

文章编号:1001-893X(2010)11-0030-04

一种用于自适应噪声抵消的变步长 LMS 算法^{*}

李善姬

(延边大学 工学院,吉林 延吉 133002)

摘 要:为了提高 LMS 自适应滤波算法的性能,在分析已有变步长算法的基础上进行了一些改进。改进算法用误差信号的自相关来调节步长以实现对不相关噪声的更好抑制,且采用先固定后变化的方法控制步长,兼顾了暂态和稳态性能。利用改进算法进行了自适应噪声抵消的仿真实验,结果表明,基于改进变步长 LMS 算法的自适应噪声抵消器能有效抵制噪声干扰,对含噪信号具有良好的消噪能力。

关键词:自适应滤波;噪声抵消;LMS 算法;变步长

中图分类号:TN911.7 **文献标识码:**A doi:10.3969/j.issn.1001-893x.2010.11.007

A Variable – Step LMS Algorithm for Adaptive Noise Canceller

LI Shan-ji

(College of Engineering, Yanbian University, Yanji 133002, China)

Abstract:To improve the performance of LMS adaptive filtering algorithm, an improved variable – step LMS algorithm is proposed based on analysis of existing algorithms. With the autocorrelation step regulation of error signal, the improved algorithm realizes the better uncorrelated noise inhibiting ability. It gives consideration to both transient and steady performance by the step control method of first fixation and last variation. The simulation experiments of adaptive noise cancellation illustrate that the adaptive noise canceller based on modified variable step LMS algorithm has a better de – noising performance for the noise signal.

Key words:adaptive filtering; signal de-noising; LMS algorithm; variable step

1 引 言

自适应噪声抵消器作为自适应滤波器的一种具体应用,能够从背景噪声中提取出有用信息,目前在语音处理、生物医学等领域得到广泛的应用。自适应噪声抵消器的核心是自适应滤波器,其研究始于 20 世纪 50 年代末。目前,自适应滤波器最常用的算法结构为 1965 年 Windrow 提出的横向结构 LMS 算法。由于该算法具有简单、易于实时实现等优点,广泛应用于系统辨识、信号处理、噪声抵消等领域。收敛速度、时变系统跟踪能力及稳态失调是衡量自

适应滤波算法优劣的 3 个重要技术指标。传统的固定步长 LMS 算法在收敛速度、时变系统的跟踪能力和稳态失调之间的要求存在很大矛盾。为了解决步长因子与各方面性能之间的矛盾,有关变步长 LMS 算法的研究非常活跃。如文献[1]提出了步长与均方瞬时误差建立关系的算法,文献[2]提出了基于箕舌线的变步长算法等。

本文在分析文献[1]算法的基础上,提出了一种改进的变步长 LMS 算法,并将改进算法应用到自适应噪声抵消器中。算法分析及计算机仿真结果表明,利用改进算法的自适应噪声抵消器在一定输入信噪比下对含噪信号具有良好的消噪能力。

^{*} 收稿日期:2010-07-16;修回日期:2010-08-30

2 算法原理

2.1 基本 LMS 算法

基本 LMS 算法的迭代公式为

$$e(n) = d(n) - X^T(n)W(n) \tag{1}$$

$$W(n+1) = W(n) + 2\mu_0 e(n)X(n) \tag{2}$$

式(1)中, $W(n)$ 为自适应滤波器在时刻 n 的权向量;式(2)表示抽头权向量更新公式,其中, μ_0 为控制收敛速度的常数,称为步长因子。LMS 算法收敛的条件为 $0 < \mu_0 < 1/\lambda_{\max}$, $\lambda_{\max}$ 是输入信号自相关矩阵的最大特征值。

LMS 算法具有计算简单、易于实现等优点,因此在自适应滤波原理中得到了很好的应用。但由于输入端不可避免地存在干扰噪声,LMS 算法将产生失调噪声,干扰噪声越大,引起的失调噪声也就越大;减少步长因子 μ_0 ,可以减少自适应滤波算法的稳态失调噪声,提高算法的收敛精度。然而步长因子 μ_0 的减小,将降低算法的收敛和跟踪速度。因此,这种固定步长的 LMS 算法在收敛速度、跟踪速度及稳态失调噪声等方面对步长因子 μ_0 值大小的选取要求是相互矛盾的。为了解决误差和收敛间的矛盾,提高 LMS 算法的收敛性能,可以采用变步长的 LMS 算法。与固定步长的 LMS 算法相比,变步长算法的优越性在于:自适应算法的初始阶段,误差 $e(n)$ 比较大,步长 $\mu(n)$ 也相应较大,从而得到较快的收敛速度;当误差逐渐减小时,步长 $\mu(n)$ 变小,因此稳态误差也很小。

2.2 改进的变步长 LMS 算法

为了克服步长因子与收敛速度及稳态失调误差之间的矛盾,人们提出了各种各样的变步长 LMS 自适应滤波算法或改进算法^[1-4],如步长与均方瞬时误差建立关系^[1],基于箕舌线的变步长算法^[2]等。

文献[1]中的步长更新公式为

$$\mu(n) = \beta(1 - \exp(-\alpha |e(n)|^2)) \tag{3}$$

式中,参数 $\alpha > 0$ 控制函数的形状,参数 $\beta > 0$ 控制函数的取值范围。

文献[1]提出的算法,初始收敛阶段 $|e(n)|$ 较大,对应的 $\mu(n)$ 也较大,算法收敛速度较快。当算法进入稳态时, $|e(n)|$ 达到最小,此时 $\mu(n)$ 也达到最小,由此得到最佳 Wiener 解。该算法简单且在参数稳定后具有缓慢变化的特性。然而,此算法仍然对噪声比较敏感。

在本文改进算法中不是直接用误差的平方调节步长,而是将 $e^2(n)$ 项改为 $|e(n) \times e(n-1)|$,这样可提高算法对不相关噪声的抑制能力。即步长更新公式为

$$\mu(n) = \beta(1 - \exp(-\alpha |e(n)e(n-1)|)) \tag{4}$$

改进算法分析如下:

滤波器的误差信号为

$$e(n) = d(n) - X^T(n)W(n) \tag{5}$$

期望信号为

$$d(n) = X^T(n)W^*(n) + \xi(n) \tag{6}$$

式(6)中, $W^*(n)$ 为滤波器的最优权向量, $\xi(n)$ 为独立的干扰,均值为 0。

令:

$$V(n) = W(n) - W^*(n) \tag{7}$$

式中, $V(n)$ 表示权向量的误差值。

由式(5)、式(6)和式(7)可得:

$$e^2(n) = [\xi(n) - X^T(n)V(n)]^2 \tag{8}$$

若将式(8)代入到式(3),不难看出由于 $\mu(n)$ 中 $\xi^2(n)$ 项的存在, $\mu(n)$ 不再是算法自适应状态的准确反映,使自适应算法很难达到最优解,只能在其周围上下波动。

将 $e^2(n)$ 项改为 $|e(n) \times e(n-1)|$ 后,步长 $\mu(n)$ 的调整不再受 $\xi^2(n)$ 项的影响,能精确地反映自适应的状态,从而使权向量能趋于最佳值。

3 自适应噪声抵消及其仿真

3.1 自适应噪声抵消原理

自适应噪声抵消技术是自适应信号处理理论的一种具体应用,它在具有噪声背景下的信号提取与处理方面有着广泛的应用,有关自适应噪声抵消方面的研究^[5-6]也广泛进行。

自适应噪声抵消系统的核心是自适应滤波器,自适应算法对其参数进行控制,以实现最佳滤波。因为这种方法比其它方法多用了—个参考噪声作为辅助输入,从而获得了比较全面的关于噪声的信息,因而能得到更好的降噪效果。特别是在辅助输入噪声与信号中的噪声完全相关的情况下,自适应噪声抵消法能完全排除噪声的随机性,彻底地抵消信号中的噪声成分。但对不相关或相关性很弱的噪声信号无能为力,这些噪声信号不但不能被抵消,反而会对滤波器产生干扰,使算法效果受到影响。

自适应噪声抵消器原理图如图 1 所示。

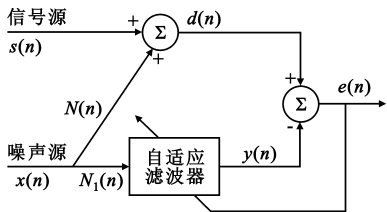


图 1 自适应噪声抵消器原理图

Fig.1 Block diagram of an adaptive noise canceller

图 1 中,原始信号 $d(n)$ 包括信号 $s(n)$ 和噪声 $N(n)$, $x(n)$ 为参考噪声输入, $N_1(n)$ 与 $N(n)$ 相关,而与 $s(n)$ 不相关。

自适应噪声抵消原理如下:

$$e(n) = d(n) - y(n) = s(n) + N(n) - y(n) \quad (9)$$

$$e^2(n) = s^2(n) + [N(n) - y(n)]^2 + 2s(n)[N(n) - y(n)] \quad (10)$$

上式两端取数学期望,得到:

$$E[e^2(n)] = E[s^2(n)] + E[(N(n) - y(n))^2] + 2E[s(n) \cdot (N(n) - y(n))] \quad (11)$$

由于 $s(n)$ 与 $N(n)$ 、 $N_1(n)$ 不相关,所以:

$$E[e^2(n)] = E[s^2(n)] + E[(N(n) - y(n))^2] \quad (12)$$

当调节滤波器参数使 $E[e^2(n)]$ 最小化时,

$$E[s^2(n)] \text{ 不受影响,从而使 } E_{\min}[e^2(n)] = E[s^2(n)] + E_{\min}[(N(n) - y(n))^2] \quad (13)$$

当 $E_{\min}[e^2(n)]$ 最小时, $E_{\min}[(N(n) - y(n))^2]$ 也同时为最小,自适应滤波器的输出 $y(n)$ 为 $N(n)$ 的最佳估计,系统输出为

$$e(n) = d(n) - y(n) = s(n) + N(n) - y(n) \quad (14)$$

这样, $e(n)$ 将逼近有用信号 $s(n)$ 。理想情况下, $y(n) = N(n)$, $e(n) = s(n)$ 。

3.2 自适应噪声抵消仿真

在 MATLAB 环境下进行自适应噪声抵消仿真实验,参数选取如下:选取信号 $s(n) = \sin(0.01\pi n)$, 噪声信号采用标准高斯白噪声。

为了定量比较不同算法的处理效果,定义信噪比提高量作为衡量处理效果的一个指标。

输入信噪比:

$$SNR_{in} = 10 \lg \frac{\sum_{n=1}^N [s(n)]^2}{\sum_{n=1}^N [d(n) - s(n)]^2} \quad (15)$$

输出信噪比:

$$SNR_{out} = 10 \lg \frac{\sum_{n=1}^N [s(n)]^2}{\sum_{n=1}^N [e(n) - s(n)]^2} \quad (16)$$

信噪比提高量定义为

$$\Delta SNR = SNR_{out} - SNR_{in} \quad (17)$$

为了兼顾暂态和稳态性能,将算法进一步改进如下:

$$\mu(n) = \begin{cases} \mu_1, & n < N_0 \\ \beta(1 - \exp(-\alpha |e(n)e(n-1)|)), & n \geq N_0 \end{cases} \quad (18)$$

式中, N_0 的取值可根据初始步长 μ_1 和信号长度适当选取,本文中选取 $N_0 = 200$ 。

图 2 为采用文献[1]算法(原算法)处理后自适应噪声抵消器的输出结果,图 3 为采用本文算法(改进算法)处理后自适应噪声抵消器的输出结果,图 4 为采用原算法处理后的均方误差曲线,图 5 为采用改进算法处理后的均方误差曲线。

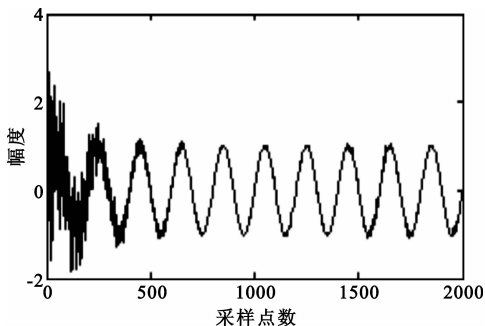


图 2 原算法处理结果

Fig.2 Processing result of original algorithm

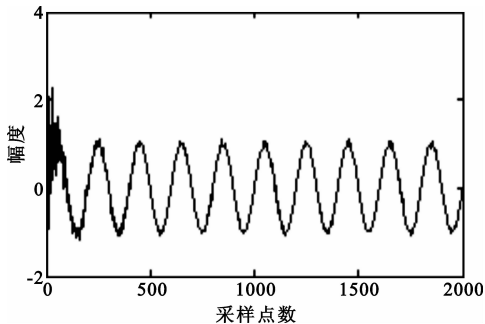


图 3 改进算法处理结果

Fig.3 Processing result of improved algorithm

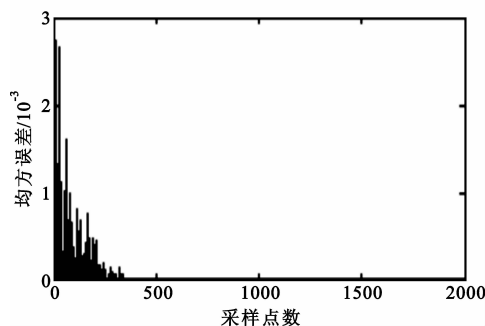


图 4 原算法的均方误差

Fig.4 Mean - square error of original algorithm

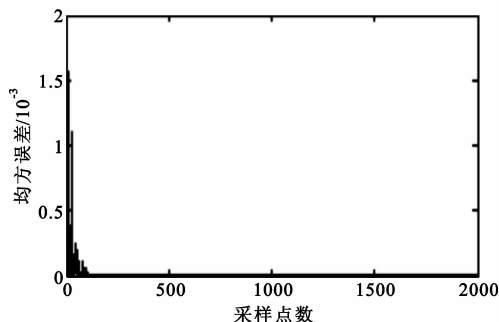


图 5 改进算法的均方误差

Fig.5 Mean - square error of improved algorithm

从仿真结果可看出改进算法在初始阶段有更好的处理效果。采用原算法时,输入信噪比为 -3.1146 dB 时输出信噪比为 9.8972 dB,信噪比提高量为 13.012 dB。采用改进算法时,输入信噪比为 -3.1245 dB 时输出信噪比为 16.29 dB,信噪比提高量是 19.414 dB。仿真结果及分析表明,采用本文算法的自适应噪声抵消器在一定输入信噪比下对含噪信号具有良好的消噪效果。

4 结束语

自适应噪声抵消系统的性能取决于自适应滤波算法。本文在分析文献[1]提出的变步长 LMS 自适应算法的基础上,对算法进行了一些改进。利用改进算法在 MATLAB 环境下对含噪信号进行了自适应噪声抵消仿真实验,仿真结果及算法分析表明改进算法具有更好的暂态性能,且对输入端不相关噪声的干扰具有更好的抑制能力。利用改进算法构成的自适应噪声抵消器在一定输入信噪比下得到了良好的消噪效果,但本文仿真只是在单频正弦信号叠加高斯白噪声的情况下进行的,对更复杂的实际情况

还有待于进行进一步的研究。

参考文献:

- [1] 高鹰,谢胜利.一种变步长 LMS 自适应滤波算法及分析[J].电子学报,2001,29(8):1094 - 1097.
GAO Ying, XIE Sheng - li. The algorithm and analysis of variable - step LMS adaptive filtering[J]. Acta Electronica Sinica, 2001,29(8):1094 - 1097. (in Chinese)
- [2] 邓江波,侯新国,吴正国.基于箕舌线的变步长 LMS 自适应算法[J].数据采集与处理,2004,19(3):282 - 285.
DENG Jiang - bo, HOU Xin - guo, WU Zheng - guo. The algorithm of variable - step LMS adaptive filtering based on versiera[J]. Journal of Data Acquisition & Processing, 2004, 19(3):282 - 285. (in Chinese)
- [3] 覃景繁,欧阳景正.一种新的变步长 LMS 自适应滤波算法[J].数据采集与处理,1997,12(2):171 - 174.
QIN Jing - fan, OUYANG Jing - zheng. The new algorithm of variable - step LMS adaptive filtering[J]. Journal of Data Acquisition & Processing, 1997,12(2):171 - 174. (in Chinese)
- [4] 吕振肃,熊景松.一种改进的变步长 LMS 自适应算法[J].信号处理,2008,24(1):144 - 146.
LV Zhen - su, XIONG Jing - song. The improved algorithm of variable - step LMS adaptive filtering[J]. Signal Processing, 2008,24(1):144 - 146. (in Chinese)
- [5] 蒋明峰,郑小林,彭承琳.一种新的变步长 LMS 自适应算法及其在自适应噪声抵消中的应用[J].信号处理,2001,17(3):282 - 286.
JIANG Ming - feng, ZHENG Xiao - lin, PENG Cheng - lin. The new algorithm of variable - step LMS adaptive filtering and the application in adaptive noise cancellation[J]. Signal Processing, 2001,17(3):282 - 286. (in Chinese)
- [6] 李建奇,曹斌芳,彭元杰.一种自适应噪声抵消系统的仿真与设计[J].噪声与振动控制,2007,27(6):76 - 79.
LI Jian - qi, CAO Bin - fang, PENG Yuan - jie. The simulation and design of adaptive noise cancellation system[J]. Noise and Vibration Control, 2007,27(6):76 - 79. (in Chinese)

作者简介:

李善姬(1959 -),女(朝鲜族),吉林延吉人,1997 年获硕士学位,现为延边大学工学院教授、硕士生导师,主要研究方向为信号与信息处理。

LI Shan - ji was born in Yanji, Jilin Province, in 1959. She received the M.S. degree in 1997. She is now a professor and also the instructor of graduate students in Engineering College of Yanbian University. Her research direction is signal and information processing.

Email: lishanji@ybu.edu.cn