

doi:10.3969/j.issn.1001-893x.2014.05.006

引用格式:李明阳,彭卫东,柏鹏,等.基于 m-序列的二元零相关区序列构造新方法[J].电讯技术,2014,54(5):559-563. [LI Ming-yang, PENG Wei-dong, BAI Peng, et al. A Novel Construction Method for Zero Correlation Zone Sequence Based on m-sequence[J]. Telecommunication Engineering, 2014, 54(5):559-563.]

基于 m-序列的二元零相关区序列构造新方法*

李明阳^{1,2,**}, 彭卫东², 柏 鹏², 王晟达³

(1. 空军工程大学 装备管理与安全工程学院,西安 710051;2. 空军工程大学 综合电子信息系统与电子对抗技术研究中心,西安 710051;3. 空军工程大学 航空航天工程学院,西安 710038)

摘 要:基于伪随机序列,提出一种二元零相关区序列构造方法。该方法利用伪随机序列的游程特性,通过在伪随机序列的适当位置进行插值,使生成的序列具有一定长度的零相关区。为了提高序列的丰富性,提出两种扩展方法:一种基于交织技术,通过构造移位序列,使交织序列的周期增大而零相关区不变;另一种方法将零相关区序列与 Hadamard 矩阵的行向量按位相乘,该方法能够增加零相关区序列数量的同时不改变序列的周期。数值仿真证明了所提方法的有效性。

关键词:二元零相关区序列;伪随机序列;交织技术;移位序列;Hadamard 矩阵

中图分类号:TN911.2 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-893X(2014)05-0559-05

A Novel Construction Method for Zero Correlation Zone Sequence Based on m-sequence

LI Ming-yang^{1,2}, PENG Wei-dong², BAI Peng², WANG Sheng-da³

(1. Equipment Management and Safety Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China; 2. Synthetic Electronic Information System and Electronic Countermeasure Technology Research Department, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China; 3. Aeronautics and Astronautics Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

Abstract: Based on pseudo sequence, a binary zero correlation zone (ZCZ) sequence construction method is presented in this paper. By employing the run length characteristic, through interpolating in appropriate location, the sequence is constructed with ZCZ of a certain length. In order to enlarge the richness of the sequences, two extension methods are introduced. One is based on interleaving technique and through designing shift sequence, the sequence constructed by which has increased period and identical ZCZ. The other multiplies the ZCZ sequence and row vectors of Hadamard matrix bit by bit to increase the volume but without changing the period of the ZCZ sequences. Numerical simulation validates the effectiveness of the proposed method.

Key words: binary zero correlation zone (ZCZ) sequence; pseudo random sequence; interleaving technique; shift sequence; Hadamard matrix

1 引 言

有效对抗频率选择性衰落影响,在雷达测距、码分多址通信^[1]系统中得到了广泛应用。目前关于 ZCZ

零相关区 (Zero Correlation Zone, ZCZ) 序列能够

* 收稿日期:2013-12-30;修回日期:2014-02-21 Received date:2013-12-30;Revised date:2014-02-21
基金项目:国家自然科学基金资助项目(61174194)
Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China(No. 61174194)
** 通讯作者:wo.lmy@163.com Corresponding author:wo.lmy@163.com

序列构造方法的研究大多着眼于 ZCZ 序列偶^[2-3]或者多元 ZCZ 序列的构造^[4-7]。序列偶的最大相关峰峰值有所下降^[2],会降低其抗噪声性能,而多元序列^[4]在同步、测距等领域不如二元序列应用广泛。交织方法^[8-9]和 Hadamard 矩阵^[10-11]已广泛应用于 ZCZ 序列构造和扩展中。文献[9]利用交织序列和正交矩阵进行相关积运算来构造最佳序列偶集,该方法构造的序列集具有近似最佳性,但是可构造的数量较少。文献[12]中利用交织序列构造 3 类具有最优自相关值的二元序列,该序列的周期限定为 4 的倍数。文献[13]构造了一种二元 ZCZ 序列并将其应用于多输入多输出 (Multiple Input Multiple Output, MIMO) 系统的信道估计,该序列只具有较好的非周期相关特性,应用范围较为狭窄。文献[14]基于最优序列组和正交矩阵构造了多维二元 ZCZ 序列,但是最优二元序列和二元正交矩阵数量稀少,构造结果灵活性差。研究表明,除 $[1, -1, -1, -1]$ 外不存在周期小于 548 964 900 的完备二元 ZCZ 序列,关于非完备二元 ZCZ 序列的研究在数字通信和密码学中都具有重要意义。

本文首先根据伪随机序列的特性,提出一种新的 ZCZ 序列构造方法,该方法通过在伪随机序列中元素“1”的最大游程末尾插入符号“1”将周期为 2^k-1 的伪随机序列构造成为周期为 2^k 且零相关区为 k 的 ZCZ 序列。为了克服伪随机序列周期固定、数量较少的缺点,本文提出两种扩展方法:方法 1 基于交织技术,通过设计移位序列,能够增大序列的周期而不改变序列的零相关区;方法 2 将 ZCZ 序列与 Hadamard 矩阵的行向量按位相乘得到新的 ZCZ 序列,从而增加序列的数量。最后对文中方法进行了数值仿真,验证了其有效性。

2 基本定义和定理

令周期为 L 的序列 $\mathbf{a}=(a_0,a_1,\cdots,a_{L-1})$,其自相关函数定义为

$$R_a(l)=\sum_{i=0}^{L-1}a_i a_{i+l},0\leq l\leq L-1$$

其中, $i+l$ 需要对 L 取模。

定义 1 对于周期为 L 的 $\mathbf{a}=(a_0,a_1,\cdots,a_{L-1})$,如果其自相关函数满足

$$R_a(\tau)=\begin{cases} F\neq 0, & \tau=0 \\ 0, & 0<|\tau|\leq Z_c \end{cases}$$

则称 $\mathbf{a}$ 为零相关区 Z_c 的 ZCZ 序列,表示为

$ZCZ(L,Z_c)$ 。

引理 1^[15] 设序列 $\mathbf{x}=(x_0,x_1,\cdots,x_{L-1})$,则令 $L_m(\mathbf{x})=(x_m,x_{m+1},\cdots,x_{L-1},x_0,\cdots,x_{m-1})$ 表示 $\mathbf{x}$ 的 m 位循环移位。令 $\mathbf{e}=(e_0,e_1,\cdots,e_{N-1})$ 表示周期为 N 的移位序列,则周期为 L 的序列 $\mathbf{a}$ 经过 $\mathbf{e}$ 交织后生成周期为 $L\times N$ 的序列 $\mathbf{u}$,表示为

$$\mathbf{u}=L_e(\mathbf{a})=(L_{e_0}(\mathbf{a}),L_{e_1}(\mathbf{a}),\cdots,L_{e_{N-1}}(\mathbf{a})) \quad (1)$$

令 $\tau=N\tau_1+\tau_2,0\leq\tau_2<N$,则 $\mathbf{u}$ 的自相关函数满足

$$R_u(\tau)=\sum_{i=0}^{N-\tau_2-1}R_a(e_{i+\tau_2}-e_i+\tau_1)+\sum_{i=N-\tau_2}^{N-1}R_a(e_{i+\tau_2-N}-e_i+\tau_1+1)$$

其中, $e_{i+\tau_2}-e_i+\tau_1$ 和 $e_{i+\tau_2-N}-e_i+\tau_1+1$ 需要对 L 取模。

3 基于伪随机序列的 ZCZ 序列构造

3.1 ZCZ 序列构造方法

定理 1 已知周期为 $L=2^k-1$ 的伪随机序列 $\mathbf{x}$, $\mathbf{x}$ 中元素“1”的最大游程的末尾位置为 $T-1$,按照式 (3) 构造新序列 $\mathbf{y}$,则 $\mathbf{y}$ 为 $ZCZ(L+1,k-1)$ 。

$$\mathbf{y}=\{y_i|i=0,1,\cdots,L\}$$
$$y_i=\begin{cases} x_i, & 0\leq i<T \\ 1, & i=T \\ x_{i-1}, & T+1\leq i\leq L \end{cases} \quad (3)$$

证明 由定理 1 可知 $\mathbf{y}$ 的自相关函数满足

$$R_y(0<\tau\leq T-1)=\sum_{i=0}^Ly_iy_{i+\tau}=$$
$$\sum_{i=0}^{T-1-\tau}y_iy_{i+\tau}+y_{T-\tau}y_T+\sum_{i=T-\tau+1}^{T-1}y_iy_{i+\tau}+y_Ty_{T+\tau}+\sum_{i=T+1}^Ly_iy_{i+\tau}=$$
$$\sum_{i=0}^{T-1-\tau}x_ix_{i+\tau}+x_{T-\tau}+\sum_{i=T-\tau+1}^{T-1}x_ix_{i+\tau-1}+x_{T+\tau-1}+\sum_{i=T}^{L-1}x_ix_{i+\tau} \quad (4)$$

根据伪随机序列的游程特性可知,当元素“1”的最大游程的末尾位置为 $T-1$ 时 $x_{T-k+1}=x_{T-k+2}=\cdots=x_{T-1}=1$,且显然有 $k-1\leq T-1$,所以式 (4) 又可以写成

$$R_y(0<\tau\leq k-1)=\sum_{i=0}^{T-1-\tau}x_ix_{i+\tau}+1+$$
$$\sum_{i=T-\tau+1}^{T-1}x_{i-1}x_{i+\tau-1}+x_{T+\tau-1}+\sum_{i=T}^{L-1}x_ix_{i+\tau}=$$
$$\sum_{i=0}^{T-1-\tau}x_ix_{i+\tau}+1+\sum_{i=T-\tau}^{T-2}x_ix_{i+\tau}+x_{T-1}x_{T-1+\tau}+\sum_{i=T}^{L-1}x_ix_{i+\tau}=$$
$$\sum_{i=0}^{L-1}x_ix_{i+\tau}+1=R_x(0<\tau\leq k-1)+1 \quad (5)$$

因为 $\mathbf{x}$ 的自相关函数 $R_x(\tau > 0) = -1$, 所以式(5)中 $R_y(0 < \tau \leq k-1) = 0$, 且显然有 $R_y(\tau = 0) = \sum_{i=0}^L y_i^2 = L+1 \neq 0$, 所以序列 $\mathbf{y}$ 为 $\text{ZCZ}((L+1), k-1)$ 。证毕。

3.2 序列周期的扩展方法

定理 2 依据定理 1 构造周期为 $L+1=2^k$ 的 ZCZ 序列 $\mathbf{y}$, 选择移位序列 $\mathbf{e}=(e_0, e_1, \cdots, e_L)$, 其中 $e_i = i/L \bmod (L+1)$, 则交织序列 $\mathbf{z} = L_e(\mathbf{y})$ 为 $\text{ZCZ}(2^k(2^k-1), k-1)$ 。

证明 令 $\tau = L\tau_1 + \tau_2$, 根据引理 1 可知交织序列的自相关函数

$$R_z(\tau) = \sum_{i=0}^{L-\tau_2-1} R_y(e_{i+\tau_2} - e_i + \tau_1) + \sum_{L-\tau_2}^{L-1} R_y(e_{i+\tau_2-L} - e_i + \tau_1 + 1) \tag{6}$$

当 $\tau \leq k-1$ 时, 必有 $\tau < L$, 所以此时 $\tau_1 = 0, \tau_2 = \tau$, 将 $e_i = i/L \bmod (L+1)$ 代入式(6)得到

$$R_z(\tau) = \sum_{i=0}^{L-\tau-1} R_y\left(\frac{i+\tau-i}{L}\right) + \sum_{L-\tau}^{L-1} R_y\left(\frac{i+\tau-L-i}{L} + 1\right) = \sum_{i=0}^{L-\tau-1} R_y\left(\frac{\tau}{L}\right) + \sum_{L-\tau}^{L-1} R_y\left(\frac{\tau}{L}\right) = LR_y\left(\frac{\tau}{L}\right) \tag{7}$$

由 $\tau/L \bmod (L+1) = (L+1-\tau) \bmod (L+1)$, 可知 $R_z(\tau) = LR_y((L+1-\tau) \bmod (L+1))$, 且 $R_y((L+1-\tau) \bmod (L+1)) = R_y(\tau \bmod (L+1))$ 得到 $R_z(\tau) = LR_y(\tau \bmod (L+1))$, 所以交织序列 $\mathbf{z}$ 和原序列 $\mathbf{y}$ 具有相同的零相关区。而序列 $\mathbf{z}$ 的周期为 $L(L+1) = 2^k(2^k-1)$, 所以序列 $\mathbf{z}$ 为 $\text{ZCZ}(2^k(2^k-1), k-1)$ 。证毕。

3.3 序列数量的扩展方法

依据定理 1 构造周期为 $L+1=2^k$ 的 ZCZ 序列 $\mathbf{y}$, 将其与 $2^k \times 2^k$ 阶 Hadamard 矩阵的行向量按位相乘, 得到 2^k 个周期为 2^k 的序列。设 Hadamard 矩阵前两个行向量为 $\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2$:

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_1 &= (1, 1, \cdots, 1)_{2^k \times 1} \\ \mathbf{h}_2 &= (1, -1, 1, \cdots, -1)_{2^k \times 1} \end{aligned} \tag{8}$$

$\mathbf{y}$ 与 $\mathbf{h}_1$ 和 $\mathbf{h}_2$ 分别按位相乘得到 $\mathbf{z}_1$ 和 $\mathbf{z}_2$, 可知 $\mathbf{z}_1 = \mathbf{y}$ 为 $\text{ZCZ}(L+1, k-1)$ 。序列 $\mathbf{z}_2$ 的自相关函数为

$$R_{z_2}(\tau) = \sum_{i=0}^L y_i h_{2,i} y_{i+\tau} h_{2,i+\tau} =$$

$$\begin{aligned} &(-1)^\tau \sum_{i=0}^L y_i y_{i+\tau} = \\ &(-1)^\tau R_y(\tau) \end{aligned} \tag{9}$$

根据式(9)可知, 序列 $\mathbf{z}_2$ 和序列 $\mathbf{y}$ 的自相关函数幅度一致, 相位交替反相, 所以序列 $\mathbf{z}_2$ 也为 $\text{ZCZ}(L+1, k-1)$ 。

如果 $\mathbf{z}_1$ 和 $\mathbf{z}_2$ 移位等价, 则选择 $\mathbf{h}_3 = (-1, 1, -1, \cdots, 1)_{2^k \times 1}$, $\mathbf{y}$ 与 $\mathbf{h}_3$ 按位相乘得到序列 $\mathbf{z}_3$, 显然 $R_{z_1 z_2}(\tau) = -R_y(\tau)$, 所以此时 $\mathbf{z}_1$ 和 $\mathbf{z}_3$ 移位不等价。由以上论述可知, 生成的 2^k 个序列中存在新的 ZCZ 序列, 序列数量得到增加。上述过程类似于文献[16]的扩展方法, 然而本文中方法不增大序列的周期。

4 数值仿真

设置仿真参数, 选择周期为 7、15、31、63 的 $\mathbf{m}$ 序列, 相应的生成多项式分别为 $g(z) = z^3 + z^2 + 1, g(z) = z^4 + z^3 + 1, g(z) = z^5 + z^3 + 1, g(z) = z^6 + z^5 + 1$ 。根据定理 1 分别构造序列 $c_0 \sim c_3$, 自相关函数如图 1 所示。

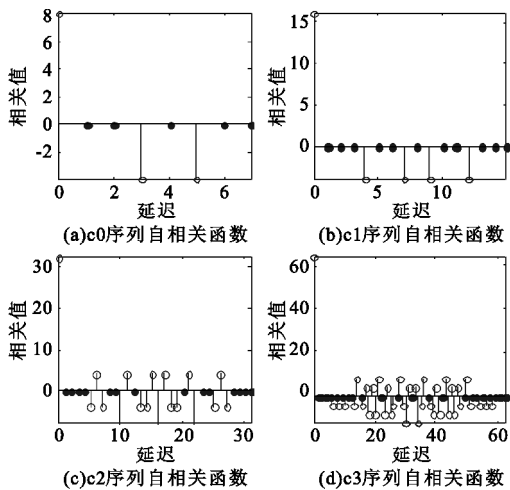


图 1 定理 1 构造序列的自相关函数
Fig. 1 Auto-correlation of sequences constructed by Theorem 1

由图 1 可知, 4 个序列相关函数的仿真结果和定理 1 的结论一致, 且可以看出该 ZCZ 序列的相关峰值分别为 8、16、32、64, 而基于伪随机序列构造的序列偶集^[17]的相关峰值分别为 4、8、16、32, 相关峰值显著下降。

设置仿真参数, 选择周期分别为 7、15 的 $\mathbf{m}$ 序列, 生成多项式不变。根据定理 2 分别构造序列 $c_0 \sim c_1$, 自相关函数如图 2 所示。

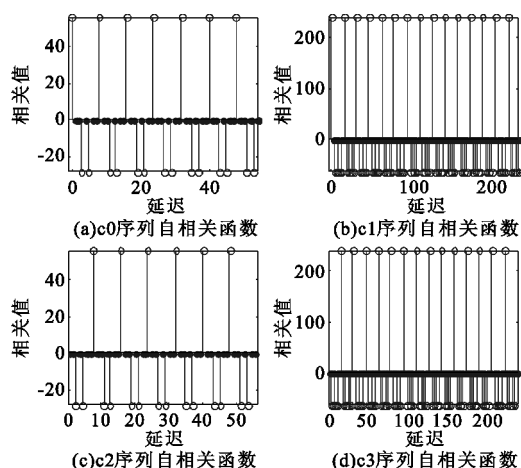


图2 定理2构造序列的自相关函数

Fig. 2 Auto-correlation of sequences constructed by Theorem 2

由图2可知,定理2的交织方法能够根据周期分别为7、15的伪随机序列生成周期分别为56、240的ZCZ(56,2)和ZCZ(240,3)。该方法虽然不能增大序列零相关区,但是序列周期扩大,且相关峰值幅度也相应增大。

设置仿真参数,选择周期为15的m序列,生成多项式不变。根据定理3构造序列 $c_0 \sim c_{15}$,其中前4个序列的自相关函数如图3所示。

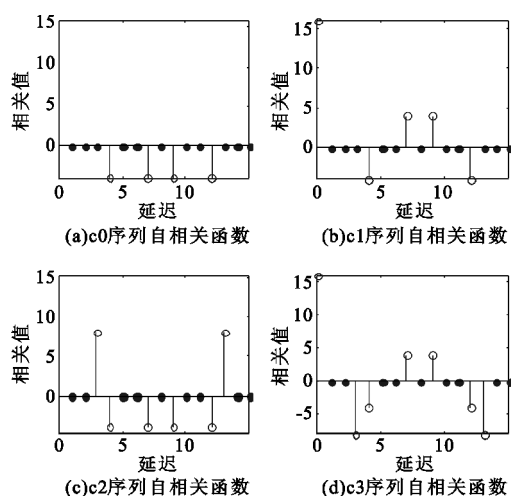


图3 数量扩展序列的自相关函数

Fig. 3 Auto-correlation of volume extended sequences

由图3可知,数量扩展后的前4个序列之间具有不同的自相关函数,也即序列之间移位不等价。图3(a)和(b)中两个序列与图1(b)中序列的零相关区均为3,序列为移位不等价的ZCZ(16,3);而(c)和(d)中序列的零相关区均为2,两序列为移位不等价的ZCZ(16,2)。所以该扩展方法能够得到多个零相关区不大于原序列且移位不等价的ZCZ

序列。

5 结束语

本文提出一种新的零相关区序列构造方法,该方法通过在伪随机序列中插入符号“1”使新序列具有一定的零相关区。文中提出了基于交织技术的序列周期扩展方法和与Hadamard矩阵行向量按位相乘的序列数量扩展方法。交织方法能够生成零相关区不变而周期更长的ZCZ序列;与Hadamard矩阵行向量按位相乘的扩展方法能够生成序列周期和相关峰值保持不变,零相关区不大于原序列的多个序列。这两种方法能够在一定程度上克服由于伪随机序列周期固定、数量少造成的限制,提高了序列的丰富性。已有的ZCZ序列构造方法大多基于交织技术,本文提供一种新的构造思路。新的ZCZ序列在同步、定位中有一定的应用价值。

参考文献:

- [1] Matsufuji S, Matsumoto T, Matsuo T, et al. A ZCZ-CDMA system with high tolerance to frequency selective fading[C]//Proceedings of 2011 Fifth International Workshop on Signal Design and its Applications in Communications(IWSDA). Guilin:IEEE,2011:157-160.
- [2] Torii H, Satoh M, Matsumoto T, et al. Generalized mutually orthogonal ZCZ sequence Sets based on perfect sequences and orthogonal codes[J]. IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics Communications and Computer Sciences,2013,E85-A(6):1420-1425.
- [3] Lei Xu,Liang Qi-lian. Zero correlation Zone sequence pair Sets for MIMO radar[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems,2012,48(3):2100-2113.
- [4] 刘凯,俞赛,李玉博. 二维四元零相关区周期互补阵列集构造法[J]. 系统工程与电子技术,2013,35(5):924-929. LIU Kai,YU Sai,LI Yu-bo. Construction of two-dimensional quaternary periodic complementary array sets with zero correlation zone[J]. Systems Engineering and Electronics,2013,35(5):924-929. (in Chinese)
- [5] 李玉博,许成谦,李刚,等. 四元二维零相关区阵列集构造法[J]. 电子学报,2012,40(10):2047-2051. LI Yu-bo,XU Cheng-qian,LI Gang, et al. Construction of quaternary two dimensional array Sets with a Zero correlation Zone [J]. Acta Electronica Sinica, 2012, 40(10):2047-2051. (in Chinese)
- [6] Choi K,Liu Hua-ping. Polyphase scrambled walsh codes for Zero-Correlation Zone extension in QS-CDMA[J]. IEEE Communications Letters,2012,16(4):429-431.
- [7] Zeng F X,Zeng X P,Zhang Z Y, et al. Almost perfect se-

- quences and periodic complementary sequence pairs over the 16-QAM constellation [J]. IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Science, 2012, E95-A(1): 400-405.
- [8] Chen Xiao-yu, Xu C, Li Y, et al. Construction of shift distinct sequence sets with zero or low correlation zone [J]. IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics Communications and Computer Sciences, 2013, E96-A(1): 377-382.
- [9] Huang Y P, Tang J, Zhou Y T. New families of zero correlation sequences via interleaving technique [J]. Recent Advances in Computer Science and Information Engineering, 2012, 127(1): 169-175.
- [10] Matsumoto T, Matsufuji S. Optical ZCZ code generators using sylvester-type hadamard matrix [J]. International Journal of Communications, 2010, 4(1): 22-29.
- [11] Zeng X, Wang L, Ma W. Two types of zero correlation zone sequence pairs set via interleaving perfect sequence pairs [C]// Proceedings of 2012 IEEE International Conference on Intelligent Control, Automatic Detection and High-End Equipment. Beijing: IEEE, 2012: 154-159.
- [12] Tang Xiao-hu, Guang Gong. New constructions of binary sequences with optimal autocorrelation value/magnitude [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2010, 56(3): 1278-1286.
- [13] Chi Cheng, Tao Jiang, Yining L. A novel class of 2-D binary sequences with Zero correlation Zone [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2010, 17(3): 301-304.
- [14] Ke P H, Zhang S, Lin F. Constructions of binary array set with zero-correlation zone [J]. Information Sciences, 2012, 197(1): 197-206.
- [15] Zhou Zheng-chun, Tang Xiao-hu, Guang Gong. A new class of sequences with Zero or low correlation Zone based on interleaving technique [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2008, 54(9): 4267-4273.
- [16] Hu H, Gong G. New sequence families with zero or low correlation zone via interleaving techniques [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2010, 45(6): 1702-1712.

- [17] 李兆斌, 蒋挺, 周正. 基于伪随机序列的零相关区三元序列偶集的研究 [J]. 通信学报, 2009, 30(8): 27-31.
- LI Zhao-bin, JIANG Ting, ZHOU Zheng. Research of ZCZ ternary sequence pairs set based on pseudorandom sequence [J]. Journal on Communications, 2009, 30(8): 27-31. (in Chinese)

作者简介:



李明阳(1985—),男,河北保定人,分别于2008年和2011年获空军工程大学信号与信息处理专业学士学位和硕士学位,现为博士研究生,主要研究方向为扩频通信、扩频序列设计;

LI Ming-yang was born in Baoding, Hebei Province, in 1985. He received the B. S. degree and the M. S. degree from Air Force Engineering University in 2008 and 2011, respectively. He is currently working toward the Ph. D. degree. His research interests include spread spectrum communication and design of spread spectrum sequence.

Email: wo.lmy@163.com

彭卫东(1968—),男,河北石家庄人,副教授、硕士生导师,主要研究方向为通信工程、数据链技术;

PENG Wei-dong was born in Shijiazhuang, Hebei Province, in 1968. He is now an associate professor and also the instructor of graduate students. His research concerns communication engineering, data link technology.

Email: pengweidong@163.com

柏鹏(1962—),男,四川成都人,教授、博士生导师,主要研究方向为数据链工程;

BAI Peng was born in Chengdu, Sichuan Province, in 1962. He is now a professor and also the Ph. D. supervisor. His research concerns data link engineering.

Email: Bpeng@163.com

王晟达(1964—),男,河北石家庄人,教授、硕士生导师,主要研究方向为雷达信号处理。

WANG Sheng-da was born in Shijiazhuang, Hebei Province, in 1964. He is now a professor and also the instructor of graduate students. His research concerns data link engineering.

Email: 905432530@qq.com