫星星座系统来说,多星测控日益成为航天测控领域的一个突出问题。故将此 DOA 算法应用于单站进行多星测控的实际测控任务中,将显示其优越性。

参考文献:

- [1] Palanisamy P, Kalyanasundaram N, Raghunandan A. A New DOA Estimation Algorithm for Wideband Signals in the Presence of Unknown Spatially Correlated Noise[J]. Signal Processing, 2009, 89(10): 1921 – 1931.
- [2] LIU Jian, HUANG Zhi – tao, ZHOU Yi – gu. Extended 2q – Music Algorithm for Noncircular Signals[J]. Singal Processing, 2008, 88(6): 1327 – 1339.
- [3] Jeremy A B, Georey R L. A Digital Beamformer for High Frequency Annular Arrays[J]. IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control, 2005, 52(8): 1262 – 1269.
- [4] Delmas J P, Aberda H. Cramer – Rao Bounds of DOA Estimates for BPSK and QPSK Modulated Signals[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(1): 117 – 126.
- [5] Roy R, Kailath T. ESPRIT – Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques [J]. IEEE Transactions on ASSP, 1989, 37 (7): 984 – 995.
- [6] 陈金平,薛倩.一种改进的二维虚拟 ESPRIT 算法—虚拟波达方向矩阵法[J].现代电子技术,2006,29(3):10 – 12.
CHEN Jin – ping, XUE Qian. An Improved 2 – D Virtual ESPRIT Algorithm of Virtual DOA Matrix Method[J]. Modern Electronics Technique, 2006, 29(3): 10 – 12. (in Chinese)
- [7] 李国民,薛倩,王安义.一种快速二维虚拟 ESPRIT 算法[J].西安电子科技大学学报(自然科学版),2004, 31 (2): 321 – 324.
LI Guo – min, XUE Qian, WANG An – yi. A Fast 2 – D Virtual ESPRIT Algorithm[J]. Journal of Xidian University, 2004, 31(2): 321 – 324. (in Chinese)
- [8] WU Yun – tao, LIAO Gui – sheng, So H C. A Fast Algorithm for 2 – D Direction – of – Arrival Estimation[J]. Signal Processing, 2003, 83(8): 1827 – 1831.
- [9] Marcos S, Benidir M. On a High Resolution Array Processing Method Non – based on the Eigen Analysis Approach[C]// Proceedings of International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. Albuquerque: IEEE, 1990: 2955 – 2958.
- [10] Nizar T, Hyuck M K. 2 – D Directional of Arrival Angle Estimation Non – Based on Eigen Structure Approach[C]// Proceedings of Vehicular Technology Conference. Los Angeles: IEEE, 2004: 314 – 317.

作者简介:

马可铎(1988 –),男,四川简阳人,2010 年获学士学位,现为硕士研究生,主要研究方向为信号处理、航天测控技术;
MA Ke – xin was born in Jianyang, Sichuan Province, in 1988. He received the B.S. degree in 2010. He is now a graduate student. His research concerns signal processing and astronautics TT&C.

Email: nuaamkx@yahoo.com.cn

刘海颖(1980 –),男,河南洛阳人,副研究员,主要研究方向为通信与测控技术、卫星导航;

LIU Hai – ying was born in Luoyang, Henan Province, in 1980. He is now a research associate. His research interests include communication and TT&C, satellite navigation.

王惠南(1945 –),男,江苏南通人,教授、博士生导师,主要研究方向为 INS/GPS 导航、精密仪器及机械等。

WANG Hui – nan was born in Nantong, Jiangsu Province, in 1945. He is now a professor and also the Ph.D. supervisor. His research concerns INS/GPS navigation, precision instruments and machinery.