

文章编号:1001-893X(2010)05-0072-04

一种改进的 FDTD 网格剖分算法^{*}

陈晓羽,方 良

(空军工程大学 导弹学院,陕西 三原 713800)

摘 要:分析了时域有限差分(FDTD)网格的生成原理,提出了一种新型非均匀 FDTD 网格生成算法。该算法通过读取模型获得轴线上的不连续分界点,将整个空间沿 x 轴、 y 轴和 z 轴方向各自分成多个区间;然后通过各区间的长度及其在模型中所处的位置,来确定该不同区间剖分时所采用的具体网格生成算法,由此得到一种新型的分区递变非均匀网格。此算法能够完全由程序实现,避免了普通网格剖分算法所带来的人为误差。在最大限度降低网格数量的同时,克服了剖分算法中由于最大网格过大而导致的高频数值色散问题,使得最后的 FDTD 程序具有计算时间短、收敛速度快的优点。

关键词:非均匀网格;时域有限差分;高频数值色散

中图分类号:TM153 文献标识码:A doi:10.3969/j.issn.1001-893x.2010.05.016

An Improved Arithmetic for Generating Non-uniform FDTD Grid

CHEN Xiao-yu, FANG Liang

(The Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan 713800, China)

Abstract: The principle of generating FDTD(Finite Difference Time Domain) grid is analysed, and an improved arithmetic for generating non-uniform FDTD grid is presented. The arithmetic divides the whole space into many sections along the x -axis, y -axis and z -axis, through reading the discontinuity point of the model. Then, According to the length of the section and its position in the model, it chooses the arithmetic used when dividing the certain section. This arithmetic is programmable and can avoid the artificial error, so it can overcome the problem of numerical high frequency dispersion due to the unsuitable grid size.

Key words: non-uniform grid; FDTD; high-frequency dispersion

1 引 言

在采用时域有限差分(Finite Difference Time Domain, FDTD)方法对模型进行电磁场的数值计算时,先必须对所考虑的模型进行剖分。网格剖分的好坏,不仅影响到计算结果的精度,而且对计算过程的收敛程度起着决定性的作用,因而一种好的网格剖分算法对整个 FDTD 计算来说有着举足轻重的意义。网格的描述应符合电磁场的变化,如果在每个计算域中都用细网格来描述,势必要占用计算机过

多的资源和较长的运行时间;如果在每个计算域中采用粗网格来描述,则将会给 FDTD 的计算带来较大的误差。为了解决这一矛盾,通常采用非均匀 FDTD 法^[1-6]。文献[4]中介绍了一种使网格尺寸在空间按一定的规律扩展的非均匀网格法,其基本思想是使网格密度沿轴向按等比级数增大。这种网格生成的方法,由于在整个网格空间都是用等比级数的方式增长得到的,使得 6 个场分量的迭代式的一致性较好。李响等人^[2]在扩展网格算法的基础上改进了分区扩展网格的算法,并在其编写的非均匀剖分软件中用到了分区递变的非均匀网格算法并实现

^{*} 收稿日期:2010-01-18;修回日期:2010-03-16

了设置和剖分结果的可视化。周国祥等人^[3]同样也以可视化的形式实现了非均匀网格剖分,提出了一种很具通用性的较合理的非均匀网格剖分算法,即分区递变结合粗网格的非均匀网格算法。

分区递变的非均匀网格剖分方法与一般的非均匀网格相比有了较大的改进,但也存在着一定的局限性:网格的最小尺寸和比例常数要人为设定;在算法处理的过程中,基本上是通过调整最小网格尺寸 $\Delta x_{\min}$ 及各网格的对应比例 R_x 使其能满足要求,此过程不但结果不好控制,而且可能会产生一些意想不到的结果。对于 $\Delta x_{\min}$ 及 R_x 如何进行适当的调整才能得到比较理想的结果,文献中并没有给出合理的方法。基于此算法的基本思想,本文提出了一种更加合理的网格自动生成的算法。

2 改进的分区递变非均匀网格剖分算法

首先,通过 AutoCAD、3DMax 等第三方绘图软件画出模型的立体图,以特定的格式将其导出;然后,通过程序将该文件读入,就可以得到此模型的结构,同时也可以得到模型在 3 个轴向上的分界面及不连续点的坐标。

以 x 轴方向为例,假设通过模型的读入,得到在 x 轴方向的一系列不连续点的坐标从小到大分别为 $x_0, x_1, x_2, \cdots, x_n$ 。依据媒质特性及所计算的频率范围,我们可以得到空间最大网格的尺寸 $\Delta x_{\max}$ 。依据 $\Delta x_{\max}$,取 $\Delta x_{\min} = \Delta x_{\max}/5$,此精度一般可以满足计算中不连续点处的需要,过小则由于同时还要考虑到时间步的关系,使得时间步过小,要使得内部的场稳定必然增加所需要的时间步数,此值也依据实际情况手动设定。要保证计算空间场的稳定性,相邻的网格间的尺寸应该平缓地变化而不是突变,防止数值色散,为此,设定比例系数 $R_x \leq 1.3$ 。

由于 x_0 与 x_n 处于计算空间的边缘,其网格将延展到 PML 层中,此处的网格作为第三种形式予以考虑。而中间由 x_1 到 x_{n-1} 之间的网格均属于由细网格到粗网格再到细网格的变化过程。

定义靠近分界点的网格均为最小网格 $\Delta x_{\min}$,以最大的比例系数 1.3 增大,直到达到最大网格长度 $\Delta x_{\max}$,由此可以求得以此规律增大可以得到的最大网格数 $\Delta N_{\max}$ 及空间长度 $\Delta L_{\max}$ 。而 $\Delta N_{\max}$ 满足如下关系式:

$$\Delta x_{\min} R_x^{\Delta N_{\max} - 1} \leq \Delta x_{\max} < \Delta x_{\min} R_x^{\Delta N_{\max}} \tag{1}$$

即其增长所达到的最大尺寸小于保证在计算空间内收敛的最大值 $\Delta x_{\max}$,若继续增大将大于这一收敛条件。由此可以得到:

$$\Delta N_{\max} = \text{LowI}(\log_{R_x} \frac{\Delta x_{\max}}{\Delta x_{\min}}) \tag{2}$$

式中, $\text{LowI}()$ 表示对所求得的数向下取整,如 $\text{LowI}(9.2) = 9$ 。在得到 $\Delta N_{\max}$ 后,可以求得按此规律得到的最大空间长度:

$$\Delta L_{\max} = \Delta x_{\min} \frac{(R_x^{\Delta N_{\max}} - 1)}{R_x - 1} \tag{3}$$

令 $\Delta L = x_i - x_{i-1} (1 < i < n)$,当 $\Delta L < 2\Delta L_{\max}$ 时则属于第一种形式,即中间的最大网格值小于 $\Delta x_{\max}$;当 $\Delta L \geq 2\Delta L_{\max}$ 则属于第二种形式,即中间的最大网格值等于 $\Delta x_{\max}$ 。

2.1 中间网格值小于 $\Delta x_{\max}$

设当半区间网格数为 n 时,网格刚好达到或超过半空间长度 $\Delta L/2$,即:

$$\Delta x_{\min} \frac{(R_x^{n-1} - 1)}{R_x - 1} < \Delta L/2 \leq \Delta x_{\min} \frac{(R_x^n - 1)}{R_x - 1} \tag{4}$$

依据上式可以求得 n 的值。为了使当半网格数取 n 时最大网格刚好达到半区间的中点,在此可以调整比例系数 R_x ,定义新的比例系数为 R'_x ,其满足

$$\Delta L/2 = \Delta x_{\min} \frac{(R'^n_x - 1)}{R'_x - 1} \tag{5}$$

通过迭代可以求得 R'_x 的值,由于 $R_x > 1, \Delta L/2 \leq \Delta x_{\min} (R_x^n - 1)/(R_x - 1)$,网格的大小是递增的,当取同样多的网格数时,总的网格的长度小时其比例系数也小,故有 $R'_x \leq R_x$,保证了网格尺寸不至于增长过快而导致数值色散。此算法相对于文献^[3]中的算法而言更加快捷、简单和适用。但仅此考虑还不够,当 ΔL 很小时,依据以上算法将得到 $R'_x < 1$,这是我们不希望得到的结果。由于

$$\lim_{R'_x \rightarrow 1} \frac{(R'^n_x - 1)}{R'_x - 1} = n \tag{6}$$

当 $n + 1 > (R_x^n - 1)/(R_x - 1)$ 时将导致 $R'_x < 1$,求得 $n = 3$,此时有 $\Delta L = 8\Delta x_{\min}$ 。当出现此种情况时,通过调整 $\Delta x_{\min}$ 和 R_x 来加以实现,但会导致一个问题: $\Delta x_{\min}$ 过小,或是 R_x 过大。此种情况下,递增的网格已经没有必要,可以采用均匀的小网格,令

$$n = \text{LowI}(\Delta L/\Delta x_{\min}) \tag{7}$$

在此区间内可取 $\Delta x = \Delta L / n$ 。

2.2 中间网格值等于 $\Delta x_{\max}$

定义除去两边的递增网格长度,中间剩余部分的总长度为 $\Delta L' = \Delta L - 2\Delta L_{\max}$ 。中间的网格长度均为 $\Delta x_{\max}$,网格个数为 n ,则有:

$$n = \text{UpI}(\Delta L' / \Delta x_{\max}) \tag{8}$$

式中,UpI()表示向上取整,如 $\text{UpI}(9.2) = 10$ 。在此区间内的单边递增长度为 $(\Delta L - n\Delta x_{\max}) / 2$,其长度小于 $\Delta L_{\max}$,但依然分为 $\Delta N_{\max}$ 个网格,依据前文所述关于中间网格小于 $\Delta x_{\max}$ 时求取网格长度的方法,可以确定 R'_x 并得到各个网格的长度。

2.3 边缘网格

边缘的网格由于此处不存在不连续性,故 $[x_0, x_1]$ 区间为从 x_1 向 x_0 网格尺寸递增,而在 $[x_{n-1}, x_n]$ 区间为由 x_{n-1} 向 x_n 网格尺寸递增。此区间一般大于 3 个网格,由于是单调递增,不存在双边网格数的问题,故此处只需考虑大于 3 个网格的情况。此处如果 $\Delta L < \Delta L_{\max}$,则按照中间网格小于 $\Delta x_{\max}$ 的方式进行单边带处理;如果 $\Delta L \geq \Delta L_{\max}$,则按照中间网格大于 $\Delta x_{\max}$ 的方式进行单边带处理。

由以上 3 种情况可以得到整个 x 轴方向分区间在以上 3 种形式下的剖分算法,在 y 轴方向和 z 轴方向可以依据此算法进行同样的剖分。

3 剖分实例

根据以上算法,应用 VC++ 编程对一个微带贴片天线和一个低通滤波器模型进行剖分,结果如图 1~4 所示。由图可以看出,在不同媒质的交界面和金属边界条件处网格都采用最小尺寸,这样在得到最小网格数的同时,最大限度地避免了网格尺寸所带来的数值色散。

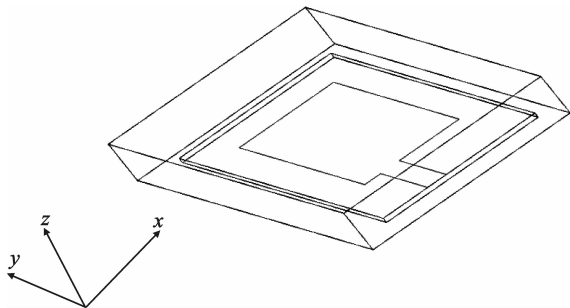


图 1 微带贴片天线
Fig.1 Microstrip patched antenna

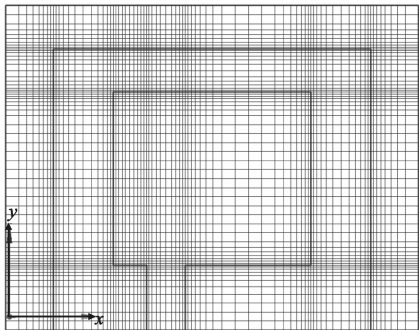


图 2 剖分后的微带贴片天线网格
Fig.2 The divided grids for microstrip patched antenna

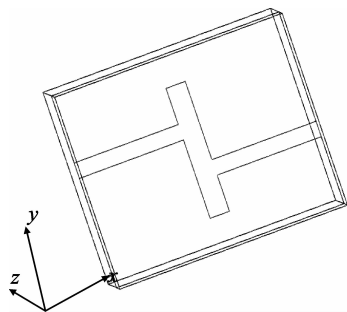


图 3 低通滤波器
Fig.3 Lower-passed filter

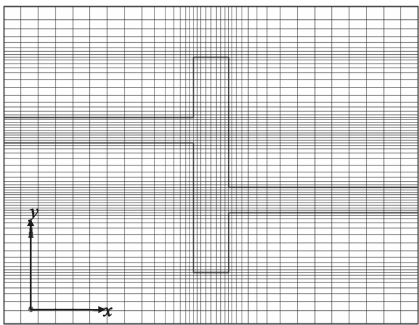


图 4 剖分后 xy 平面的网格
Fig.4 The divided grids in xy plane

4 结 论

采用改进算法所得空间网格的尺寸,在整个空间区域内并不是简单的递增关系,这一特性使得空间网格不但能够避免数值色散,而且由于与一般算法相比其最大网格尺寸可取得更大一些,故其总的网格数相对其它算法来说也可以取得更少一些。同时,由于算法采用分区处理及递增网格与最大网格相结合的方法,既使小网格出现在场变化剧烈的区域,又保证了场变化缓慢的区域均为大网格。与普通的剖分算法相比,这种剖分算法可产生更少的网

格数,大大缩短了计算时间。由于这种剖分过程完全可由程序自动完成,因而该算法可以很好地应用于各种非均匀 FDTD 网格剖分程序。

参考文献:

[1] 高本庆. 时域有限差分法[M]. 北京:国防工业出版社, 1995.
GAO Ben-qing. Finite-Difference Time-Domain Method[M]. Beijing:National Defense Industry Press,1995. (in Chinese)

[2] 李响, 杨明武, 王伟吉, 等. 时域有限差分电磁建模系统的研究与设计[J]. 信息与电子工程, 2005, 3(4): 257 - 260.
LI Xiang, YANG Ming-wu, WANG Wei-ji, et al. Study of FDTD Electromagnetism Modeling System[J]. Information and Electronic Engineering, 2005, 3(4): 257 - 260. (in Chinese)

[3] 周国祥, 程萍, 蒋经国, 等. 直角坐标系下非均匀 FDTD 网格生成系统[J]. 微波学报, 2005, 21(2): 56 - 59.
ZHOU Guo-xiang, CHENG Ping, JIANG Jing-guo, et al. A Non-uniform FDTD Mesh Generation System in Cartesian Coordinate[J]. Journal of Microwaves, 2005, 21(2): 56 - 59. (in Chinese)

[4] 姚广锋, 王积勤, 刘刚. 采用 PML 的 FDTD 方法对矩形

微带天线的研究[J]. 现代雷达, 2003, 25(11): 36 - 38.
YAO Guang-feng, WANG Ji-qin, LIU Gang. A Study on the PML Absorbing Boundary Condition of the FDTD Method for Rectangle Microstrip Antenna[J]. Modern Radar, 2003, 25 (11): 36 - 38. (in Chinese)

[5] Reineix A, Jecko B. Analysis of Microstrip Patch Antennas Using Finite Difference Time Domain Method[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1989, 37(11): 1361 - 1369.

[6] David M Sheen, Sami M Ali, Mohamed D Abouzahra, et al. Application of the Three-Dimensional Finite-Difference Time-Domain Method to the Analysis of Planar Microstrip Circuits [J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 1990, 38(7): 849 - 857.

作者简介:

陈晓羽(1978 -), 男, 陕西大荔人, 博士研究生, 主要研究方向: 混沌理论在电磁场与信号处理中的应用。
CHEN Xiao-yu(male) was born in Dali, Shaanxi Province, in 1978. He is currently working toward the Ph. D. degree. His research concerns the application of chaos theory in electromagnetism field and signal processing.
Email: cxynnp@yahoo. com. cn

《电讯技术》征稿的新要求

为了促进本刊的国际化进程, 进一步扩大影响力, 为广大科技人员搭建更高层次的学术研究和学术交流平台, 现对来稿作如下几点新的要求:

- (1) 来稿中的图题、表题应给出对应的英文翻译;
- (2) 中文参考文献采用双语著录;
- (3) 属于基金项目的来稿应给出项目的英文翻译;
- (4) 提供作者简介的英文翻译, 其中应包括作者的出生年、籍贯、何时获得学位、研究方向等内容, 可参见 IEEE 系列刊物作者简介的翻译;
- (5) 欢迎作者将具有原创性的研究成果直接以全英文论文投稿, 应注意语言流畅, 专业术语准确, 符合科技英语表达习惯, 并附上中文标题、单位、摘要和关键词, 以及中文作者简介;
- (6) 为了保证出版的及时性, 作者不得在自校阶段对稿件作大幅修改, 否则, 将按新投稿件处理, 编辑部保留追究由此造成的一切损失的权利。

《电讯技术》编辑部