

文章编号: 1001 - 893X(2011)10 - 0041 - 05

## 时相调制信号的 S 变换和反变换性能分析\*

迟华山<sup>1,2</sup>, 王红星<sup>1</sup>, 赵 鹏<sup>3</sup>

(1. 海军航空工程学院 电子信息工程系, 山东 烟台 264001;

2. 清华大学 电子工程系 光纤传感实验室, 北京 100084; 3. 解放军 91911 部队, 海南 三亚 572000)

**摘要:**将 S 变换(ST)时频分析方法应用到时相调制(TPM)信号的分析 and 处理中。ST 及其反变换(IST)分别有多种实现算法, 这些算法组合的选择对 TPM 解调系统的性能有重要影响。在介绍 ST 和 IST 多种实现算法的基础上, 仿真了 TPM 信号的 ST 和 IST, 对比分析了各种算法组合的性能。仿真结果表明: 在恢复 TPM 信号波形方面, fST - fIST 组合的性能最优, tST - tIST(mtIST)组合的性能次之, 交叉算法组合的性能最差。所得结论为后续的 TPM 信号滤波和检测过程中 ST 和 IST 算法的选择提供了重要依据。

**关键词:**时频分析; 时相调制; S 变换; S 反变换; 性能分析

中图分类号: TN911.7 文献标识码: A doi: 10.3969/j.issn.1001-893x.2011.10.009

## Performance Analysis of S-transform and its Inverse for Time-Phase Modulation

CHI Hua-shan<sup>1,2</sup>, WANG Hong-xing<sup>1</sup>, ZHAO Peng<sup>3</sup>

(1. Department of Electronic Information Engineering, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China; 2. Optical Fiber Sensor Laboratory, Department of Electronic Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China; 3. Unit 91911 of PLA, Sanya 572000, China)

**Abstract:** The S-transform(ST) time-frequency analysis method is applied to the analysis of Time-Phase Modulation(TPM). There are many algorithms of ST and its inverse transform(IST) calculation, and the selection of algorithm plays an important part in the TPM demodulation performance. After describing the algorithms of ST and IST, the simulation about ST and IST of TPM is performed. The simulation results show that the performance of the fST - fIST algorithm is the best, the performance of the tST - tIST (mtIST) algorithm is better and the performance of the crossed algorithm is the worst. The conclusion provides a basis for the selection of ST and IST algorithms in the TPM filtering and detection.

**Key words:** time-frequency analysis; time-phase modulation; S-transform; inverse S-transform; performance analysis

### 1 引言

现代通信技术发展迅速, 随之而来的是频谱资源越来越紧张。为了解决这一问题, 美国的

H. R. Walker提出了一种称为超窄带(UNB)的调制技术<sup>[1]</sup>, 其本质上就是利用提高频谱利用率的方法来解决频谱紧张的问题。基于 UNB 的思路, 我们提出了一种称为时相调制(Time - Phase Modulation, TPM)的调制方式<sup>[2]</sup>。文献[2]利用 TPM 非平稳信号的循

\* 收稿日期: 2011 - 07 - 29; 修回日期: 2011 - 08 - 26

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60772056)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (No. 60772056)

环平稳特性,从循环平稳的角度对 TPM 信号进行了分析。但是循环平稳特性反映的是信号在整个时间轴上的特性,只有在获得长时间波形数据的前提下,才能体现出信号的循环平稳特性,限制了其在实时高速通信中的应用。

TPM 信号是一种非平稳信号,对它的分析和处理,如果采用传统一维的傅里叶分析方法,仅能够得到频域的全局特性,不能够描述信号频谱随时间变化的情况。而信号的局部特性需要使用时域和频域的二维分析方法,才能得到精确的描述。常见的时频分析方法有伪魏格纳-威利分布(PWVD)和短时傅里叶变换(STFT)等。但是 PWVD 存在交叉相干扰,STFT 存在时频分辨率固定不变等缺点。Stockwell 提出了一种 S 变换(ST)的时频分析方法<sup>[3]</sup>,克服了以上的缺点,适合 TPM 非平稳信号的分析 and 处理。ST 具有很多优良的特性,如 ST 的时频谱的分辨率与频率有关,其窗口宽度随频率的增加而缩小;ST 时频谱沿时间轴的积分就是傅里叶变换频谱。ST 的诸多优点使其在地球物理学<sup>[4]</sup>、电能质量分析<sup>[5]</sup>和气象分析<sup>[6]</sup>等领域有着广泛应用。

ST 及其反变换(IST)分别有多种实现算法,这些算法组合的选择对 TPM 解调系统的性能有重要影响。本文在介绍 ST 和 IST 多种实现算法的基础上,将 ST 时频分析方法应用到 TPM 信号的分析中,仿真了 TPM 信号应用不同算法的 ST 和 IST,对比分析了各种算法组合的性能,为后续的 TPM 信号滤波和检测过程中 ST 和 IST 算法的选择提供了重要依据。

## 2 TPM 调制原理

TPM 的调制原理是:根据二进制信息位的不同,在正弦载波的特定时刻产生特定相位的跳变,相位跳变持续非常短的时间,然后恢复到初始相位。由此,信息被调制到发生在特定时刻的相位突变上。TPM 已调信号可以表示为

$$h(t) = \sum_{n=0}^{+\infty} (a_n \cdot h_1(t - nT) + (1 - a_n) \cdot h_0(t - nT)) \quad (1)$$

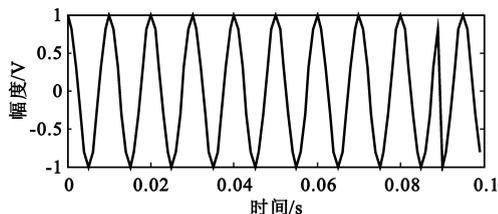
其中:

$$h_0(t) = \begin{cases} A \cos(2\pi f_c t + \theta_1), & 0 \leq t \leq t_0 \\ A \cos(2\pi f_c t + \theta_2), & t_0 < t \leq T \end{cases} \quad (2)$$

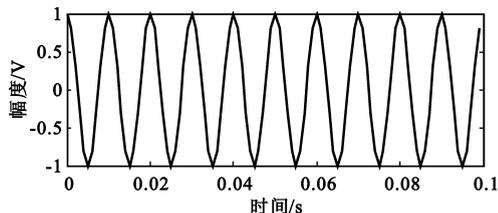
$$h_1(t) = \begin{cases} A \cos(2\pi f_c t + \theta_1), & 0 \leq t \leq t_1 \\ A \cos(2\pi f_c t + \theta_2), & t_1 < t \leq T \end{cases} \quad (3)$$

式中,  $a_n$  为二进制数字序列,  $T$  为信息位的周期,  $f_c$

为载波频率,  $\theta_1$  为跳变前初始相位,  $\theta_2$  为跳变后的相位,  $t_0$ 、 $t_1$  分别为数字‘0’和‘1’发生相位跳变的时刻。本文中,已调信号的初始相位  $\theta_1$  设置为 0,相位跳变的角度设置为  $\pi$ ,在这种情况下,数字‘1’和‘0’波形的差异性最大。此时,仅仅在‘1’的后半部分有相位跳变,‘0’没有相位跳变。图 1 显示的是 TPM 已调信号的波形。图 1 中,载波频率  $f_c$  为 100 Hz,采样频率为 1 000 Hz。



(a) 数字‘1’



(b) 数字‘0’

图 1 TPM 已调信号的波形

Fig. 1 The waveform of TPM modulated signal

## 3 ST 和 IST 的算法

Stockwell 在文献[3]中提出了时间-ST(tST)和频率-ST(fST)两种 ST 算法,并且提出了一种频率-IST(fIST)算法。M. Schimmel 和 J. Gallart 在文献[7]中提出了另外一种时间-IST(tIST)算法。但是,在后续的研究中发现, tIST 算法在离散时间信号的计算上不精确,是近似计算,因此 S. C. Pei 和 P. W. Wang 提出了对 tIST 算法的改进——mtIST<sup>[8]</sup>。

### 3.1 ST 算法

连续时间函数  $h(t)$  的 S 变换定义为

$$S(\tau, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t) \frac{|f|}{\sqrt{2\pi}} \exp(-(t-\tau)^2 f^2 / 2) \exp(-j2\pi ft) dt \quad (4)$$

式中,  $\frac{|f|}{\sqrt{2\pi}} \exp(-(t-\tau)^2 f^2 / 2)$  为高斯窗函数,  $\tau$  是高斯窗的中心时刻,窗的宽度受  $f$  的控制。式(4)的定义本身就是 tST 的算法。

为了简化 ST 的计算,Stockwell 还提出了 fST 算法:

$$S(\tau, f) = \int_{-\infty}^{\infty} H(\alpha + f) \exp(-2\pi^2 \alpha^2 / f^2) \exp(j2\pi \alpha \tau) d\alpha \quad (5)$$

式中,  $H(f)$  是连续时间信号  $h(t)$  的傅里叶变换,  $f \neq 0$ 。

### 3.2 IST 算法

#### (1) fIST 算法

S 变换有一个很重要的特性,就是 ST 的时频谱对时间的积分等于时域信号的频谱:

$$\int_{-\infty}^{\infty} S(\tau, f) d\tau = H(f) \quad (6)$$

对式(6)两边进行傅里叶反变换运算就可以得到 fIST 的算法:

$$h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} S(\tau, f) d\tau \right] \exp(j2\pi ft) df \quad (7)$$

#### (2) tIST 算法

M. Schimmel 和 J. Gallart 在文献[7]中构造了一个时间函数:

$$x(\tau, t) = h(t) \exp[-(t - \tau)^2 f^2 / 2] \quad (8)$$

显然,在  $\tau = t$  时,对于任意的频率  $f$ ,有  $x(t, t) = h(t)$ ,这就提供了一个求得  $h(t)$  的途径:

$$h(t) = x(\tau, t) |_{\tau=t} \quad (9)$$

然后利用高斯窗函数的性质,推导得到:

$$x(\tau, t) = \sqrt{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S(\tau, f)}{|f|} \exp(j2\pi ft) df \quad (10)$$

从而,最终推导出 tIST 的表达式为

$$h(t) = x(\tau, t) |_{\tau=t} = \sqrt{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S(t, f)}{|f|} \exp(j2\pi ft) df \quad (11)$$

#### (3)改进的 tIST 算法——mtIST

S. C. Pei 和 P. W. Wang 在文献[8]中,证明 tIST 方法得到的 S 反变换表达式其实是原信号  $h(t)$  与一个时间信号

$$m(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-f^2 t^2 / 2) \exp(j2\pi ft) df$$

的卷积,即:

$$h_{\text{tIST}}(t) = h(t) \otimes m(t) \quad (12)$$

式中,  $h_{\text{tIST}}(t)$  为利用 tIST 算法求得的时域信号,而  $h(t)$  才是真正的原信号。

利用卷积运算的傅里叶变换的性质,不难得到改进后的 tIST 算法——mtIST 的表达式:

$$h(t) = \text{IFT} \left\{ \frac{\text{FFT}[h_{\text{tIST}}(t)]}{\text{FFT}[m(t)]} \right\} \quad (13)$$

## 4 仿真与分析

从第 3 部分可以看到, S 变换有两种算法 (fST 和 tST), 其反变换有 3 种算法 (fIST、tIST 和 mtIST), 所以 ST 与 IST 的组合共有 6 种。下面对这 6 种组合的性能进行仿真。仿真的流程是: 首先对原 TPM 信号进行 S 变换, 得到时 - 频域上的时频分布; 然后对时频分布进行 S 反变换, 得到恢复的 TPM 波形; 最后将得到的 6 个恢复波形分别与原来的 TPM 信号进行误差分析, 比较 6 种 ST - IST 组合的性能。仿真的流程如图 2 所示。

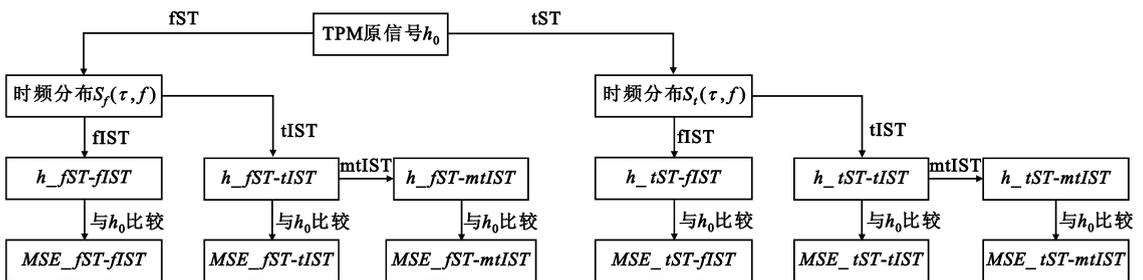


图 2 仿真流程框图

Fig. 2 Block diagram of the simulation processing

### 4.1 TPM 信号的 S 变换

仿真条件:二进制信息序列为两个数据位“10”, 载波频率为 100 Hz, 采样频率为 1 000 Hz, 振幅为 1。TPM 原信号  $h_0$  的信号波形如图 3 所示。图 4 和图 5

分别显示了 TPM 原信号经过 fST 变换和 tST 变换后得到的时频分布, 其中图 4(a)和图 5(a)为等高线形式的二维时频分布, 图 4(b)和图 5(b)为三维时频分布。从图 4 和图 5 的时频分布图上可以看出, TPM

信号的ST时频分布的能量聚集性很好。

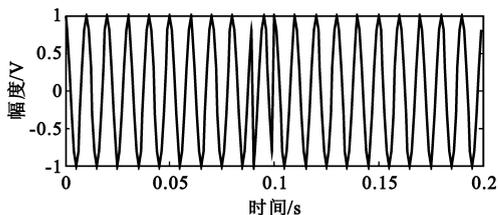
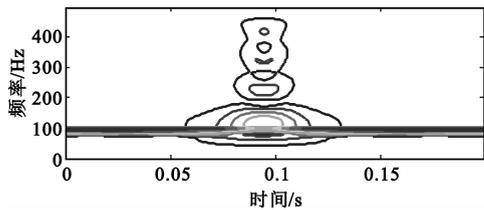
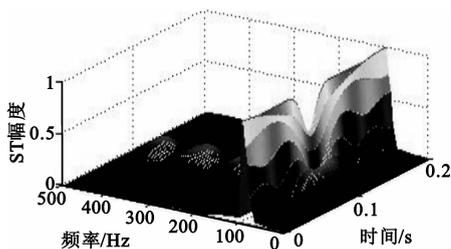


图3 TPM原信号(二进制信息序列“10”)

Fig.3 The original TPM signal (information sequence is “10”)



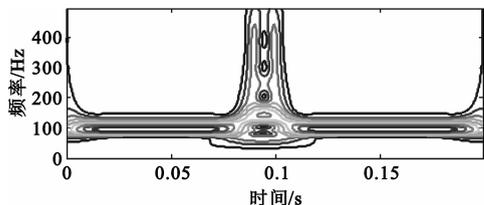
(a)二维 fST



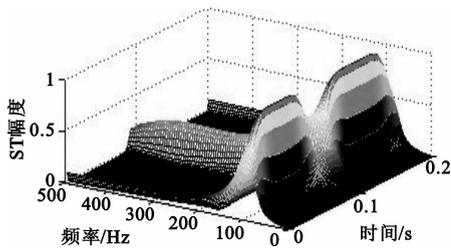
(b)三维 fST

图4 TPM原信号的fST时频分布

Fig.4 The fST time - frequency distribution of the original TPM signal



(a)二维 tST



(b)三维 tST

图5 TPM原信号的tST时频分布

Fig.5 The tST time - frequency distribution of the original TPM signal

### 4.2 恢复波形仿真与误差分析

将fIST、tIST和mtIST 3种S反变换的算法分别

应用到以上fST和tST得到的S域时频分布上,得到6个恢复的TPM信号。这6个恢复的TPM信号的波形如图6所示,各个恢复的波形相对于TPM原波形的误差如图7所示。

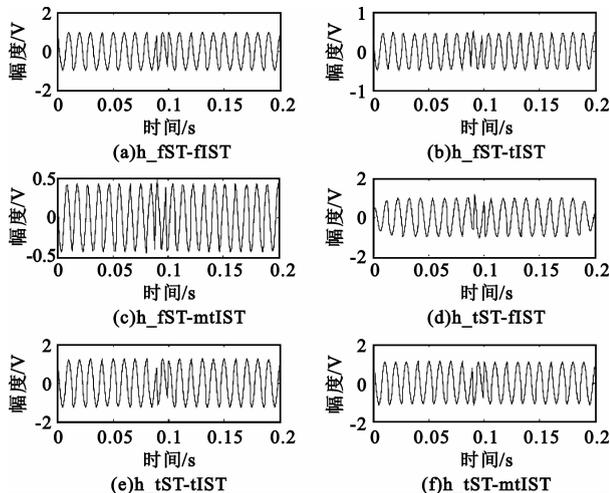


图6 恢复的TPM波形

Fig.6 Waveforms of recovered signals

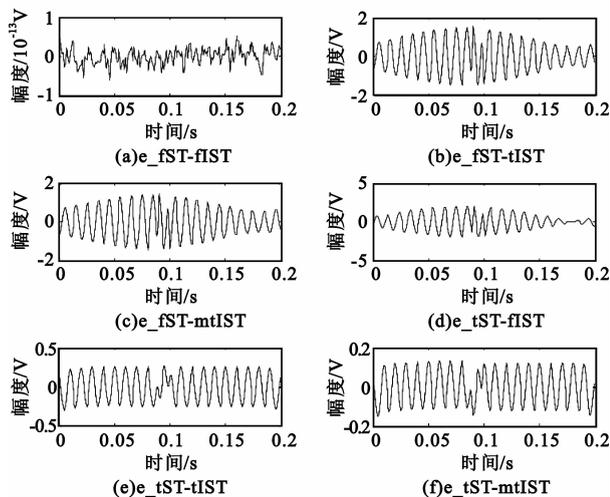


图7 恢复的TPM波形的误差

Fig.7 Error waveforms of recovered signals

从恢复的TPM的波形图和误差图可以看出:图7(b)、(c)、(d)3个误差波形的幅度较大,其最大误差的幅度大约为原TPM信号振幅的1.5倍,甚至达到2倍,说明fST-tIST、fST-mtIST和tST-fIST这三种组合在恢复波形方面的性能很差。图7(e)、(f)两个误差波形的幅度较小,其最大误差的幅度大约为原TPM信号振幅的30%和15%,其对应的恢复波形图6(e)、(f)较好地恢复了原信号,说明tST-tIST和tST-mtIST两种组合能够较好地恢复原TPM波形。而且,mtIST的反变换算法相对于tIST算法确实起到

了改进的效果。图 7(a)误差波形的幅度极小,其对应的恢复波形图 6(a)与原 TPM 信号几乎完全一致,说明对应的 fST - fIST 算法组合在恢复波形方面性能最优。

### 4.3 均方误差分析

为了定量分析比较 6 种组合的性能,引入均方误差(MSE)这一衡量标准。离散时域信号  $h(k)$  的 MSE 定义为

$$MSE_{-h} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [h(k) - h_0(k)]^2 \quad (14)$$

式中,  $h_0(k)$  表示原 TPM 信号。针对 6 种 ST - IST 的组合,按照式(14)仿真计算各个 TPM 恢复信号与原 TPM 信号比较的均方误差 MSE,计算得到的数据列于表 1 中。每个仿真程序中的抽样点数为 200 个。

表 1 经过 ST 和 IST 变换恢复波形的 MSE

Table 1 MSEs of the recovered signals after ST and IST transform

变换	MSE		
	fIST	tIST	mtIST
fST	$4.5078 \times 10^{-28}$	0.603 6	0.582 4
tST	0.966 6	0.031 6	0.007 7

从表 1 我们可以看出:fST - tIST、fST - mtIST 和 tST - fIST 3 种组合恢复的 TPM 信号相对于 TPM 原信号的 MSE 值很大,说明 ST 和 IST 在频率方法和时间方法交叉情况下的恢复效果不好。而 fST - fIST、tST - tIST、tST - mtIST 3 种算法组合恢复波形的 MSE 很小,说明不交叉情况的恢复效果较好。其中,tST - mtIST 的 MSE 比 tST - tIST 的小,说明 mtIST 算法恢复的效果相对于 tIST 算法有改进。fST - fIST 的 MSE 最小,说明这种算法组合的波形恢复效果最好。从表 1 得到的结论跟以上通过波形观察得到的结论一致。

## 5 结束语

本文将 ST 的时频分析方法引入到 TPM 信号的分析中,仿真比较了各种 ST 和 IST 算法组合在波形恢复方面的性能。通过误差波形观察和均方误差 MSE 计算比较得出以下结论:在 TPM 信号的分析中,频率方法和时间方法的 ST 和 IST 不能交叉使用,否则波形恢复的误差大;tST 与 tIST(mtIST)的算法组合能够较好地恢复原波形,mtIST 算法相对于 tIST 算法能够有效提高波形恢复的准确性,但是增加了计算量;fST 与 fIST 的算法组合在波形恢复方面的性能最优。下一步要进行的工作是利用 S 变换的时频分析方法进行 TPM 信号的滤波和检测。本文得出的结论为下一步信号滤波和检测过程中 ST

和 IST 算法的选择提供了重要依据。

### 参考文献:

- [1] Walker H R. Ultra narrow band modulation[C]//Proceedings of IEEE Sarnoff Symposium on Advances in Wired and Wireless Communication. Princeton, New Jersey:IEEE,2004:19 - 22.
- [2] 王洪利,王红星,舒轶昊.基于循环谱理论的时相调制信号分析[J].电讯技术,2009,49(3):16 - 21.  
WANG Hong - li, WANG Hong - xing, SHU Yi - hao. Time - Phase Modulation signal analysis based on cyclic spectrum correlation technology [J]. Telecommunication Engineering, 2009,49(3):16 - 21. (In Chinese)
- [3] Stockwell R G, Mansinha L, Lowe R P. Localization of the complex spectrum: the S transform[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1996,44(4):998 - 1001.
- [4] Pinnegar C R, Eaton D W. Application of the S transform to prestack noise attenuation filtering[J]. Journal of Geophysical Research, 2003,108(B9): 901 - 910.
- [5] Dash P K, Panigrahi B K, Panda G. Power quality analysis using S - transform [J]. IEEE Power Engineering Review, 2002, 22(7): 60.
- [6] Portnyagin Y, Merzlyakov E, Jacobi C, et al. Some results of S - transform analysis of the transient planetary - scale wind oscillations in the lower thermosphere[J]. Earth Planets and Space, 1999,51(4):711 - 717.
- [7] Schimmel M, Gallart J. The inverse S - transform in filters with time - frequency localization[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2005,53(11): 4417 - 4422.
- [8] Pei S C, Wang P W. Modified inverse S transform for filtering in time - frequency spectrum[C]//Proceedings of 2007 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. Honolulu: IEEE, 2007:1169 - 1172.

### 作者简介:

迟华山(1979—),男,山东栖霞人,2002 年获海军航空工程学院航空无线电工程专业学士学位,2007 年于海军航空工程学院获硕士学位,现为博士研究生,主要研究方向为现代通信新技术和调制解调新技术等;

CHI Hua - shan was born in Qixia, Shandong Province, in 1979. He received the B. S. degree and the M. S. degree from Naval Aeronautical and Astronautical University, in 2002 and 2007, respectively. He is currently working toward the Ph. D. degree. His research concerns the new technology of modern communication and new modulation and demodulation technology.

Email: yaohsin1979@gmail.com

王红星(1962—),男,河南商丘人,海军航空工程学院教授、博士生导师,主要研究方向为现代通信新技术、通信信号处理;

WANG Hong - xing was born in Shangqiu, Henan Province, in 1962. He is now a professor and also the Ph. D. supervisor. His research concerns the new technology of modern communication and signal processing in communication.

赵鹏(1980—),男,山东栖霞人,工程师,主要研究方向为航空电气与仪表和数字信号处理。

ZHAO Peng was born in Qixia, Shandong Province, in 1980. He is now an engineer. His research concerns the aeronautical electric instruments and digital signal processing.