

文章编号:1001—893X(2010)03—0037—05

一种改进的全阵空间平滑技术^{*}

程小震,唐 宏,付红卫,梁路江

(空军工程大学 导弹学院,陕西 三原 713800)

摘 要:在处理相干信号源的方法上,传统的空间平滑方法如前后向平滑、加权前后向平滑等都是非常有效的方法。然而,已有的空间平滑算法在信噪比较低或相干源的波达方向角(DOA)相邻很近时无法精确估计,而且都必须以牺牲孔径为代价。因此当信号源数目较大时,传统的空间平滑方法是无效的。针对这些问题,提出了一种新的实相干信号的估计方法,在信噪比较低时仍可以准确估计邻近的相干源,而且没有孔径损失。仿真结果验证了该方法的优越性。

关键词:相干源;波达方向估计;空间平滑

中图分类号:TN911.7 **文献标识码:**A doi:10.3969/j.issn.1001—893x.2010.03.008

Improved Spatial Smoothing Technique Using Full Array

CHENG Xiao-zhen ,TANG Hong ,FU Hong-wei ,LIANG Lu-jiang

(The Missile Institute,Air Force Engineering University,Sanyuan 713800,China)

Abstract:In the context of coherent signal source, conventional spatial smoothing methods such as forward/backward smoothing method, weighted forward/backward smoothing method can be used effectively. However, the currently known spatial smoothing algorithms not only are imperfect at low signal-to-noise ratio(SNR) or when the DOAs of coherent source are near, but also reduce effective aperture of the array. Especially the number of coherent sources is large, conventional spatial smoothing methods are invalid. In view of these problems,a new method is proposed which can perform well at low SNR from near directions. Simulation results are provided to verify the superiority.

Key words:coherent source;DOA estimation;spatial smoothing

1 引 言

近二十多年来,信号波达方向(DOA)估计研究受到广泛重视,在雷达、声纳、通信中尤为重要。基于信号子空间的 MUSIC(Multiple Signal Classification)算法和 ESPRIT 算法是目前比较好的 DOA 估计算法。MUSIC 算法利用阵列协方差矩阵 $\mathbf{R}$ 的噪声子空间和信号子空间的正交性进行 DOA 估计,对于非相干或相关程度较小的空间信源具有良好的分辨性能。然而,当信号相干时,信号源的协方差矩阵就会变成奇异阵,信号子空间将向噪声子空间扩散,这时,MUSIC 算法的分辨性能就会恶化甚

至失效。

空间平滑最初是由 Evans^[1] 提出来的,后来 Shan^[2] 进行了完善,其基本思想是把主阵划分为若干相重叠的子阵列,然后对子阵的协方差矩阵求平均(各子阵列的向量以各自的第一个阵元为基准,两相干信号的相位差由于波达方向不同,使空间平滑产生随机相位调制,因而可以对引起秩亏缺的信号解相关)。利用这种方法,我们可以得到满秩的协方差矩阵,然后用 MUSIC 算法。在这些传统的方法中,能处理的相干源最大范围是 $2N/3$ (N 为阵列的阵元数)^[3-4],可检测相干源数目与子阵孔径大小成为矛盾,随后提出一些增强平滑技术方法^[5] 和利用

^{*} 收稿日期:2009—12—10;修回日期:2010—01—15

互相关矩阵信息的前后向平滑^[6]等在一定程度上增强了对空间相干源的解相关能力,但计算量比较大。Nizar 在文献[7]中提出 C-SPRIT 进行非圆信号如二进制相位键控(BPSK)和 M 进制幅度键控(MASK)DOA 估计,随后又利用 C-SPRIT 思想,提出 CMUSIC 方法^[8]来解决非圆相干信号 DOA 估计,利用 N 个阵元估计 $N-1$ 个非圆相干信号 DOA,但也只是使信号源有相干变为相关,并没有彻底解相关。利用本文的算法,能处理的最大相干源数目为 $N-1$ (为全阵的自由度),而且在处理 SNR 较低或波达角相邻近时的相干源也有效。

2 算法分析

假设一个 N 元等距线阵(ULA),假定 P 个窄带平面信号源波达方向角分别为 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p$, 那么, N 个阵元接收的信号矢量可以写为

$$\mathbf{X}(t) = \sum_{k=1}^P \mathbf{a}(\theta_k) s_k(t) + \mathbf{n}(t) \quad (1)$$

式中, $s_k(t)$ 代表第 k 个信号,其源波达角为 θ_k ; $\mathbf{a}(\theta_k)$ 表示 N 元阵的导向矢量; $\mathbf{n}(t)$ 是 $N \times 1$ 的均值为零、方差为 σ^2 的加性高斯白噪声。阵列导向矢量可以写成

$$\mathbf{a}(\theta_k) = (1, z_k, z_k^2, \dots, z_k^{N-1})^T, k=1, 2, \dots, P \quad (2)$$

式中,上标 T 代表转置,

$$z_k = \exp\left(j \frac{2\pi d \sin \theta_k}{\lambda}\right) \quad (3)$$

式中, λ 是波长, d 是相邻阵元的间距, $N \times P$ 的阵列响应矩阵和 $P \times 1$ 的信号矢量可以写为

$$\mathbf{A}(\theta) = (\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_P)) \quad (4)$$

和

$$\mathbf{S}(t) = (s_1(t), s_2(t), \dots, s_P(t))^T \quad (5)$$

接收到的信号矢量可以写为

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}(\theta) \mathbf{S}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (6)$$

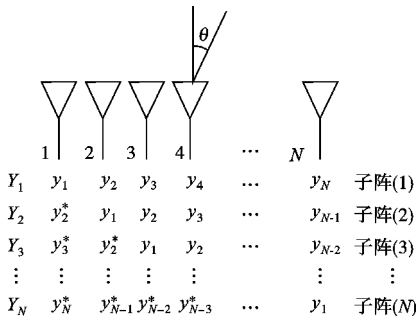


图 1 阵元

Fig. 1 Array elements

本文方法用 N 元子阵,每个子阵的阵元数等于全阵列 N ,由图 1,子阵 1 写为

$$\mathbf{Y}_1(t) = \mathbf{A}(\theta) \mathbf{S}(t) + \mathbf{n}_1(t) \quad (7)$$

式中,

$$\mathbf{Y}_1(t) = [y_1(t), y_2(t), \dots, y_N(t)]^T \quad (8)$$

$$\mathbf{n}_1(t) = [n_1(t), n_2(t), \dots, n_N(t)]^T \quad (9)$$

$$\mathbf{Y}_2(t) = [y_2^*, y_1, \dots, y_{N-1}]^T \quad (10)$$

$$\mathbf{Y}_2(t) = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^P s_k^* z_k^* + n_2^*(t) \\ \sum_{k=1}^P s_k + n_1(t) \\ \sum_{k=1}^P s_k z_k + n_1(t) \\ \vdots \\ \sum_{k=1}^P s_k z_k^{N-2} + n_1(t) \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中,上标 * 表示共轭,对于一维实信号 $s_k = s_k^*$,子阵 2 可写为

$$\mathbf{Y}_2(t) = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^P s_k z_k^* + n_2^*(t) \\ \sum_{k=1}^P s_k + n_1(t) \\ \sum_{k=1}^P s_k z_k + n_1(t) \\ \vdots \\ \sum_{k=1}^P s_k z_k^{N-2} + n_1(t) \end{bmatrix} = \mathbf{A}(\theta) \mathbf{\Phi}^* \mathbf{S}(t) + \mathbf{n}_2(t) \quad (12)$$

式中,

$$\mathbf{\Phi}^* = \text{diag}(z_1^*, z_2^*, \dots, z_p^*) \quad (13)$$

$$\mathbf{n}_2(t) = [n_2^*(t), n_1(t), \dots, n_{N-1}(t)]^T \quad (14)$$

子阵 3 可以写为

$$\mathbf{Y}_3(t) = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^P s_k (z_k^*)^2 + n_2^*(t) \\ \sum_{k=1}^P s_k z_k^* + n_2^*(t) \\ \sum_{k=1}^P s_k + n_1(t) \\ \vdots \\ \sum_{k=1}^P s_k z_k^{N-2} \end{bmatrix} = \mathbf{A}(\theta) (\mathbf{\Phi}^*)^2 \mathbf{S}(t) + \mathbf{n}_3(t) \quad (15)$$

$$\mathbf{Y}_N(t) = \begin{pmatrix} \sum_{k=1}^P \mathbf{s}_k(\mathbf{z}_k^*)^{N-1} + \mathbf{n}_2^*(t) \\ \sum_{k=1}^P \mathbf{s}_k(\mathbf{z}_k^*)^{N-2} + \mathbf{n}_2^*(t) \\ \sum_{k=1}^P \mathbf{s}_k(\mathbf{z}_k^*)^{N-3} + \mathbf{n}_1(t) \\ \vdots \\ \sum_{k=1}^P \mathbf{s}_k \end{pmatrix} = \mathbf{A}(\theta)(\Phi^*)^{N-1}\mathbf{S}(t) + \mathbf{n}_N(t) \quad (16)$$

式中,

$$\mathbf{n}_3(t) = [\mathbf{n}_3^*(t), \mathbf{n}_2^*(t), \mathbf{n}_1(t), \dots, \mathbf{n}_{N-1}(t)]^T \quad (17)$$

$$\mathbf{n}_N(t) = [\mathbf{n}_N^*(t), \mathbf{n}_{N-1}^*(t), \mathbf{n}_{N-2}^*(t), \dots, \mathbf{n}_1(t)]^T \quad (18)$$

$$\mathbf{R}_N = E[\mathbf{y}_N \mathbf{y}_N^H] = \mathbf{A}(\theta)(\Phi^*)^{N-1} \mathbf{R}_s (\Phi^*)^{-(N-1)} \cdot \mathbf{A}^H(\theta) + \sigma^2 \mathbf{I} \quad (19)$$

式中,上标 H 表示对矩阵进行共轭转置操作, $\mathbf{R}_s = E[s(t)s(t)^H]$ 是 $P \times P$ 的信号协方差矩阵,如果存在相干信号, $\mathbf{R}_s$ 的秩小于 P ,那么我们可以用 $\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \dots, \mathbf{R}_N$ 的平均得到满秩的矩阵。

$$\mathbf{R} = \mathbf{A}(\theta) \left[\frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N \Phi^{-(i-1)} \mathbf{R}_s \Phi^{i-1} \right) \right] \mathbf{A}^H(\theta) + \sigma^2 \mathbf{I} \quad (20)$$

令 $\tilde{\mathbf{R}}_s = \frac{1}{N} (\sum_{i=1}^N \Phi^{-(i-1)} \mathbf{R}_s \Phi^{i-1})$ 与前向平滑技术的 $\tilde{\mathbf{R}}_s' = \frac{1}{L} (\sum_{i=1}^L \Phi^{i-1} \mathbf{R}_s \Phi^{-(i-1)})$ 比较,这里 L 是滑动子阵的数目, $M = N - L + 1$ 为子阵的阵元数,很明显, $\tilde{\mathbf{R}}_s$ 的平滑数目远大于 $\tilde{\mathbf{R}}_s'$, $\tilde{\mathbf{R}}_s$ 每个子阵中的阵元数也远大于 $\tilde{\mathbf{R}}_s'$ 。对于前后向(FB)平滑技术, $\tilde{\mathbf{R}}_s'' = \frac{1}{L} (\sum_{i=1}^L \Phi^{i-1} \mathbf{R}_s \Phi^{-(i-1)} + \sum_{i=1}^L \Phi^{-(M+L-2)} \mathbf{R}_s^* \Phi^{M+L-2})$, $\tilde{\mathbf{R}}_s$ 的平滑数目也大于 $\tilde{\mathbf{R}}_s''$,如果 $\tilde{\mathbf{R}}_s''$ 的每个子阵的阵元数大于 $N/2$,则本文方法子阵的阵元数将是 N ,我们可以在图 2 中清楚地看到在每次平滑时都得到一个全阵列。

考虑一个 8 元 ULA 阵,传统的方法让每个子阵的阵元数为 6,我们可以发现子阵 4 和子阵 5 在最后平均得到协方差矩阵时并没有被用到,并且其它子阵的阵元数也少于 8(全阵的阵元数)。很明显,本文的方法比传统方法利用了更多的资源。

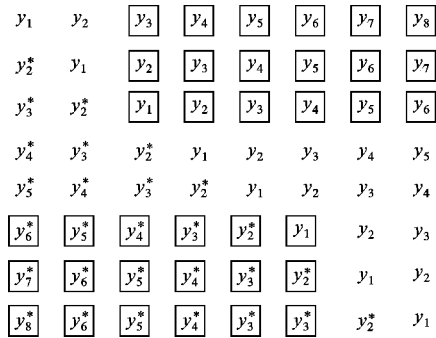


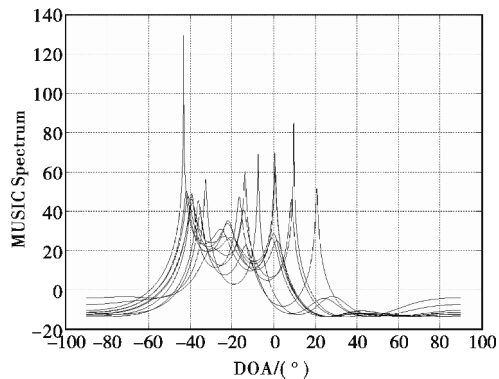
图 2 本文方法与前后向平滑方法在子阵阵元数上的比较(在子阵 6 中 y_1 等于 y_1^*)

Fig. 2 Comparison of method in this paper with forward/backward smoothing method(in sub array 6 $y_1 = y_1^*$)

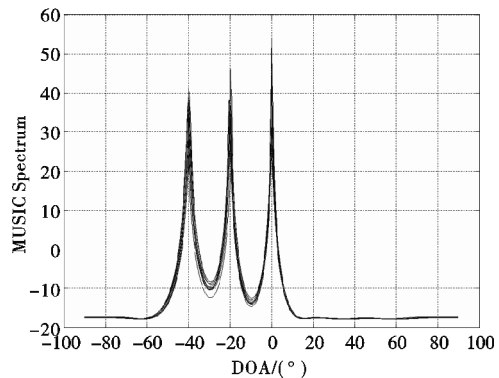
3 仿真与分析

我们用几个仿真例子来证明本文所提方法的有效性,统一使用 8 元阵,快拍数为 500。

仿真 1,考虑 3 个等能量的相干源,DOA 分别为 $\theta_1 = -40^\circ, \theta_2 = -20^\circ, \theta_3 = 0^\circ$,信噪比(SNR)为 -10 dB。仿真结果如图 3 所示。其中,图 3(a)中很难精



(a)前后向平滑方法



(b)本文方法

图 3 仿真结果

Fig. 3 Simulation results

确地在 $-40^{\circ} \sim -20^{\circ}$ 和 0° 观察到峰值,多次实验结果的 DOA 峰值都不一样。然而,在图 3(b)中我们可以清楚地看到 3 个尖峰,并且 DOA 估计比较准确,多次实验的峰值位置都基本相同。这证明了本文方法在信噪比较低情况下的有效性。

仿真 2,对两个等功率相干源,信噪比为 5 dB,其波达角是 $\theta_1=10^{\circ}$ 、 $\theta_2=15^{\circ}$,分别作 50 次蒙特卡罗仿真。子阵阵元数是 7,为前两种方法条件下两个相干源下最多的阵元数。比较前后向平滑以及加权前后向平滑,两种方法中峰值的位置都偏离了真实值。如图 4 所示,因本文所提出的方法每个子阵阵元数等于 8,而其它的方法所涉及子阵阵元数小于 8,所以此方法更为精确。从图 4 中可以看出,本文所提出的方法估计的 DOA 峰值位置在真实值,而其它两种方法则偏离较大。

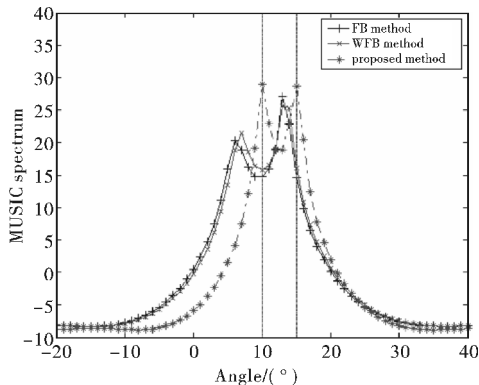
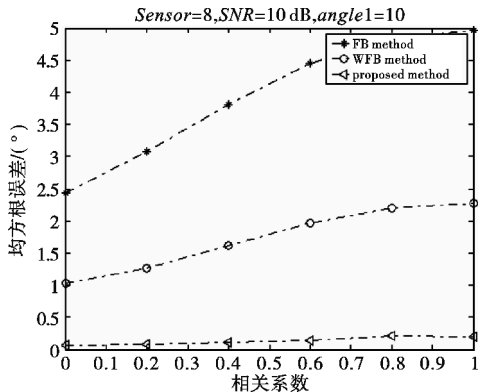


图 4 波达角分别为 10° 、 15° ,信噪比为 5 dB 时仿真比较图
Fig. 4 Simulation of SNR=5 dB while DOA= 10° and 15° respectively in proper order

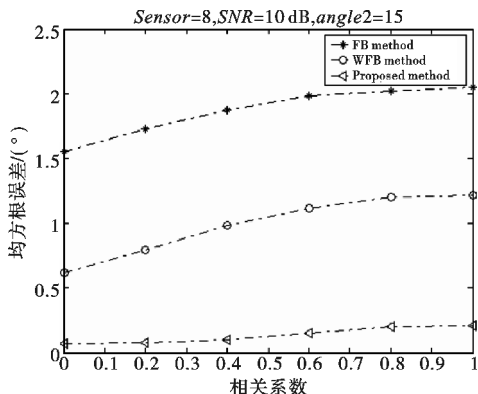
在下面的仿真中,分别对波达角为 10° 、 15° ,信噪比是 10 dB 的等功率相干源求均方根误差,在不同的相关系数条件下进行仿真,结果如图 5 所示,可以看出本文方法均方根误差比前后向平滑以及加权前后向平滑均方根误差都小。同样,在不同信噪比的情况下,如图 6 所示,结果均体现该方法的优越性。其中图 5 和 6 比较的是不同 DOA 的估计均方根误差的结果。从图中可以看出,本文方法估计信号 DOA 的方差均要比前后向平滑、加权前后向平滑方法的要低。

仿真 3,用本文的方法,我们可以估计 $N-1$ 个相干源, N 为阵元数目,但传统方法无法做到,图 7 验证了本文方法的可行性。相干源数目为 7,波达方向角(DOA)为 -60° 、 -40° 、 -20° 、 0° 、 20° 、 40° 、 60° ,信噪比为 0 dB。

传统的方法由于采用前后向平滑技术,使得阵列孔径有所损失,估计信号 DOA 数目大大减少。而本文方法不采用前后向平滑技术,利用子阵之间的虚拟平滑,达到无孔径损失的效果,使得估计的 DOA 数目达到最大,为阵列的最大孔径(极限值)。

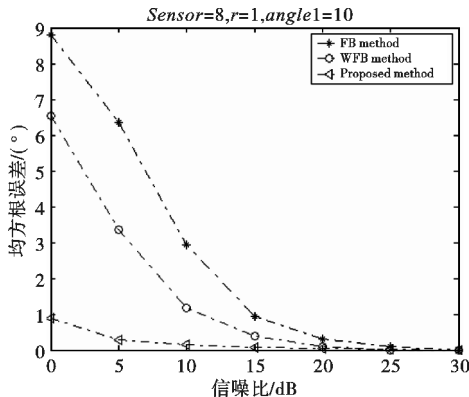


(a)波达角为 10°



(b)波达角为 15°

图 5 SNR=10 dB 时不同相关系数均方根误差
Fig. 5 Root-mean-square error of DOA in different correlative coefficients by several methods when SNR=10 dB



(a)波达角为 10°

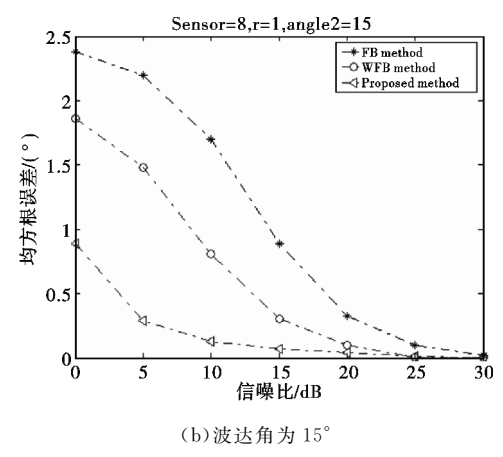


图 6 不同信噪比下均方根误差

Fig. 6 Root-mean-square error of DOA in different SNR by several methods

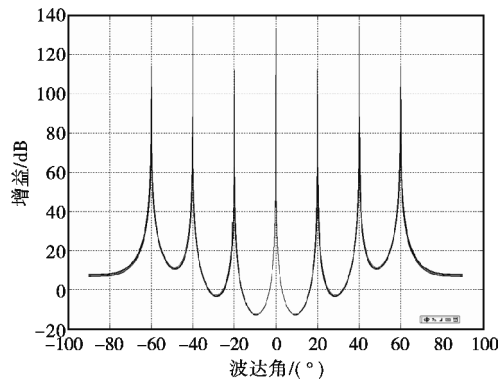


图 7 用本文方法 10 次试验得到的空间谱估计 (阵元数为 8, 相干源为 7, 信噪比为 0 dB)

Fig. 7 Spatial spectrum estimation in 10 times tests

4 结 论

本文提出了一种可以充分利用全阵进行相干源估计的方法。该方法相对于传统方法的优越性是显而易见的,尤其当相干源数目较大或未知时,本文方法可以估计的相干源数等于全阵时的最大数,是全阵估计信源的上限。并且,由于本文方法没有孔径损失,在同样 DOA 数目的估计情况下,单个信号 DOA 估计精度会得到大大提高,尤其是低信噪比的情况下,其优越性更加明显。

参考文献:

[1] Evans J E, Johnson J R, Sun D F. Application of advanced signal processing techniques to angle of arrival estimation in ATC navigation and surveillance system [R]//Technical Report 582, Lexington, MA: MIT Lincoln Lab, 1982.

[2] Shan T J, Han M Wax, Kailath T. On spatial Smoothing

for Direction-of-Arrival Estimation of Coherent Signals [J]. IEEE Transactions on Acoustic, Speech and Signal Processing, 1985, ASSP-33(4):806-811.

[3] Yoram Bresler, Albert Macovski. On the number of signals resolvable by a uniform linear array[J]. IEEE Transaction on Acoustics, Speech and Signal Processing, 1986, ASSP-34(6):1361-1375.

[4] Ronald T Williams, Surendra Prasad, Mahalanabis A K, et al. An improved spatial smoothing technique for bearing estimation in a multipath environment [J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, 1988, 36(4):425-432.

[5] Choi Y H. Subspace-based Coherent Source Localisation with Forward/Backward Covariance Matrices[J]. IEE Proceedings Radar Sonar Navigation, 2002, 149 (3):145-151.

[6] 王布宏, 王永良, 陈辉. 相干信源波达方向估计的加权空间平滑算法[J]. 通信学报, 2003, 24(4):31-40. WANG Bu-hong, WANG Yong-liang, CHEN Hui. Weighted Spatial smoothing for Direction-of-Arrival Estimation of Coherent Signals[J]. Journal on Communications, 2003, 24(4):31-40. (in Chinese)

[7] Nizar Tayem, Kwon H M. Conjugate ESPRIT (C-SPRIT) [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2004, 52(10):2618-2624.

[8] Amjad Salameh, Nizar Tayem. Conjugate MUSIC for non-circular sources[C]//Proceedings of 2006 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. Toulouse: IEEE, 2006:877-880.

作者简介:

程小震(1979-),男,陕西三原人,讲师,主要研究方向:建模与仿真、信号与信息处理;

CHENG Xiao-zheng (male) was born in Sanyuan, Shannxi Province, in 1979. He is now a lecturer. His research interests include modeling and simulation, signal and information processing.

Email: zhenxiaocheng2003@yahoo.com.cn

唐宏(1960-),男,辽宁人,教授,主要研究方向为雷达仿真;

TANG Hong (male) was born in Liaoning Province, in 1960. He is now a professor. His research direction is radar simulation.

付红卫(1966-),男,陕西宝鸡人,副教授,主要研究方向为微波技术;

FU Hong-wei (male) was born in Baoji, Shaanxi Province, in 1966. He is now an associate professor. His research direction is microwave technology.

梁路江(1970-),男,山东荣成人,副教授,主要研究方向为雷达仿真。

LIANG Lu-jiang (male) was born in Rongcheng, Shandong Province, in 1970. He is now an associate professor. His research direction is radar simulation.