

文章编号: 1001 - 893X(2010)11 - 0049 - 04

MIMO BC 中新的 TH 预编码方法*

刘金锋¹, 李安平¹, 樊昌周², 郭 英²

(1. 空军工程大学 理学院, 西安 710051; 2. 空军工程大学 电讯工程学院, 西安 710077)

摘要:针对多用户 MIMO 广播信道下预编码技术提出了发射端配置两根天线的改进 TH 预编码方案。该方法突破了传统 TH 预编码方案发射天线与接收天线数量的限制, 并且得到了很好的分集和复用增益。仿真结果表明, 所提算法在容量上接近理论容量界, 且当误码率为 10^{-2} 时, 所提方案相比单天线 THP 有 9 dB 的增益。

关键词:多输入多输出; TH 预编码; 信道协方差; 有限反馈

中图分类号: TN929.5 **文献标识码:** A **doi:** 10.3969/j.issn.1001-893x.2010.11.011

A Novel TH Precoding Method for MIMO BC

LIU Jin-feng¹, LI An-ping¹, FAN Chang-zhou², GUO Ying²

(1. Institute of Science, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China;

2. The Telecommunication Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China)

Abstract: Aiming at the precoding technique for multiuser MIMO broadcasting channel, an improved precoding algorithm is proposed by installing two antennas at the transmitter terminal. This method breaks through the restriction of the amounts of transmitting antenna and receiving antenna in traditional Tomlinson-Harashima precoding (THP) algorithms, and obtains higher diversity and multiplex gains. According to the simulation results, the capacity of the proposed algorithm is close to the theoretical capacity bound. Besides, it has 9dB gain compared with the single antenna THP when the bit error rate (BER) is 10^{-2} .

Key words: multiple-input multiple-output (MIMO); Tomlinson-Harashima precoding (THP); channel covariance; limited feedback

1 引言

MIMO 技术有效提高了无线通信系统的传输效率, 在不增加带宽的条件下, 所能达到的系统容量与收发天线数的最小值成正比^[1]。随着应用场景的实用化, MIMO 的研究热点逐渐转向了多用户多天系统。由于多用户 MIMO 广播 (MIMO BC) 系统各个用户彼此不能通信, 相对于上行链路复杂度更高, 所以以提高系统总容量为目标的多用户 MIMO 下的预编码技术成为了研究的热点^[2]。

文献[3]从信息论的角度证明了多用户 MIMO BC 系统采用脏纸编码 (DPC) 可以达到系统的容量上界, 然而其实现的复杂度非常高, 无法在实际中应用。文献[4]采用 THP 预编码方案, 即将 VBLAST 技术搬移到发射端, 从而获得比 VBLAST 更好的符号检测性能。但是, 文献[4]的预编码方案对接收端天线数量有限, 即接收端天线数量总和不能大于发送端天线总数。本文在发射端配有两天线的场景下, 对 THP 方案进行了改进, 改进后的 THP 方案使得接收端没有天线数量的限制, 且性能十分优良。

* 收稿日期: 2010 - 06 - 03; 修回日期: 2010 - 07 - 26

基金项目: 陕西省自然科学基金资助项目 (SJ08F11)

Foundation Item: The Natural Science Foundation of Shaanxi Province (No. SJ08F11)

2 系统模型

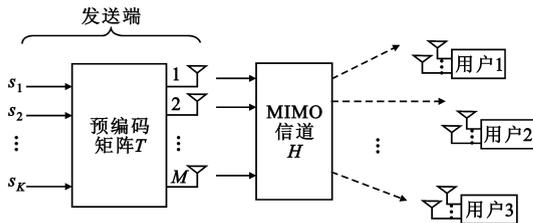


图1 MIMO BC系统模型
Fig.1 System model of MIMO BC

MIMO 多用户广播通信系统模型如图 1 所示。基站配有 M 根天线, 每个用户配置 N_k 根天线, 接收用户数为 K 个。假定信道为平坦瑞利衰落, 基站和用户均已知完整的信道状态信息。通信系统接收到的信号可以表示为

$$y_k = H_k \sum_{j=1}^K T_j s_j + n_k \quad (1)$$

式中, $y_k = [y_1, y_2, \dots, y_{N_k}]^T$ 表示第 k 个用户的接收信号, s_k 表示欲发送给用户 k 的数据符号矢量, $n_k = [n_1, n_2, \dots, n_{N_k}]^T$ 表示第 k 个用户接收到的 AWGN 噪声矢量。另外, $y = [y_1^T, y_2^T, \dots, y_K^T]^T$, $H = [H_1^T, H_2^T, \dots, H_K^T]^T$, $T = [T_1, T_2, \dots, T_K]$, $n = [n_1^T, n_2^T, \dots, n_K^T]^T$ 分别表示总的接收信号矢量、总的复合信道矩阵、总的预编码矩阵以及总的噪声矢量, 且 $E(nn^H) = \sigma^2 I$ 。假定 H 是平坦衰落, 其中的每个元素都是服从独立同分布的 Rayleigh 分布, 且均值为 0, 方差为 1。

3 传统的 TH 预编码方法

为了与传统的 TH 预编码算法对比, 本文仅简单介绍接收端为单天线的 TH 预编码算法。其基本结构如图 2 所示。

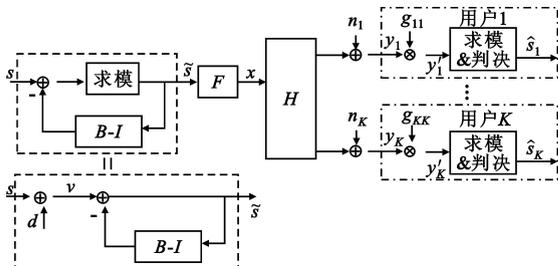


图2 接收端为单天线的 TH 预编码模型
Fig.2 TH precoding model with single antenna receiver

其中, 假设发射端有 M 根天线, 有 K 个用户, 每个用户仅有一根天线, $s = [s_1, s_2, s_3, \dots, s_K]^T$ 是欲发送的数据矢量, $H = [h_1^T, h_2^T, \dots, h_K^T]^T$, 在图 2

中, F 是一个维数为 $M \times K$ 的矩阵, 其目的是使得发射信号因果化, 即 \tilde{s}_k 仅受到 $\tilde{s}_i (i < k)$ 的干扰, 这种因果干扰通过反馈处理矩阵 $(B - I)$ 来消除, 其中 B 是一个维数为 $K \times K$ 的三角矩阵且对角元素全为 1, 发射端的求模操作主要是限制预编码模块的输出数据 \tilde{s} , 使得其在一定的范围之内。

这种求模操作等效为产生数据 $v = s + d$, 矢量 d 表示预编码矢量, 通过选择恰当的 d , 最终使得 $\tilde{s} = B^{-1}v = B^{-1}(s + d)$ 限制在恰当的星座范围之内。如果使用了 D 维的 QAM 星座, 假设 s_i 的值是从集合 $A = \{a^1 + ja^0 | a^1, a^0 \in \{\pm 1, \pm 3, \dots, \pm\sqrt{D} - 1\}\}$

(2)

中来选取, 那么 d_i 值的选取能表示为 $d_i = d_i^1 + jd_i^0 = 2c_i^1\sqrt{D} + j2c_i^0\sqrt{D}$, 且其中 c_i^1 与 c_i^0 都选择整数以使得 $\tilde{a}_i^1, \tilde{a}_i^0 \in [-\sqrt{D}, \sqrt{D}]$ 。在接收端, 求模操作能够从等效传输数据矢量 v 中将 s 恢复出来。如图 2 所示, 每个接收数据在进行判决前需要经过缩放, 相应的缩放因子为 $g_{kk} (1 \leq k \leq K)$ 。假设 $G = \text{diag}(g_{11}, g_{22}, \dots, g_{KK})$ 的对角元素表示接收端的缩放因子, 相应的 $y' = [y'_1, y'_2, \dots, y'_K]^T$ 表示接收端求模操作的输入端矢量, 则有下式成立:

$$y' = G_y = GHFB^{-1}v + G_n = GHFB^{-1}v + \tilde{n} \quad (3)$$

式中, $\tilde{n} = [\tilde{n}_1, \tilde{n}_2, \dots, \tilde{n}_K]^T = Gn$ 表示经过缩放因子处理后的噪声矢量。

3.1 基于迫零准则的 TH 预编码

如果采用 ZF 准则, 需满足各个用户数据流之间的相互干扰为 0, 即:

$$GHFB^{-1} = I \quad (4)$$

此时的处理矩阵 B, F, G 可以通过对 HH^H 进行 Cholesky 分解来得到, 假定:

$$HH^H = RR^H \quad (5)$$

式中, $R = [r_{ij}]$ 是一个维数为 $K \times K$ 的下三角矩阵且对角元素为实数, 则可得:

$$G = \text{diag}(r_{11}^{-1}, r_{22}^{-1}, \dots, r_{KK}^{-1}) \quad (6)$$

$$B = GR \quad (7)$$

$$F = H^H(HH^H)^{-1}R \quad (8)$$

除了利用 Cholesky 分解外, 也可以通过 H^H 进行 QR 分解来获得 B, F, G :

$$H^H = [Q' \bar{Q}'] = \begin{bmatrix} R' \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Q' 是一个所有列正交的 $M \times K$ 矩阵, \bar{Q}' 的位数为 $(M - K) \times K$, $R' = [r'_{ij}]$ 是一个 $K \times K$ 的上三角矩阵且对角元素均为实数, 0 是一个维数为 $(M - K) \times K$ 的全 0 矩阵。有:

$$\mathbf{G} = \text{diag}(r'_{11}{}^{-1}, r'_{22}{}^{-1}, \dots, r'_{KK}{}^{-1}) \quad (10)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{G}\mathbf{R}'^H \quad (11)$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{Q}' \quad (12)$$

3.2 接收端为单天线的 MMSE-TH 预编码

MMSE 准则基于 \mathbf{y}' 和 \mathbf{v} 来计算, 此时的误差矢量被定义为

$$\mathbf{e} = \mathbf{y}' - \mathbf{v} = \mathbf{G}\mathbf{y} - \tilde{\mathbf{B}}\tilde{\mathbf{s}} = (\mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F} - \tilde{\mathbf{B}})\tilde{\mathbf{s}} + \mathbf{G}\mathbf{n} \quad (13)$$

此时的误差协方差矩阵为

$$\Phi_{ee} = E[\mathbf{e}\mathbf{e}^H] =$$

$$(\mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F} - \tilde{\mathbf{B}})\mathbf{R}_s(\mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F} - \tilde{\mathbf{B}})^H + \sigma^2\mathbf{G}\mathbf{G}^H \quad (14)$$

MMSE 算法就是为了求得相应的 \mathbf{B} 、 \mathbf{F} 、 \mathbf{G} 来使得 $\text{tr}(\Phi_{ee})$ 最小。依据正交特性, 可以得到:

$$E[\mathbf{e}\mathbf{y}^H] = 0 \quad (15)$$

此时有:

$$E[\mathbf{G}\mathbf{y}\mathbf{y}^H - \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{s}\mathbf{s}^H] = 0 \quad (16)$$

$$\mathbf{G}(\mathbf{H}\mathbf{F}\mathbf{R}_s\mathbf{F}^H\mathbf{H}^H + \sigma^2\mathbf{I}) = \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{R}_s\mathbf{F}^H\mathbf{H}^H \quad (17)$$

式中, \mathbf{R}_s 表示 $\tilde{\mathbf{s}}$ 的协方差矩阵, 且 $\mathbf{R}_s = \sigma_s^2\mathbf{I}$ 。现令 $\xi = \sigma^2/\sigma_s^2$, 则式(17)变为

$$\mathbf{G}(\mathbf{H}\mathbf{F}\mathbf{F}^H\mathbf{H}^H + \xi\mathbf{I}) = \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{F}^H\mathbf{H}^H \quad (18)$$

令 $\mathbf{A} = \mathbf{H}^H(\mathbf{H}\mathbf{H}^H)^{-1}$, 通过对 $(\mathbf{H} + \xi\mathbf{A}^H) \cdot (\mathbf{H} + \xi\mathbf{A}^H)^H$ 进行 Cholesky 分解可以得到:

$$\mathbf{R}\mathbf{R}^H = (\mathbf{H} + \xi\mathbf{A}^H)(\mathbf{H} + \xi\mathbf{A}^H)^H \quad (19)$$

式中, $\mathbf{R} = [r_{ij}]$ 是一个维数为 $K \times K$ 的下三角矩阵, 可以得到 \mathbf{G} 、 \mathbf{B} 、 \mathbf{F} 如下:

$$\mathbf{G} = \text{diag}(r_{11}{}^{-1}, r_{22}{}^{-1}, \dots, r_{KK}{}^{-1}) \quad (20)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{G}\mathbf{R} \quad (21)$$

$$\mathbf{F} = (\mathbf{H}^H + \xi\mathbf{A})(\mathbf{R}^{-1})^H \quad (22)$$

同样, \mathbf{G} 、 \mathbf{B} 、 \mathbf{F} 也能通过对 $\mathbf{H} + \xi\mathbf{A}^H$ 进行 QR 分解得到:

$$\mathbf{H} + \xi\mathbf{A}^H = [\mathbf{Q}'\bar{\mathbf{Q}}'] \begin{bmatrix} \mathbf{R}' \\ 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

式中, \mathbf{Q}' 是一个 $M \times K$ 的矩阵, $\bar{\mathbf{Q}}'$ 是一个 $M \times (M - K)$ 的矩阵, 并且 $\mathbf{R}' = [r'_{ij}]$ 是一个 $M \times M$ 的上三角矩阵, 相应的 \mathbf{G} 、 \mathbf{B} 、 \mathbf{F} 可以表示为

$$\mathbf{G} = \text{diag}(r'_{11}{}^{-1}, r'_{22}{}^{-1}, \dots, r'_{KK}{}^{-1}) \quad (24)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{G}\mathbf{R}'^H \quad (25)$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{Q}' \quad (26)$$

4 所提 TH 预编码方法

由于发射端仅配有两根天线, 此时整个系统最多可以同时支撑两个用户, 且每个用户独立接收一路数据。此时收发之间的关系可以表示如下:

$$\mathbf{y} = \mathbf{G}\mathbf{W}\mathbf{H}\mathbf{F}\mathbf{B}^{-1}\mathbf{v} + \mathbf{G}\mathbf{W}\mathbf{n} \quad (27)$$

式中, $\mathbf{H} = [\mathbf{H}_1^H, \mathbf{H}_2^H]^T$ 为信道矩阵, $\mathbf{G} = \text{diag}(g_1, g_2)$

为缩放矩阵, $\mathbf{W} = \begin{pmatrix} \mathbf{w}_1^H & 0 \\ 0 & \mathbf{w}_2^H \end{pmatrix}$ 是相应的接收处理矩阵, \mathbf{n} 为接收天线上的噪声, 且其各个分量之间是独立不相关的。另外, 有 $\tilde{\mathbf{s}} = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{v} = \mathbf{B}^{-1}(\mathbf{s} + \mathbf{d})$, \mathbf{d} 为合适的预编码矢量来使得 $\tilde{\mathbf{s}}$ 在合适的范围内。整个系统的设计满足 ZF 准则, 因此有:

$$\mathbf{G}\mathbf{W}\mathbf{H}\mathbf{F}\mathbf{B}^{-1} = \mathbf{I} \quad (28)$$

为了得到 \mathbf{G} 、 \mathbf{B} 、 \mathbf{F} , 必须首先得到等效的信道矩阵 $\mathbf{W}\mathbf{H}$ 。为了得到 \mathbf{W} , 首先定义 $\mathbf{R}_1 = \mathbf{H}_1^H\mathbf{H}_1/\|\mathbf{H}_1\|_F^2$, $\mathbf{R}_2 = \mathbf{H}_2^H\mathbf{H}_2/\|\mathbf{H}_2\|_F^2$, 则有如下引理^[5]:

如果 \mathbf{v}_m 与 \mathbf{v}_n 是 $(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2)$ 的通用特征向量且对应于不同的特征值, 则任意的 \mathbf{v}_m 与 \mathbf{v}_n 满足 $|\mathbf{v}_m^H\mathbf{R}_1\mathbf{v}_n| = 0$ 与 $|\mathbf{v}_n^H\mathbf{R}_2\mathbf{v}_m| = 0$, 其中 $m, n = 1, 2, 3, \dots$, 且 $m \neq n$ 。

通过这个引理可知, 如果令 \mathbf{t}_1 和 \mathbf{t}_2 为 $(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2)$ 的通用特征向量, 则有如下关系满足:

$$\mathbf{t}_1^H\mathbf{H}_1^H\mathbf{H}_1\mathbf{t}_1 = 0 \quad (29)$$

$$\mathbf{t}_2^H\mathbf{H}_2^H\mathbf{H}_2\mathbf{t}_2 = 0 \quad (30)$$

这表明, 如果将 \mathbf{t}_1 和 \mathbf{t}_2 看作是线性预编码矢量, 接收端向量采用最大比合并方式, 可以实现两个用户之间的干扰为 0。由于 \mathbf{t}_1 和 \mathbf{t}_2 具有对称性, 所以需要决定到底哪个对应用户 1 哪个对应用户 2。这里采用最大化线性系统容量的方式来进行选择, 即:

$$\mathbf{t}_{1, opt}, \mathbf{t}_{2, opt} = \arg \max_{\substack{\mathbf{t}_1: \|\mathbf{t}_1\|=1, \mathbf{t}_2: \|\mathbf{t}_2\|=1}} \{ \text{lb}(1 + |\mathbf{t}_1^H\mathbf{R}_1\mathbf{t}_1|^2) + \text{lb}(1 + |\mathbf{t}_2^H\mathbf{R}_2\mathbf{t}_2|^2) \} \quad (31)$$

得到最优的 \mathbf{t}_1 与 \mathbf{t}_2 (分别表示为 $\mathbf{t}_{1, opt}$ 和 $\mathbf{t}_{2, opt}$) 后, 可以得到相应的 \mathbf{w}_1 和 \mathbf{w}_2 :

$$\mathbf{w}_1 = \mathbf{H}_1\mathbf{t}_1/\|\mathbf{H}_1\mathbf{t}_1\|_2^2 \quad (32)$$

$$\mathbf{w}_2 = \mathbf{H}_2\mathbf{t}_2/\|\mathbf{H}_2\mathbf{t}_2\|_2^2 \quad (33)$$

此时可以得到相应的等效信道 \mathbf{H}_{eff} :

$$\mathbf{H}_{eff} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}'_1 \\ \mathbf{H}'_2 \end{bmatrix} \quad (34)$$

式中, $\mathbf{H}'_1 = \mathbf{w}_1^H\mathbf{H}_1$, $\mathbf{H}'_2 = \mathbf{w}_2^H\mathbf{H}_2$ 。

利用 QR 分解, 有 $\mathbf{H}_{eff} = \mathbf{Q}\mathbf{R}$, 其中 $\mathbf{R} = [r_{ij}]$ 是一个上三角矩阵, 可以求得 \mathbf{G} 、 \mathbf{B} 、 \mathbf{F} 如下:

$$\mathbf{G} = \text{diag}(r_{11}{}^{-1}, r_{22}{}^{-1}) \quad (35)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{G}\mathbf{R}^H \quad (36)$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{Q} \quad (37)$$

至此, 得到了全部处理矩阵。

该方案的最大优点是可以十分简便地求得收发端联合处理的矢量来使得整个系统的互相干扰为 0, 且每个接收端没有天线数量的限制。但这个优点

仅在两用户的时候得以成立,因此,这种方案受到一定的应用场景的限制。不过考虑到发射端配有两根天线的场景符合多种规范,这使得该方案具有良好的实践意义。

5 仿真结果分析

图3仿真了所提出的 THP 方案在 $M = K = N_K = 2$ 场景下所达到的系统容量同 DPC 容量的比较。从图中可见,两者在容量上十分接近,这说明改进方案几乎达到了所应用场景下的容量极限。

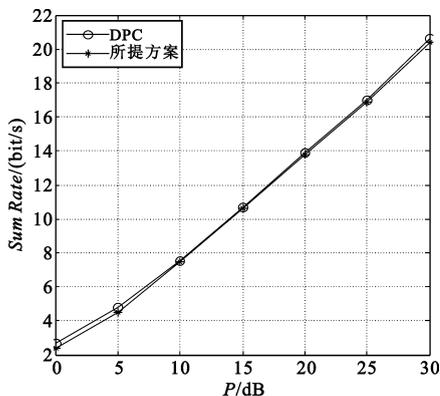


图3 所提方案与 DPC 容量比较

Fig.3 Capacity comparison between the proposed algorithm and DPC

图4仿真了当采用 QPSK 调制时,所提方案同接收端配有单天线的 ZF-THP 方案性能的比较。当 $BER = 10^{-2}$ 时,所提方案相比单天线 THP 有 9 dB 的增益。这表明,所提方案仅通过在每个接收端增加一根天线,就带来了整个系统误比特性能的显著提高,这主要是因为接收端多出的天线可以提供额外的分集来确保可靠的接收。值得注意的是,此时 SNR 定义为 $SNR = P/(\sigma^2 \ln D)$,由于采用 QPSK,故 $D = 4$ 。

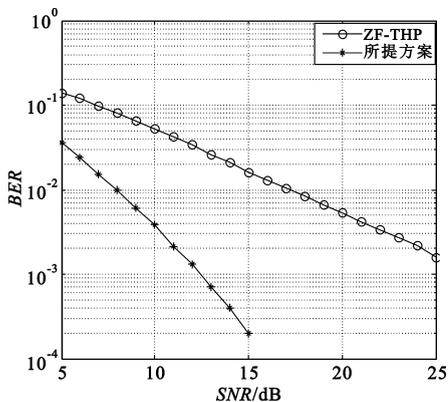


图4 所提方案与 ZF-THP 的误比特率比较

Fig.4 Bit error comparison between the proposed algorithm and ZF-THP

6 结论

本文分析了传统预编码方案的原理,并在此基础上提出了基于发射端配置两天线的一种改进的 TH 预编码方案。该方案不仅克服了传统预编码方案对接收端接收天线限制的缺陷,还提高了多用户 MIMO 广播信道的容量,使其接近理论容量界,且在相同条件下,误码特性明显低于 ZF-THP 方案。

参考文献:

- [1] 罗振东,高宏,刘元安. MIMO 信道容量公式及渐近界[J]. 北京邮电大学学报,2006,29(6):72-76.
LUO Zhen-dong, GAO Hong, LIU Yuan-an. Formula and asymptotic bound of MIMO channel capacity[J]. Journal of Beijing University of Posts and Telecommunications, 2006, 29(6):72-76. (in Chinese)
- [2] Weingarten H, Steinberg Y, Shamai (Shitz) S. The capacity region of the Gaussian multiple-input multiple-output broadcast channel[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(9):3936-3964.
- [3] Gesbert D, Kountouris M, Heath R W, et al. Shifting the MIMO paradigm[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2007, 24(5):36-46.
- [4] Wei Guan, Hanwen Luo. Joint MMSE Transceiver Design in Non-regenerative MIMO Relay Systems[J]. IEEE Communications Letters, 2008, 12(7):517-519.
- [5] Chae C B, Mazzaresse D, Jindal N, et al. Coordinated beamforming with limited feedback in the MIMO broadcast channel[J]. IEEE Journal of Select Areas Communications, 2008, 26(8):1505-1515.

作者简介:

刘金锋(1984-),男,北京人,硕士研究生,主要研究方向为 MIMO 预编码的关键技术;

LIU Jin-feng was born in Beijing, in 1984. He is now a graduate student at Air Force Engineering University. His research direction is precoding technique of MIMO.

Email: liujinfeng112@126.com

李安平(1961-),男,陕西周至人,教授、硕士生导师,主要研究方向为 MIMO 预编码的关键技术;

LI An-ping was born in Zhouzhi, Shaanxi Province, in 1961. He is now a professor and also the graduate student advisor at Air Force Engineering University. His research direction is precoding technique of MIMO.

樊昌周(1977-),男,河北赵县人,讲师,主要研究方向为宽带无线通信;

FAN Chang-zhou was born in Zhao County, Hebei Province, in 1977. He is now a lecturer at Air Force Engineering University. His research direction is wideband wireless communication.

郭英(1961-),女,山西临汾人,教授、博士生导师,主要研究方向为通信信号处理。

GUO Ying was born in Linfen, Shanxi Province, in 1961. She is now a professor and also the Ph.D. supervisor at Air Force Engineering University. Her research direction is communication signal processing.